

УДК 677.072.6

## ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ХОРД

Резанова В. Г.

Київський національний університет технологій та дизайну

*У статті розглянуто теоретичні підходи та створення програмного забезпечення для розв'язання трансцендентного рівняння методом хорд. Програмне забезпечення може використовуватися науковцями при проведенні прикладних розрахунків, а в силу того, що результати виводяться поступово та в наочному вигляді, також може бути впроваджене в навчальний процес.*

**Ключові слова:** трансцендентне рівняння, метод хорд, ітераційний процес, програмне забезпечення

Математичне моделювання є одним з найважливіших методів дослідження складних явищ і процесів. Модель звичайно будується при наявності певних припущень і в кінцевому рахунку являє собою систему математичних співвідношень, що описують об'єкт, який вивчається. Часто такими співвідношеннями виявляються рівняння або системи рівнянь [1]. Розв'язавши їх чисельно (зручно – за допомогою спеціального програмного забезпечення), отримуємо можливість не тільки досліджувати процес, а й прогнозувати його поведінку при зміні певних вхідних параметрів.

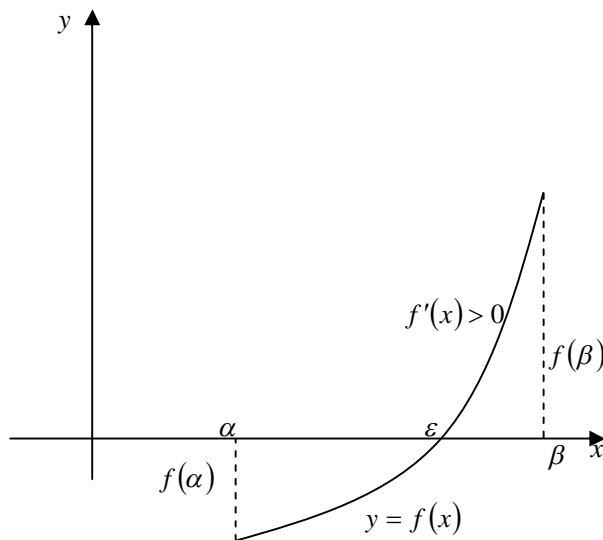
З іншого боку, у наш час комп'ютеризація торкається усіх боків життя. І навчальний процес не є тут виключенням. Опанування студентами знань, зокрема – поняття про математичні алгоритми та методи їх реалізації на ПК, є важливим, і у нагоді тут можуть стати сучасні комп'ютерні системи.

### **Постановка завдання**

Часто практичні задачі зводяться до розв'язання трансцендентних рівнянь. Розв'язання нелінійних рівнянь виду  $f(x) = 0$  досить часто можна виконати у наступні два етапи. На першому етапі проводиться приблизне визначення кореня. Звичайно це можна здійснити графічним способом. На другому етапі проводиться уточнення значення кореня.

Метою роботи було створення навчально-наукового програмного продукту, що допоможе студентам і усім бажаючим опанувати один з математичних методів, а також науковцям для розв'язання прикладних задач.

**Результати досліджень**



Якщо функція  $f(x)$  визначена і неперервна на відрізку  $[a, b]$ , а на кінцях цього відрізка приймає значення різних знаків (так що  $f(a)f(b) < 0$ ), то в інтервалі  $(a, b)$  існує принаймні один корінь рівняння  $f(x) = 0$ . Іншими словами, за вказаних умов знайдеться точка  $c$ ,  $a < c < b$ , така, що виконується рівність  $f(c) = 0$ .

Рис. 1. В інтервалі  $(a, b)$  існує один корінь рівняння  $f(x) = 0$ .

Розроблене програмне забезпечення [4], [5] працює строго відповідно до теоретичних відомостей. Спочатку відбувається побудова графіка функції  $f(x)$  (рис.2).

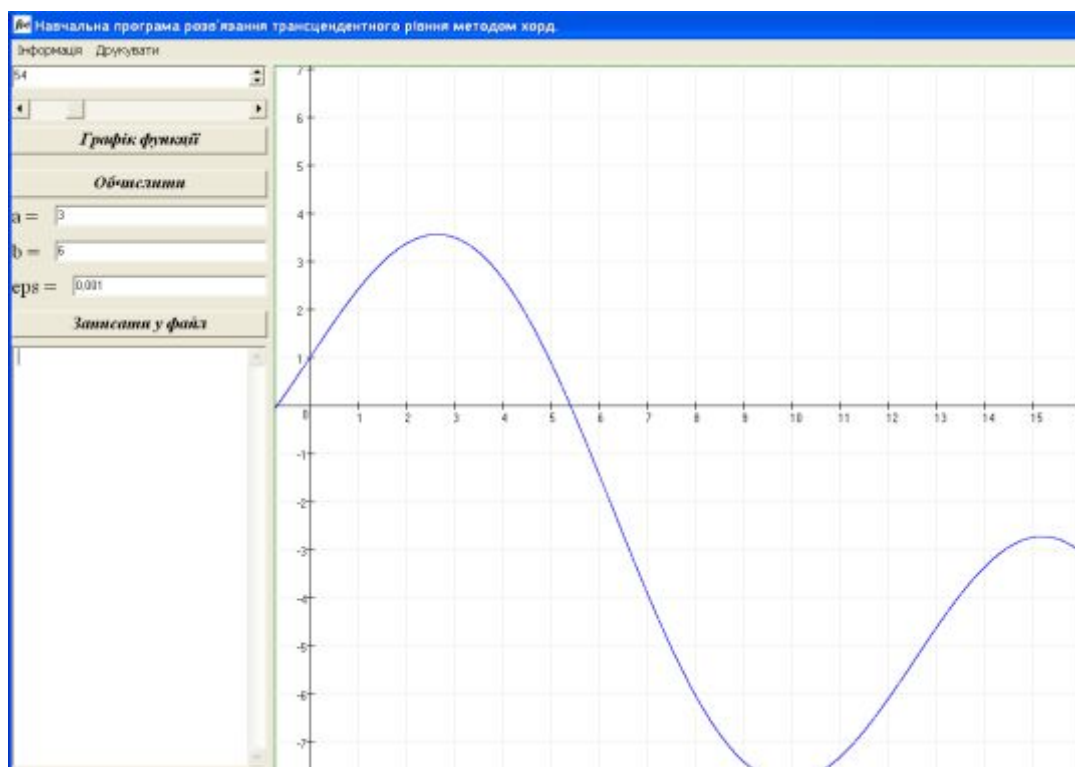


Рис. 2. Вікно форми програми - графічне відділення кореня рівняння  $f(x) = 0$

Масштаб виведення графіка користувач може змінювати, щоб мати змогу візуально відділити єдиний корінь рівняння  $f(x) = 0$ . Кінці відділеного відрізка  $[a, b]$  вводимо у відповідні поля на формі. Натискаємо кнопку «Обчислити», і починається уточнення кореня.

Уточнення кореня проводиться способом пропорційних частин (методом хорд). Відповідно [2], [3] будемо ділити відрізок  $[a, b]$  у відношенні  $-f(a) : f(b)$ . Це дає нам наближене значення кореня  $x_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$

Далі, застосовуючи цей метод до того з відрізків  $[a, x_1]$  або  $[x_1, b]$ , на кінцях якого функція  $f(x)$  має протилежні знаки, отримаємо друге наближення кореня  $x_2$  та т.д.

Важливим у методі хорд є визначення нерухомого кінця відрізка і, відповідно, початкового наближення. Нерухомим буде той кінець відрізка  $[a, b]$ , для якого знак функції  $f(x)$  співпадає зі знаком її другої похідної.

Програмне забезпечення визначає нерухомий кінець відрізка і видає інформацію про це для користувача. Також наочно демонструється геометрична інтерпретація методу: спосіб пропорційних частин еквівалентний заміні кривої  $y = f(x)$  хордою, яка проходить через точки  $A[a, f(a)]$  та  $B[b, f(b)]$  (рис. 3).

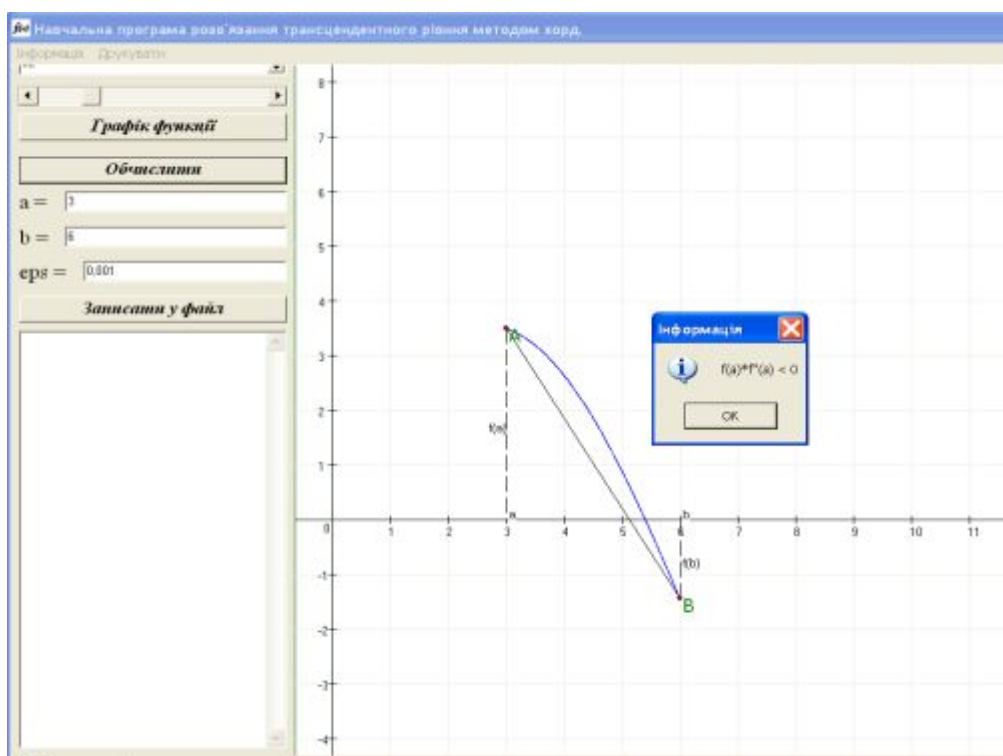


Рис.3. Вікно форми програми – визначення нерухомого кінця відрізка та демонстрація геометричної інтерпретації методу

Розрахункова схема методу у випадку, коли кінець  $a$  - нерухомий, має вигляд:

$$x_0 = b ;$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(a)} (x_n - a) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

В іншому випадку нерухомий кінець  $b$ , а розрахунки робимо за схемою:

$$x_0 = a ;$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)} (b - x_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Для оцінки точності наближення користуємося формулою

$$|x_n - \xi| \leq \frac{|f(x_n)|}{m_1}$$

де  $|f'(x)| \geq m_1$  при  $a \leq x \leq b$ .

Програмне забезпечення здійснює розрахунки відповідно до теоретичних відомостей, але робить це поступово, покроково, із виведенням всієї важливої для користувача інформації у вигляді повідомлень або записуючи її у файл. На рис. 4 можна бачити ділянку графіка функції із проведеною хордою, що графічно визначає положення першого наближення  $x_1$ , яке також розраховано аналітично і представлено у відповідному віконці форми програми.

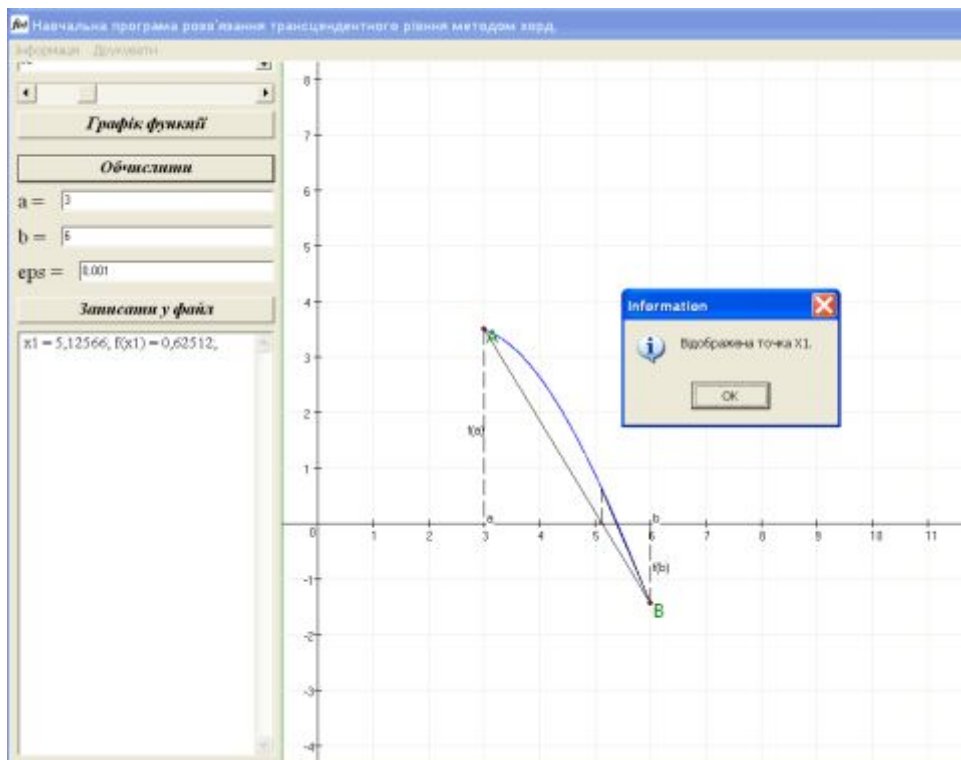


Рис. 4. Вікно форми програми – початок розрахунків

Послідовні уточнення кореня виводяться у вигляді повідомлень, а також на форму покроково, щоб користувач міг відслідкувати процес. Після того, як виконається умова зупинки ітераційного процесу (а всі необхідні для цього параметри –  $\epsilon$  та  $f'(x)$  – також виводяться на форму) на екран виводиться результат обчислень – уточнений корінь рівняння –  $x$  (рис. 5).

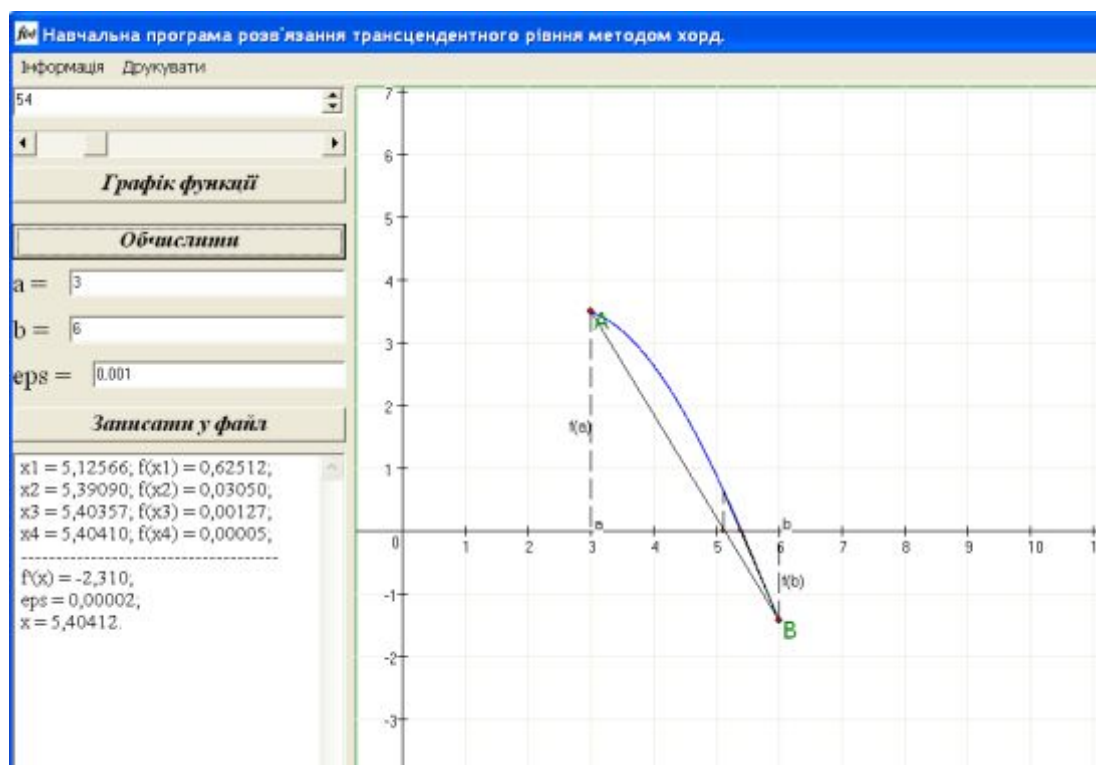


Рис. 5. Вікно форми програми – результати розрахунків

### Висновки

Таким чином, розроблено програмний продукт, який допоможе студентам і всім бажаючим в опануванні знань про математичні алгоритми, зокрема щодо розв'язання трансцендентних рівнянь. Створений навчально-науковий програмний продукт крім того може стати у нагоді науковцям для розв'язання прикладних задач.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Щербань В. Ю. Математичні моделі в САПР. Обрані розділи та приклади застосування: Навчальний посібник / Щербань В. Ю., Красницький С. М., Резанова В. Г.– К. : КНУТД, 2011. – 219 с.
2. Колдаев В. Д. Численные методы и программирование / Колдаев В. Д. - М. : ИД «ФОРУМ». – 2009. – 336 с.

3. Демидович М. П. Основы вычислительной математики / Демидович М. П., Марон И. А. – М. : Наука, 1963 г.
4. Культин Н. Delphi в примерах и задачах (3-е издание) / Культин Н. – С-Пб.: БХВ-Петербург, 2012. – 288 с.
5. Культин Н. Основы программирования в Delphi 7 / Культин Н. - С-Пб.: БХВ-Петербург, 2011. – 416 с.

***Программное обеспечение для решения трансцендентных уравнений методом хорд***

***Резанова В. Г.***

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

*В статье рассмотрены теоретические подходы и создание программного обеспечения для решения трансцендентного уравнения методом хорд. Программное обеспечение может использоваться учеными при проведении прикладных расчетов, а в силу того, что результаты выводятся постепенно и в наглядном виде, также может быть внедрено в учебный процесс.*

***Ключевые слова:*** трансцендентное уравнение, метод хорд, итерационный процесс, программное обеспечение

***Software for solution transcendental equations with chord method***

***Rezanova V. G.***

*Kyiv National University of Technology and Design*

*In the article the theoretical approaches and creating software for solving transcendental equations with method of chords are carried out. The software can be used by scientists in conducting applied calculations, and due to the fact that the results are displayed gradually, it can also be implemented in the educational process.*

***Keywords:*** transcendental equation, chord method, the iterative process, software