УДК 517.5

ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛУ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА

Студ. Є.О. Дідусь, гр. БМЕ-16
Науковий керівник В.В. Шкапа
Київський національний університет технологій та дизайну

Мета і завдання. Мета: Обґрунтувати спосіб знаходження моменту інерції тіла за допомогою визначеного інтегралу, виявити закономірності, розкрити особливості знаходження цим способом, виявити можливості використання в різних сферах.

Завдання:

- дослідити метод;
- навести приклади застосування.

Об'єкт дослідження. Фізичне тіло як певна сутність, момент інерції як фізична величина, метод знаходження моменту інерції, методи знаходження з використанням визначеного інтегралу.

Методи та засоби дослідження. Використання наукових та навчальних посібників, методичних вказівок до практичних занять для студентів, опрацювання наукових праць, публікацій, дослідів та експериментів.

Наукова новизна та практичне значення отриманих результатів. Використання методу знаходження моменту інерції тіла в механіці, прикладній фізиці.

Результати дослідження.

Знайдемо момент інерції циліндра, радіус основи якого R, висота H, щодо його осі.

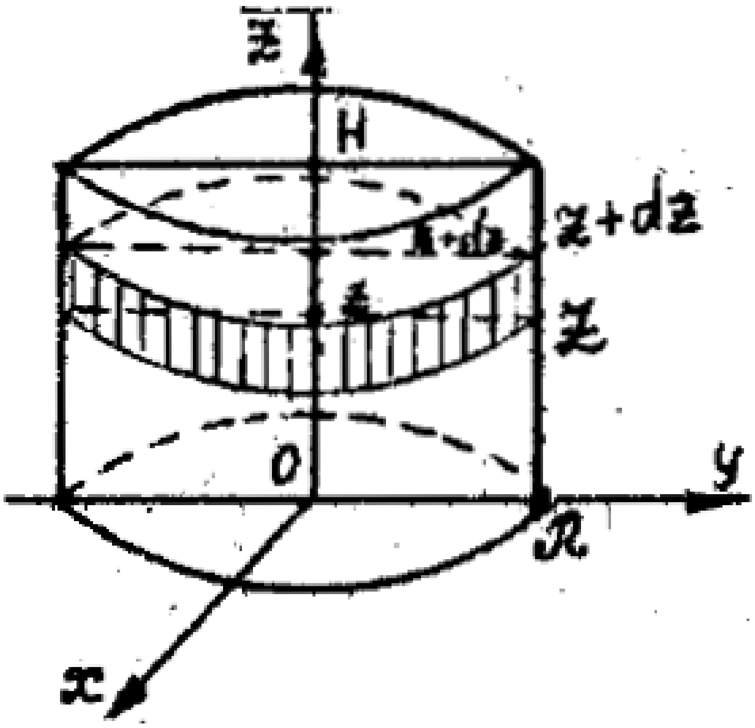

Рисунок 1

Виберемо систему координат так, як показано на рис. 1. Тоді зазначений циліндр визначиться нерівностями:

$$x^2+y^2 \leq \mathbf{R}^2, \ 0 \leq z \leq \mathbf{H}$$

Для розв'язку завдання розглянемо відрізок $[z, z+dz] \subset (0,\mathbf{H})$ і площини, що проходять через точки z і z+dz на осі Oz перпендикулярно до цієї осі, виріжемо з циліндра елементарну кругову пластинку товщини dz і радіуса

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \mathbf{R^2}$$

Маса цієї пластинки

$$dm = \pi\mathbf{r^2}dz = \pi\mathbf{R^2}dz,$$

а її момент інерції відносно осі Oz

$$d\boldsymbol{I_z} = \frac{1}{2}dm\mathbf{r^2} = \frac{1}{2}\pi\mathbf{r^4}dz = \frac{1}{2}\pi\mathbf{R^4}dz.$$

Тоді момент інерції циліндра відносно його осі

$$\boldsymbol{I_z} = \frac{\pi}{2}\int_0^H \mathbf{R^4}dz = \frac{1}{2}\pi\mathbf{R^4}H.$$

Також на основі розв'язку цього завдання можна отримати формулу

$$\boldsymbol{I_z} = \frac{\pi}{2}\int_a^b f^4(z)dz,$$

яка визначає момент інерції щодо осі Oz однорідного тіла густиною $\boldsymbol{\rho} = 1$, обмеженого поверхнею обертання

$$\pm\sqrt{x^2 + y^2} = f(z), \ a \leq z \leq b.$$

Висновки. Немалий інтерес у математиків в період XVII ст. викликав пошук нових випадків використання інтегрування для отримання конкретних результатів. Особливими стали приклади широкого застосування інтегрування, які дав нам Хрістіан Гюйгенс, відомий нідерландський математик, фізик та астроном, визначаючи довжини маятників, що відповідають фізичним маятникам тої чи іншої форми. Такі задачі ми називаємо тепер моментом інерції. У цій роботі була створена математична модель однієї задачі механіки, яка визначає момент інерції циліндра та знайдено її розв'язок.

Ключові слова. Момент інерції, тіло, інтеграл, циліндр.