

(відтяжний валик виконано трубчастої форми); $a = 80$ мм; коефіцієнт пропорційності полотна (переплетення - кулірна гладь) $k = 8$ Н/мм² [4].

Використовуючи запропоновану вище методику та вихідні дані, одержуємо: $\delta_0 = 5,54 \cdot 10^{-3}$ мм; $\delta_{1/2} = -5,75 \cdot 10^{-3}$ мм. При цьому прогин кінців відтяжного валика відносно прогину його середини становить: $\Delta\delta = 11,29 \cdot 10^{-3}$ мм.

Висновки

Аналізуючи одержані результати, можна зробити наступні висновки:

- нерівномірність прогину відтяжних валиків круглов'язальних машин типу КО при взаємодії їх з полотном практично відсутня і нею можна нехтувати при проектуванні механізмів відтяжки полотна;
- впливом поперечної деформації відтяжних валиків круглов'язальної машини на рівномірність розподілу сили відтяжки полотна по його ширині можна нехтувати.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гарбарук В.Н. Проектирование трикотажных машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 472 с.
2. Хомяк О.Н., Пипа Б.Ф. Повышение эффективности работы вязальных машин. – М.: Легпромбытиздат, 1990. – 208 с.
3. Пипа Б.Ф., Хомяк О.М., Олійник О.Ю. Механізми відтяжки та накатування полотна круглов'язальних машин. – К: КНУТД, 2009. – 234 с.
4. Масленников Ю.И., Драг Ф.М., Савельева Е.Н. Взаимодействие валиков механизма оттяжки с полотном на кругловязальной машине // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 1991. – № 1. – с. 101–107.
5. Лазарян В.А. Техническая теория изгиба. – К.: Наукова думка, 1976. – 207 с.
6. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. В 3 т. – М.: Машгиз, 1956. т.1. – 884 с.
7. Машины кругловязальные типа КО-2. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Черновцы, 1992. – 86 с.

Надійшла 12.10.2009

УДК621.71.08;621.88

НОРМУВАННЯ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ВАЛУ ПОЗА ЗОНОЮ КОНТАКТУ В З'ЄДНАННЯХ З НАТЯГОМ.

В.М. ПАВЛЕНКО, І.В. ПЕТКО, М.П. ГАЛУШКА

Київський національний університет технологій та дизайну

Наведено методику розрахунку пружно-пластичних деформацій валу в з'єднанні з натягом не лише в зоні контакту, але й за її межами

Постановка завдання

З'єднання з натягом відрізняються простотою конструкції та технологічністю, а відтак широко застосовуються в машинобудуванні для передачі значних осьових зусиль та крутних моментів. Виходячи з цього, однією з основних якісних характеристик з'єднань з натягом є їх несуча здатність.

Розрахунок міцності з'єднання з натягом зазвичай проводиться за формулами, що базуються на розв'язку пласкої осесиметричної задачі теорії пружності. Область розрахунку обмежується натягами, максимальне значення яких теоретично відповідає появі пластичної деформації на контактуючих поверхнях вала та втулки.

Об'єкти та методи дослідження

Дослідження з'єднань з натягом показали, що й за межами текучості їх міцність за певних умов зростає. Пластичні деформації на контактних поверхнях деталей з'являються в наслідок формування з'єднань при натягах значно менших, а ніж ті, що ми очікували, виходячи з розрахунків, які були проведені на основі положень теорії пружності [1].

Здатність з'єднання передавати значні навантаження визначається складним процесом тертя в зоні контакту, що обумовлений характером як пружних, так і пластичних деформацій в пружно-пластичній області.

У той же час поява в зоні контакту деталей пластичних деформацій може призвести до зміни геометричних розмірів частин деталей, які знаходяться поза зоною контакту [2]. При цьому деформація частини вала, що перебуває поза зоною контакту, може бути причиною зменшення довговічності з'єднань, в яких вал слугує, наприклад, внутрішнім кільцем голчастого підшипника.

Виходячи з вищенаведеного, назріла необхідність розраховувати та нормувати пластичну складову деформацій, що особливо важливо для вала, де ці деформації приводять до зміни його геометричних розмірів за межами зони контакту при різних довжинах вала та втулки.

Результати та їх обговорення

Тому, що довговічність в значній мірі визначається геометричними параметрами вала, розглянемо деформації вала, що виникають при складанні з'єднання з натягом.

При осесиметричній змінній за довжиною деформації суцільного вала в його точках виникають нормальні напруження σ_r , σ_t , σ_z й дотичні – τ_{rz} .

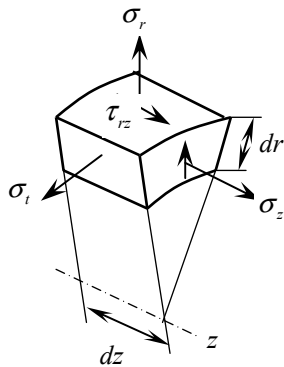
Напруження, які пов'язані між собою рівняннями рівноваги нескінченно малого елемента (рис. 1) мають такий вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \zeta} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{\rho} = 0, \quad (1) \quad \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \tau_{rz}) + \rho \frac{\partial \sigma_z}{\partial \zeta} = 0, \quad (2)$$

де $\rho = \frac{r}{R}$, $\zeta = \frac{z}{R}$ – безрозмірні координати; R – зовнішній радіус вала; r , z – циліндричні координати.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho}; & \varepsilon_t &= \frac{1}{R} \cdot \frac{u}{\rho}; & \varepsilon_z &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial w}{\partial \zeta}; \\ \gamma_{rz} &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial \rho} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

Відносні деформації можуть бути виражені через радіальне (u) й осьове (w) переміщення точки за такими формулами:



Враховуючи, що деформації пов'язані з напруженнями рівняннями закону Гука, отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \rho} &= \frac{R}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_t - \mu\sigma_r); & \frac{u}{\rho} &= \frac{R}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_z - \mu\sigma_r); \\ \frac{\partial w}{\partial \zeta} &= \frac{R}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_r - \mu\sigma_t); & \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial \rho} &= 2(1 + \mu)\frac{R}{E}\tau_{rz} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

На циліндрових поверхнях валу (внутрішній $\rho = \frac{r}{R} = k$ і

Рис.1 Напруження валу, що виникають при складанні з'єднань з натягом

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \rho = k & \sigma_r = -p_1(\zeta), \tau_{rz} = \tau_1(\zeta); \\ \text{при } \rho = 1 & \sigma_r = -p_2(\zeta), \tau_{rz} = \tau_2(\zeta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

напруження σ_r, τ_{rz} , має дорівнювати таким заданим поверхневим силам:

Також мають бути виконані такі умови на торцевих поверхнях валу:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z = 0 & \sigma_z = \sigma_0(\rho), \tau_{rz} = \tau_0(\rho); \\ \text{при } z = l & \sigma_z = \sigma_l(\rho), \tau_{rz} = \tau_l(\rho) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Виключаючи з рівнянь (4) переміщення u та w , отримаємо два рівняння спільності деформацій, які відтворюються через напруження, а саме:

$$(1 + \mu)(\sigma_r - \sigma_t) + \mu\rho \frac{\partial}{\partial \rho}(\sigma_r + \sigma_z) - \rho \frac{\partial \sigma_t}{\partial \rho} = 0, \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}(\sigma_t - \mu\sigma_r - \mu\sigma_z) + \frac{\partial}{\partial \rho}(\sigma_z - \mu\sigma_r - \mu\sigma_t) - 2(1 + \mu)\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \zeta} = 0, \quad (8)$$

де μ – коефіцієнт Пуассона

Перше з цих рівнянь є умовою існування функції радіальних переміщень u , друге – умовою існування функції осевих переміщень w .

Система напружень $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$ та τ_{rz} , яка задовольняє рівнянням рівноваги (1) і (2), рівнянням спільності деформації (7) і (8) та граничним умовам, є точним розв'язком задачі.

Задача, що розглядається, є достатньо складною, відтак поки що невідомі рішення (окрім елементарних), які б точно задовольняли всім граничним умовам. [3].

Точне рішення для нескінченно довгого валу, який навантажений ступеневим нормальним тиском на бічній поверхні, отримано в роботі [4]. Використовуючи метод суперпозиції, це рішення можна використовувати для розрахунку суцільного валу при нормальному навантаженні, яке довільно змінюється за довжиною.

Для порожнистого валу визначення, що пов'язані з побудовою точних рішень, стають надзвичайно складними, відтак перевагу слід віддати наближеним рішенням задачі. Одним із таких методів є варіаційний метод.

Для викладу варіаційного методу розрахунку розглянемо вал із зовнішнім радіусом R , внутрішнім r , який знаходиться під навантаженням на циліндричних поверхнях нормальними і дотичними силами $p_1(z)$, $\tau_1(z)$ (на внутрішній поверхні) та $p_2(z)$, $\tau_2(z)$ (на зовнішній поверхні).

Введемо безрозмірні координати $\frac{s}{R} = \rho$, де $s = 1, 2, 3 \dots$ – чисельний коефіцієнт, $\frac{z}{R} = \zeta$.

Відношення радіусів позначимо $\frac{r}{R} = k$.

Рішення може бути використане при $0,2 < k < 0,9$. При $k \geq 0,9$ вал необхідно розглядати як тонку оболонку. Вираження для дотичного напруження задамо у вигляді такого ряду:

$$\tau_{rz} = \Phi'_1(\zeta)\rho + \Phi'_2(\zeta)\frac{1}{\rho} + Z'_1(\zeta)V'_1(\rho) + Z'_2(\zeta)V'_2(\rho), \quad (9)$$

де

$$\Phi'_1(\zeta) = \frac{1}{1-k^2}(\tau_2 - k\tau_1)\zeta, \quad \Phi'_2(\zeta) = \frac{1}{1-k^2}(\tau_1 - k\tau_2) \quad (10)$$

$V'_1(\rho)$ і $V'_2(\rho)$ – задані функції, які дорівнюють нулю при $\rho = k$ та $\rho = 1$;

$Z'_1(\zeta)$, $Z'_2(\zeta)$ – шукані функції.

Перших два доданки виразу (9) дають можливість задовольнити умови, які покладено на дотичні напруження на поверхнях $\rho = k$ та $\rho = 1$; вони є точними значеннями вказаних напружень, якщо навантаження τ_1 та τ_2 постійні.

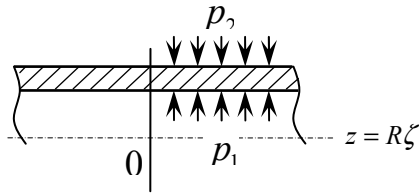
Інші члени формули (9) відповідають напруженням, що виникають у зв'язку зі зміною за довжиною валу дотичних і нормальних навантажень. Функції Φ' , Z' , V' представлені у вигляді похідних від початкових функцій Φ , Z , V для спрощення виразів.

Збільшення числа членів ряду (9) призводить до підвищення точності розрахунків, проте прогресивно зростає також їх трудомісткість.

Відповідно до варіаційного принципу Кастиліано [5], найбільше наближення може бути досягнуте при екстремальному значенні енергії деформації.

Якщо виразимо питому енергію деформації через напруження та проінтегруємо її за всім об'ємом валу, то отримаємо значення повної енергії у вигляді функціонала, що залежить від невідомих функцій Z_1 та Z_2 .

Вирази функцій $Z_1(\zeta)$ та $Z_2(\zeta)$ для довгого валу, на який діють елементарні нормальні і дотичні навантаження, згідно [6], мають вигляд:



$$\begin{aligned} Z_1 &= \pm \frac{n_1 p_1 - q_1 p_2}{4a_1} S_2(\pm \zeta), \\ Z_2 &= \pm \frac{n_2 p_1 - q_2 p_2}{4a_2} T_2(\pm \zeta) \end{aligned} \quad (11)$$

де $n_1, n_2, q_1, q_2, a_1, a_2$ – чисельні коефіцієнти, при $k=0,5$ $n_1(1-k)^3 = 9,15$, $n_2(1-k)^4 = 32,6$, $q_1(1-k)^3 = 15,5$, $q_2(1-k)^4 = -50,9$, $a_1(1-k)^3 = 13,8$, $a_2(1-k)^5 = 167$;

$$S_2(\pm \zeta) = \frac{1}{m_1 \sqrt{2} \sin \varphi_1} e^{-\alpha_1 \zeta} \sin \beta_1 \zeta, \quad T_2(\pm \zeta) = \frac{1}{m_2 \sqrt{2} \sin \varphi_2} e^{-\alpha_2 \zeta} \sin \beta_2 \zeta;$$

де $\varphi_1 = \arctg \frac{\beta_1}{\alpha_1}$, $\varphi_2 = \arctg \frac{\beta_2}{\alpha_2}$, $\alpha_1 = \sqrt{m_1^2 + s_1^2}$, $\alpha_2 = \sqrt{m_2^2 + s_2^2}$, $\beta_1 = \sqrt{m_1^2 - s_1^2}$, $\beta_2 = \sqrt{m_2^2 - s_2^2}$;

m_1, m_2, s_1, s_2 – чисельні коефіцієнти, при $k=0,5$ $m_1^4(1-k)^2 = 5,42$, $m_2^4(1-k)^4 = 136$, $s_1^2 = 1,06$, $s_2^2(1-k)^2 = 6,35$

Розглянуте тут навантаження на вал при складанні з'єднань з натягом має на початку координат особливість (злам або стрибок епюри тиску, зосереджене навантаження). З віддаленням від перетину $\zeta = 0$ функції Z швидко згасають, тому, на відстані, більшій $2R\sqrt{1-k}$, напруження і деформації визначаються формулами Ляме.

Довільний закон розподілу осесиметричних навантажень на бічних поверхнях валу може бути завжди апроксимований як кусочно-лінійний, такий, що містить кінцеве число зламів і стрибків навантаження.

При цьому функції Z , обумовлені дією всього навантаження, знаходять підсумовуванням функцій, відповідних кожній з особливостей навантаження.

Для практичних обчислень передбачаємо, що на кожній ділянці дотичні навантаження постійні (тобто τ_1 та τ_2 змінюються за ступінчастим законом), то $\Phi_1''(\zeta) = \Phi''(\zeta) = 0$ на кожній ділянці.

Оскільки нас цікавлять деформації валу на зовнішній при $\rho=1$ і внутрішній при $\rho=k$ поверхнях, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \text{При } \rho = k \quad & \sigma_r = -p_1(\zeta); \quad \tau_{rz} = \tau_1(\zeta); \\ & \sigma_z = \frac{N}{F} - Z_1(\zeta)V_1''(k) - Z_2(\zeta)V_2''(k); \\ & u \frac{E}{r} = p_1(\zeta) \left(\frac{1+k^2}{1-k^2} + \mu \right) - p_2(\zeta) \frac{2}{1-k^2} + Z_1''(\zeta)2J_1 + Z_2''(\zeta)2J_2 - \mu \frac{N}{F}; \\ & \sigma_t = u \frac{E}{r} + \mu \sigma_z - \mu p_1(\zeta). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

При $\rho = 1$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -p_2(\zeta); \quad \tau_{rz} = \tau_2(\zeta); \\ \sigma_z &= \frac{N}{F} - Z_1(\zeta)V_1''(1) - Z_2(\zeta)V_2''(1); \\ u \frac{E}{R} &= p_1(\zeta) \frac{2k^2}{1-k^2} - p_2(\zeta) \left(\frac{1+k^2}{1-k^2} - \mu \right) + Z_1''(\zeta)K_1 + Z_2''(\zeta)K_2 - \mu \frac{N}{F}; \\ \sigma_t &= u \frac{E}{R} - \mu p_2(\zeta) + \mu \sigma_z. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

У формулах (12) і (13) N — нормальна сила в даному поперечному перетині циліндра, що визначається з рівнянь статики; F — площа поперечного перетину циліндра; K_1 та K_2 — чисельні коефіцієнти, при $k=0,5$ $K_1 \frac{10^2}{(1-k)^2} = 3,890$, $K_2 \frac{10^3}{(1-k)^5} = -3,182$ [7]

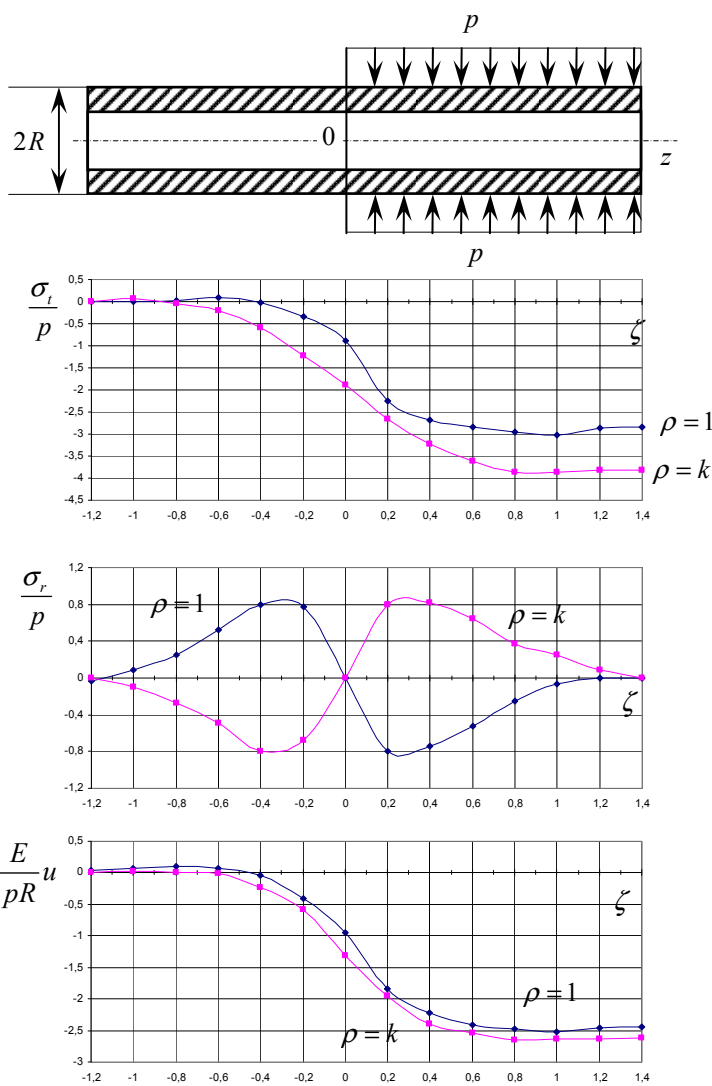


Рис. 2. Епюри напружень і радіальних переміщень для довгого полого валу з відношенням $k = 0,5$

За результатами розрахунку щодо використання формул, які наведені вище, для з'єднань з натягом були побудовані епюри напружень і радіальних переміщень для довгого полого валу з відношенням $k = 0,5$, навантаженим рівномірним зовнішнім тиском у правій частині ($\zeta > 0$) і вільного від навантаження – в лівій частині ($\zeta < 0$) (рис.2). Це практично відповідає навантаженню вала при складанні з'єднань з натягом, в яких охоплююча втулка розташована на краю валу.

Функції $Z_1(\zeta)$ та $Z_2(\zeta)$ були розраховані за формулами (11), а напруження та переміщення — за формулами (12) і (13). Як видно з епор, вплив стрибка тиску поширюється в обидва боки приблизно на $1,2R$, поза цією зоною напруження та деформації визначають за формулами Ляме.

Слід звернути увагу на те, що в точці розриву зовнішнього навантаження ($\zeta = 0, \rho = 1$)

напруження також розривні. Розрив напружень σ_z дорівнює p , а напруження $\sigma_t = 2\mu p$. Оскільки рішення наближене, воно дає безперервний розподіл σ_z .

Значення епюр, наведених на рис. 2, полягає в тому, що їх можна використовувати як лінії впливу для розрахунку валу при нормальному навантаженні, розподіленому за довільним законом на зовнішній поверхні. Для цього епюру тиску треба апроксимувати ступінчастим графіком і підсумовувати напруження і переміщення, які визивають кожне з елементарних навантажень, з яких складається задане навантаження.

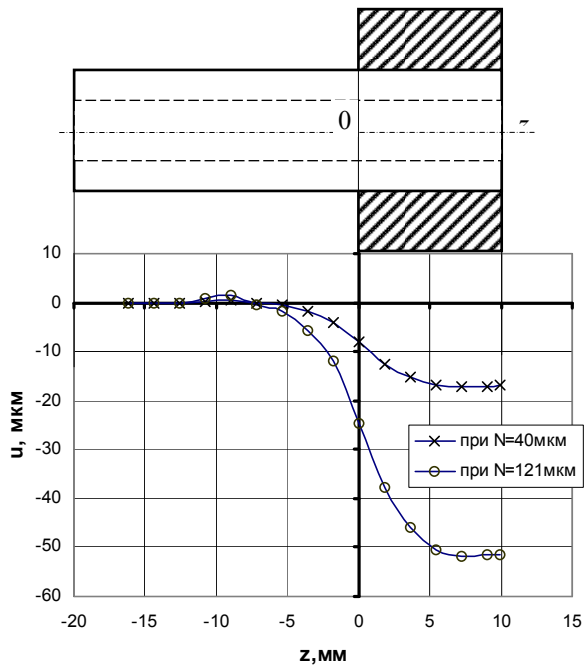


Рис. 3. Нормоване розподілення деформацій зовнішньої поверхні валу для посадки $\varnothing 18H8/z8$

Виходячи з вищевказаного, розраховані та побудовані епюри деформацій u зовнішньої поверхні ($\rho = 1$) валу для з'єднання з натягом деталей зі ст45, яке складене з рекомендованою ГОСТ 25347-82 посадкою $\varnothing 18H8/z8$. Геометричні розміри деталей з'єднання: внутрішній діаметр валу $d = 9\text{мм}$, номінальний діаметр з'єднання $d_{нз} = 18\text{мм}$ зовнішній діаметр втулки $D = 40\text{мм}$, довжина зони контакту $l_k = 10\text{мм}$. довжина валу $l = 30\text{мм}$.

Згідно з [8] для посадки $\varnothing 18H8/z8$ натяг N коливатиметься в межах $40 \div 121\text{мкм}$, відповідно, розраховані та побудовані епюри деформацій для всього діапазону натягів. Величина середнього p питомого тиску

$\left(\frac{H}{\text{м}^2}\right)$, при умові складання з'єднань з середнім натягом N для досліджуваної посадки визначалася

залежністю:

$$p = \frac{N}{d_{нз} \left(\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \right)},$$

де $d_{нз}$ – номінальний діаметр з'єднання, м; E_1 и E_2 – модулі пружності матеріалів відповідно охопленої (вала) та охоплюючої (втулки) деталей в $\frac{H}{\text{м}^2}$ (для сталі 45 $E = (1,96 - 2)10^{11} \frac{H}{\text{м}^2}$); c_1 и c_2 – коефіцієнти Ляме, які визначаються такими залежностями:

$$c_1 = \frac{1 + \left(\frac{d}{d_{нз}}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_{нз}}\right)^2} - \mu_1; \quad c_2 = \frac{1 + \left(\frac{d_{нз}}{D}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_{нз}}{D}\right)^2} + \mu_2,$$

де μ_1 и μ_2 – коефіцієнти Пуассона відповідно для матеріалів валу та втулки (для сталі 45 $\mu = 0,3$).

Таким чином, скориставшись епюрами, зображеними на рис.2, та визначивши питомий тиск, отримано можливість нормувати розподілення напружень та деформацій зовнішньої поверхні валу вздовж осі. Для випадку найменшого $N = 40 \text{ мкм}$ і найбільшого $N = 121 \text{ мкм}$ натягів рекомендованої ГОСТ 25347-82 посадки $\varnothing 18 \frac{H8}{z8}$ нормоване розподілення деформацій на зовнішній поверхні валу вздовж осі представлено на рис.3

Висновки

Запропонована методика теоретичного розрахунку зміни геометричної форми валу для посадки з великими натягами, складання яких супроводжується пружно-пластичними деформаціями з'єднаних деталей.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ефремов В.В., Наумов В.А., Чурсин А.А. Теория и практические вопросы работоспособности элементов машин, приборов и аппаратуры. – Иркутск: – Изд-во Иркут. ун-та. – 1984. – 220 с.
2. Павленко В.М., Петко І.В., Головка Д.Б. Визначення впливу напружень та деформацій на якість з'єднань із натягом // ВІСНИК КНУТД, – 2007. – №2. – с. 34–40.
3. Лурье А.И. Пространственная задача теории упругости. М.: – ГИТТЛ. –1955.
4. Бидерман В.Л. Расчет симметрично нагруженных цилиндрических деталей. В кн. «Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении» под. ред. С.Д. Пономарева. М.: – Машгиз. –1950.
5. Лейбензон Л.С. Вариационные методы решения задач теории упругости. М.:– Л.– Гостехиздат.– 1947.
6. Горский В.Г. Расчет полых цилиндров, находящихся под действием осесимметричных касательных нагрузок. «Расчеты на прочность», сб. 9, М.: Машгиз.– 1963.
7. Прочность, устойчивость колебания. Справочник в трех томах. Т2. Под ред д-ра техн наук И.А. Биргера и чл.-корр АН Латвийской ССР Я.Г. Панновко., изд-во «Машиностроение», М.:1968 г. – 464 с.
8. ГОСТ 25347-82 Поля допусков и рекомендуемые посадки.

Надійшла 11.01.2010

УДК 685.3

МЕТОД ДІАЛОГОВОГО КОРИГУВАННЯ РОЗКРІЙНИХ СХЕМ, ПОБУДОВАНИХ АВТОМАТИЧНО

В.І. ЧУПРИНКА, О.О. ХОМЕНКО, Л.Т. СВИСТУНОВА

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі запропоновано метод діалогового коригування автоматично побудованих розкрійних схем, який заснований на ідеї дроблення відрізків і позбавлений недоліків методів кутів та променя.

Автоматично побудовані розкрійні схеми часто потребують коригування у діалоговому режимі, оскільки не завжди є задовільною щільність укладки деталей, а також можливе не забезпечення їх повної комплектності. Діалоговий режим формування схем розкрою деталей заснований на спільній участі в процесі їх формування оператора і засобів системи автоматизованого проектування (САПР). Оператор виконує творчу частину процесу, а засоби САПР реалізують технічне розв'язання задачі проектування