УДК.531.18

АВДОНІН К.В.
Київський національний університет технологій та дизайну

МОДЕЛЬ ЛОКАЛЬНОГО ОБЕРТАННЯ У СПЕЦІАЛЬНІЙ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

Мета. *Створення моделі локально обертового руху точок простору, яка враховує релятивістські ефекти в межах спеціальної теорії відносності.*

Методика. *Використовується метод заміни неінерціальної системи відліку неперервною сукупністю локально-інерціальних систем відліку.*

Результати. *Запропонований шлях отримання узагальнених перетворень Лоренца та системи інтегро-диференціальних рівнянь, що визначають ансамбль локально-інерціальних систем відліку. Для прикладу застосування знайдених співвідношень проведені чисельні розрахунки, при обраній релятивістській, кутовій швидкості обертання.*

Наукова новизна. *Створена нова модель опису релятивістських ефектів при рівномірному обертальному русі, відносно нерухомої осі.*

Практична значимість. *Підвищення повноти викладання матеріалу теми «Спеціальна теорія відносності», яка розглядається у дисциплінах «Фізика» та «Загальна фізика».*

Ключові слова: *модель, перетворення, рух, координати, відносність.*

Вступ. На сьогоднішній день питання про перетворення простору під час його обертального руху, з точки зору спеціальної теорії відносності, не є остаточно вирішеним. Існують різні моделі, наприклад, в роботі [1] розглядається модель, у якій всі точки обертального простору мають однакову, відносно початку координат, кутову швидкість обертання. Головним недоліком такої моделі є виникнення невизначеності залежності від часу відстані до осі обертання точок рухомого простору.

У даній роботі для опису обертального руху пропонується замість одного рухомого, обертального простору розглядати відносний, обертальний рух сукупності локальних, нескінченно близьких, інерціальних (для нескінченно малих відрізків часу) систем відліку. Початок координат кожної такої локальної системи відліку обертається навколо початку координат передуючої системи відліку з заданою, постійною кутовою швидкістю. У класичному випадку, коли час плине однаково у всіх системах відліку, сукупність всіх локально інерціальних систем буде еквівалентна класичному обертальному простору.

Постановка завдання. У початковий момент часу відповідні вісі координат рухомої та локальних систем координат паралельні, а всі годинники показують однаковий час. Позначимо через ω - локальну кутову швидкість обертання точок рухомого середовища, через x_i , де: $i = 1, 2, 3, 4$; $x_4 = ct$ - координати точки рухомого простору, відносно нерухомої системи відліку, через υ_α ; де: $\alpha = 1, 2, 3$ та υ - відповідні проекції та модуль швидкості руху точки рухомого простору, відносно нерухомої системи відліку (надалі латинські індекси пробігають значення від одиниці до чотирьох а грецькі індекси від одиниці до трьох), позначимо через λ - відстань точки рухомого простору до осі обертання у початковий момент часу.

Очевидно, що координати і швидкість руху точок рухомого середовища, відносно нерухомої системи відліку є функціями від двох аргументів: λ і t.

Позначимо через: $\delta x_i'$ та $d\upsilon_\alpha' = \dfrac{\delta x_\alpha'}{\delta t'}$ - зміни координат та проекцій швидкості руху початку відліку локальної системи координат, відносно нескінченно близької, передуючої локальної системи відліку, через υ_α - проекції швидкості руху точки рухомого простору, відносно нерухомої системи відліку:

$$\upsilon_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt} \quad . \tag{1}$$

Задачею роботи є знаходження та аналіз функцій $x_i(t,\lambda)$, $\upsilon_\alpha(t,\lambda)$ та $\upsilon(t,\lambda)$ у випадку нерухомої осі обертання.

Результати дослідження. Узагальнені перетворення Лоренца у випадку прямолінійного, рівномірного руху вздовж довільної прямої лінії мають вигляд:

$$dx_i = T_{is}\delta x_s' \quad , \tag{2}$$

де: $T_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \dfrac{\upsilon_\alpha \upsilon_\beta}{\upsilon^2}\left(\dfrac{1}{k} - 1\right)$; $T_{\alpha 4} = T_{4\alpha} = \dfrac{\upsilon_\alpha}{ck}$; $T_{44} = \dfrac{1}{k}$; $k = \sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}$.

В граничному випадку, якщо покласти $\upsilon_2 = \upsilon_3 = 0$, то вирази (2) переходять у звичайні перетворення Лоренца.

Знайдемо варіацію співвідношень (2) по параметру λ. Потім, розкладаючи отримані вирази в ряд Тейлора, і зберігаючи нескінченно малі величини тільки першого порядку, одержимо систему нелінійних, інтегро-диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \upsilon_\alpha}{\partial \lambda} = \omega P_{\alpha\beta} \cos\left(\omega t' + \varphi_\beta\right) \\ t' = \displaystyle\int_0^t \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2(\xi,\lambda)}{c^2}}\, d\xi \end{cases} , \tag{3}$$

де: $P_{\alpha\beta} = k\delta_{\alpha\beta} + \dfrac{\upsilon_\alpha \upsilon_\beta}{\upsilon^2}\left(k^2 - k\right)$; $\varphi_\beta = \varphi_0 - \dfrac{\pi}{2}\beta$, φ_0 - довільний початковий кут, $\alpha;\beta = 1,2$.

Для знаходження граничної умови для модуля швидкості руху розглянемо початок руху точок осі X'. Очевидно, що в початковий момент часу $\upsilon_1(0,\lambda) = 0$, $\upsilon_2(0,\lambda) = \upsilon(0,\lambda)$, $P_{22}(0,\lambda) = k^2$.

Тоді, з першого рівняння системи (3) випливає:

$$\frac{\partial \upsilon(0,\lambda)}{\partial \lambda} = \omega\left(1 - \frac{\upsilon^2(0,\lambda)}{c^2}\right). \tag{4}$$

Розв’язуючи диференціальне рівняння (9) знаходимо:

$$\frac{\upsilon(0,\lambda)}{c} = th\left\{\frac{\omega\lambda}{c}\right\} \quad . \tag{5}$$

Рівнянням (3) можна надати інтегральний вигляд, більш зручний для обчислень:

$$\begin{cases} \upsilon_\alpha = \omega(1+k)\int\limits_0^\lambda \frac{k\cos(\omega t' + \varphi_\alpha)}{1+k} d\lambda \\ t' = \int\limits_0^t \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2(\xi,\lambda)}{c^2}} d\xi \end{cases}. \quad (6)$$

В граничному випадку, якщо $k \to 1$ система рівнянь (4) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \upsilon_\alpha = \omega\lambda\cos(\omega t' + \varphi_\alpha) \\ t' = t \end{cases},$$

який добре узгоджується з класичним обертальним рухом.

Висновки. Обчислення, проведені за допомогою створеної моделі локально обертового руху, показали, що модуль швидкості руху точок, відносно нерухомої системи у зафіксований момент часу, при початкових відстанях менших за критичне значення практично не залежить від часу і співпадає з початковим значенням швидкості.

При початкових відстанях, що перевищують критичне значення, залежність модуля швидкості від часу стає помітною, має пульсуючий характер і період пульсацій зростає зі збільшенням λ.

Залежність модуля радіус-вектора від часу теж має періодичний характер. Амплітуда коливань збільшується зі зростанням λ. Спектр частот залежить від початкової відстані λ, але для будь яких початкових відстаней існує спільна мода коливань високої частоти. При значеннях λ більше за критичне з'являються низькочастотні моди коливань, частота яких збільшується зі зростанням λ, та часові аперіодичні зміни: після початку руху радіус-вектор зменшується до метастабільного значення. Чим більше значення λ, тим швидше відбувається це зменшення. Після перебування у метастабільному стані відбувається перехід до нового метастабільного стану з меншою амплітудою і т.д., до переходу у стабільний стан, при прямуванні часу до безмежності.

Список використаних джерел

1. *Авдонін К.В., Шут А.М.* Обертання твердого тіла у спеціальній теорії відносності / К.В. Авдонін // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 3. – 2014. – С. 103 – 109.

2. *Авдонін К.В.* Знаходження окремих розв'язків однорідних диференціальних рівнянь у вигляді функціональних рядів / К.В. Авдонін // „Вісник", КНУТД, 2009., № 6, т. 50, С. 132 – 137.

3. *L.C.B. Crispino, A. Higuchi, G.E.A. Matsas* "The Unruh effect and its applications" Reviews of Modern Physics. 2008. Vol.80. No.3. P.787-838.

References

1. Avdonin K.V., Shut A.M. (2014). Oberttannya tverdogo tila y spetsialni teorii vidnosnosti [Rotation of solid's in limits special theory relativity]. Kyiv: NPU [in Ukrainian].

2. Avdonin K.V. (2009). Znahodjennya ocremuh rozvyazkiv odnoridnuh duferentsialnuh rivnyan y vuglyadi fynctsionalnuh ryadiv [Definite solutions of homogeneous differential equations in the form of functional series]. Kyiv: KNUTD [in Ukrainian].

3. *L.C.B. Crispino, A. Higuchi, G.E.A. Matsas* "The Unruh effect and its applications" Reviews of Modern Physics. 2008. Vol.80. No.3. P.787-838.

МОДЕЛЬ ЛОКАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

АВДОНИН К.В.
Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Создание модели локально вращательного движения точек пространства, учитывающей релятивистские эффекты в пределах специальной теории относительности.

Методика. Использован метод замены неинерциальной системы отсчета непрерывной совокупностью локально-инерциальных систем отсчета.

Результаты. Предложен путь получения обобщенных преобразований Лоренца и системы интегро-дифференциальных уравнений, определяющих ансамбль локально-инерциальных систем отсчета. Для примера применения найденных соотношений проведены численные расчеты, для релятивисткой, угловой скорости вращения.

Научная новизна. Создана новая модель преобразования пространства при вращательном движении, относительно неподвижной оси.

Практическая значимость. Усиление полноты изложения материала темы «Специальная теория относительности», которая рассматривается при изучении дисциплин «Физика» и «Общая физика».

Ключевые слова: *модель, преобразование, движение, координаты, относительность.*

MODEL OF LOCAL ROTATIONS IN SPECIAL THEORY RELATIVITI

AVDONIN K.
Kyiv National University of Technology and Design

Purpose. Deriving the model of local rotations, that takes relativistic effects in limits special theory relativity.

Methodology. Method replacing noninertial system sample continuous set inertial system sample used.

Findings. Way of obtaining generalized Lorentz transformation and system of integral-differential equations, that define continuous set inertial system sample. Approximate calculus for high rotational speeds.

Originality. A new model of local rotation relative to the fixed axes is created.

Practical value. Improving the sake of completeness theme “Special Theory Relativity”, which is included into “Physics” and “General Physics”.

Keywords: *model, transformation, moving, coordinates, relativity.*