



УДК: 519.8

ФУНКЦІ КОЛЕКТИВНОЇ КОРИСНОСТІ ТА ПОРЯДКИ КОЛЕКТИВНОГО ДОБРОБУТУ

Студ. М.В. Дреля, гр. БФ-1-15

Наук. керівник доцент О.Л. Блохін

Київський національний університет технологій та дизайну

Позначимо через $N = \{1, 2, \dots, n\}$ «співтовариство» тобто безліч зафіксованих агентів, які беруть участь, так що розподіл вигоди є елемент $u = (u_1, \dots, u_n)$ простору E^N (E позначає множину дійсних чисел). Порядком колективного добробуту називається упорядкування R в E^N (повне, рефлексивне і транзитивне відношення на E^N). Позначимо через P його сувору компоненту, а через I – відповідне відношення байдужості:

$$\begin{aligned} u P v &\iff \{u P v, \text{ але не } v R u\}, \\ u I v &\iff \{u R v \text{ і } v R u\}. \end{aligned}$$

Всюди передбачається, що ПКД задовольняє двом додатковим властивостям.

1 властивість. Анонімність (симетрія по агентам). Якщо u отримали із v перестановкою координат, то u і v однакові по перевазі: $u I v$.

2 властивість. Одноставність. Якщо $u, v \in E^N$, так що $u_i \geq v_i$ для всіх $i \in N$ (позначається $u \geq v$), то $u R v$. Більш того, якщо $u_i > v_i$ для всіх $i \in N$ (позначається $u > v$), то u строго краще v : $u P v$.

Функцією колективної корисності називається дійсна функція W , визначена на E^N і задовольняюча таким двом властивостям.

1 властивість. W симетрично по змінним u_1, \dots, u_n .

2 властивість. Якщо $u, v \in E^N$ так, що $u \geq v$, то $W(u) \geq W(v)$ [якщо $u > v$, то $W(u) > W(v)$].

Два приклади нам відомі: егалітарна ФКК $W_e(u) = \min u_i$ і утилітарна ФКК $W_*(u) = \sum_{i=1}^n u_i$. Не всі порядки колективного добробуту можуть бути представлені функцією колективної корисності.

Теорема. Лексичний порядок колективного добробуту не представляється функцією колективної корисності.

Теорема. Нехай порядок колективного добробуту R задовольняє наступну умову.

Для всіх $u, v \in E^N$ таких, що $u P v$, існують u', v' скільки завгодно близькі до u, v таки, що $u' > u, v' > v$ і $u' P v'$. Або аналогічно, існують u'', v'' , скільки завгодно близькі до u, v таки, що $u'' < u, v'' < v$ і $u'' P v''$. Тоді ПКД R слабо представлений неперервною ФКК.

УДК 519.86:629.76

ІЄРАРХІЧНИЙ ПІДХІД ДЛЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Студ. С.В. Бондар, гр. БМР 1-15

Наук. керівник доц. О.Л. Блохін

Київський національний університет технологій та дизайну

Ієрархічний підхід включає в якості своєї основи ієрархію математичних моделей. Розподіл моделей по ієрархічних рівнях (рівнями абстрагування) відбувається за ступенем деталізації описуваних властивостей і процесів, що протікають в об'єкті. При цьому на кожному ієрархічному рівні використовують свої поняття "система" і "елементи".

Тільки в деяких випадках буває зручним і виправданим побудова математичних моделей навіть відповідно до простих об'єктів відразу у всій повноті, з врахуванням всіх факторів, важливих для його поведінки. Тому природній підхід, реалізований «від простого – до складного», коли наступний крок робиться після достатньо детального вивчення не дуже складної моделі. При цьому виникає ланцюг (ієрархія) все більше повних моделей, кожна з яких включає попередню як частинний випадок.



Побудуємо такий ієрархічний ланцюг на прикладі моделі багатоступінчастої ракети. Реальна одноступінчаста ракета не в змозі розвинути першу космічну швидкість. Причина цьому – витрати пального на розгін непотрібної, відпрацьованої структурної маси. Отже, при русі ракети необхідно періодично позбавлятися від баласту. В практичній конструкції це означає, що ракета складається з декількох ступенів, відкинутих по мірі їх використання.

Нехай m_i – загальна маса i -ступені, λm_i – відповідна структурна маса (при цьому маса палива дорівнює величині $(1 - \lambda)m_i$), m_p – маса корисного навантаження. Величини λ і швидкість витікання газів однакові для всіх ступенів. Візьмемо для визначеності число ступенів $n=3$. Початкова маса такої ракети дорівнює:

$$m_0 = m_p + m_1 + m_2 + m_3.$$

Двохступенева ракета придатна для виводу на орбіту деякої корисної маси (але при одній тоні корисного вантажу необхідно мати ракету з вагою 149 тон). Перехід до третього ступеня зменшує масу ракети майже в два рази (але, звичайно, ускладнює її конструкцію), а чотирьохступенева ракета не має помітних переваг порівняно до трьохступеневої.

Ієрархія математичних моделей часто будується і по протилежному принципу «від складного – до простого». В цьому випадку реалізується шлях «зверху вниз» – із достатньо загальної і складної моделі при відповідних спрощуючих припущеннях виходить послідовність все більше простих (але зі звуженою областю застосування) моделей.

УДК 519.825

ПРОПОРЦІЙНИЙ ПОДІЛ В МЕХАНІЗМІ КОЛЕКТИВНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Студ. М.Є. Гейко, гр. БМР 1-15

Наук. керівник доц. О.Л. Блохін

Київський національний університет технологій та дизайну

Відомий французький фахівець з теорії ігор Ерве Мулен присвятив свою наукову працю питанням справедливого розподілу результатів, отриманих за рахунок кооперації, між учасниками кооперації.

При розгляді завдання розподілу витрат найкраще мати на увазі виробництво неподільного громадського продукту, скажімо будівництво моста або іншого подібного об'єкта колективного користування. Проблема в тому, як розподілити витрати на створення об'єкта.

Модель розподілу прибутку

Завдання поділу прибутку – нехай n агентів отримують від кооперації дохід $r > 0$. Повні витрати агента i складають $c_i > 0$. Припустимо, що кооперація приносить прибуток, тобто $\sum_{i=1}^n c_i \leq r$. Як вона повинна бути поділена?

Оскільки ми нічого не знаємо про значення $u(S)$ проміжної коаліції, припустимо, що S не спроможна створити кооперативного прибутку.

Звичайно, агент, у якого повні витрати перевищують середній рівень, може зауважити, що потрібно розглядати повні витрати агентів як чинники процесу виробництва, в якому дохід є виходом. У першому наближенні цьому процесу відповідають постійні доходи на масштаб, і x одиниць перетворюється в $r / \sum_{i=1}^n c_i \cdot x$ одиниць віддачі. Так що кожен агент повинен отримати ту частину випуску, яку він зробив, тобто агент i отримує $r \cdot (c_i / \sum_{i=1}^n c_i)$. Це і є пропорційне рішення. Віддача на одиницю індивідуальних витрат для всіх однакова.

Модель розподілу витрат

Завдання асигнувань на виробництво неподільного громадського продукту. Цей колективний об'єкт (міст) коштує $c > 0$ і приносить дохід $b_i \geq 0$ кожному з його користувачів

$i = 1, \dots, n$. Це простий колективний продукт: агент i витягує b_i одиниць з його споживання незалежно від того, скільки отримують інші агенти. Ми припускаємо, що спорудження об'єкта ефективно: $\sum_{i=1}^n b_i \geq c$. Як ми повинні розподілити витрати на нього?