

УДК 685.34.023.4 +  
678.057.74

**КУЛІК Т.І., ЗЛОТЕНКО Б.М.**

Київський національний університет технологій та дизайну

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕЧІЇ РОЗПЛАВУ ПОЛІМЕРНОГО МАТЕРІАЛУ В МАТЕРІАЛЬНОМУ ЦИЛІНДРІ ІНЖЕКЦІЙНОЇ МАШИНИ**

**Мета.** Прогнозування параметрів процесу подачі розплаву полімеру у відкриту прес-форму при інжекційно-пресовому формуванні.

**Методика.** У основу роботи покладені аналітичні методи досліджень. Для отримання математичних моделей були використані методи механіки рідини із врахуванням реологічних властивостей розплаву полімеру як неньютонівської рідини, що підкоряються степеневому закону.

**Результати.** Розроблено математичну модель течії розплаву полімеру у матеріальному циліндрі інжекційної машини.

**Наукова новизна.** Визначено залежність витрати розплаву полімеру від геометричних параметрів інжекційного вузла литтєвої машини: кута підйому, кроку та глибини витків черв'яка, його діаметру, а також параметрів процесу лиття: тиску та швидкості обертання шнека.

**Практична значимість.** Розроблені практичні рекомендації щодо розрахунку технологічних параметрів процесу інжекційного формування полімерних деталей взуття.

**Ключові слова:** полімерні деталі взуття, лиття під тиском, інжекційно-пресове формування, реологія, розплав полімеру.

**Вступ.** У виробництві полімерних деталей взуття найбільшого розповсюдження отримав метод лиття під тиском: у режимі екструзії розплав полімеру обертанням черв'яка подається до прес-форми та заповнює її, після чого черв'як зупиняється і осьовим рухом підживлює форму, компенсуючи природну усадку розплаву при його охолодженні. Даний спосіб використовується в основному для отримання товстостінних виробів. При цьому об'єм виробу може перевищувати паспортний обсяг уприскування литтєвої машини, але тиск, що розвивається у прес-формі невеликий, внаслідок чого геометрія виробу не повинна бути складною. Також утруднюється виготовлення тонкостінних виробів, обмежується гнзідність прес-форми, крім того, необхідно враховувати термостабільність полімеру.

**Постановка завдання.** У зв'язку із вищенаведеним постає питання розробки енергоефективного та ресурсозберігаючого методу виготовлення взуттєвих деталей із полімерних матеріалів. Враховуючи, що технологія переробки матеріалу значною мірою визначає якість готового виробу, дуже важливим є встановлення закономірностей процесу формування виробів з метою визначення оптимальних технологічних параметрів та конструктивних параметрів обладнання.

**Результати дослідження.** Для лиття деталей взуття із складними елементами доцільно використовувати метод лиття у відкриту форму з подальшим її закриттям та компресією за рахунок переміщення пуансона [1]. Такий спосіб забезпечить рівномірне затікання розплаву в оформлюючі елементи. Метод використовується для отримання виробів з великою площею пресування, коли заповнення форми супроводжується істотним падінням тиску розплаву в її периферійних частинах, що викликає ефект різномісності виробів. Сутність технології полягає в тому, що тиск на розплав у формі створюється не тільки

зусиллям інжекції, а й за рахунок пресового механізму вузла змикання - з використанням ливарних форм, конструкція яких допускає переміщення пуансона і після змикання (рис. 1).

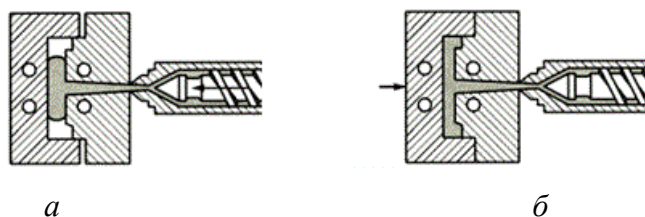


Рис. 1. Інжекційно-пресовий метод формування полімерних виробів:  
 а – заповнення форми; б – змикання форми та отримання виробу

З метою прогнозування параметрів процесу подачі розплаву у відкриту прес-форму розглянемо його течію в матеріальному циліндрі.

Течію розплаву в зазорі між шнеком і циліндром можна розглядати як рух між двома паралельними пластинами (рис. 2, а).

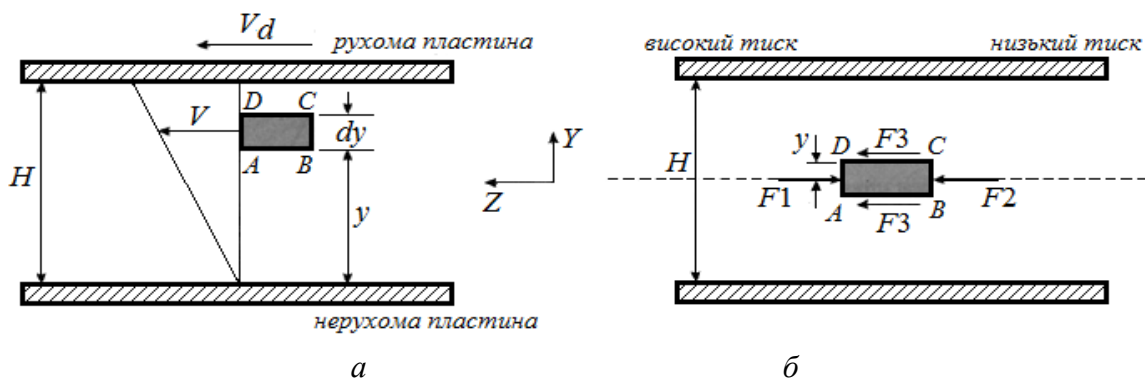


Рис. 2. Течія розплаву між двома паралельними пластинами:  
 а – схема безнапорної течії розплаву; б – схема напорної течії розплаву

Для малого елемента розплаву ABCD об'ємна витрата  $dQ$  дорівнює:

$$dQ = V \cdot dx \cdot dy, \quad (1)$$

де  $V$  – швидкість руху елемента розплаву;

$dx, dy$  – розміри елемента розплаву.

Вважаючи градієнт швидкості лінійним, отримаємо:

$$V = V_d \cdot \left[ \frac{y}{H} \right],$$

де  $V_d$  – швидкість руху пластини;

$y$  – відстань від виділеного елемента розплаву до нерухокої пластини;

$H$  – висота каналу.

Підставляючи цей вираз в (1) та інтегруючи по висоті каналу  $H$  та по відстані між поверхнями витків черв'яка  $T$ , отримаємо об'ємну витрату в каналі  $Q_d$ :

$$Q_d = \int_0^T \int_0^H \frac{V_d \cdot y}{H} \cdot dy \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot T \cdot H \cdot V_d. \quad (2)$$

На рис. 3. показано положення такого елемента рідини в зазорі між черв'яком та циліндром, для якого швидкість руху пластини може бути представлена у вигляді:

$$V_d = \pi \cdot D \cdot N \cdot \cos \varphi ,$$

де  $D$  – діаметр черв'яка;  
 $N$  – частота обертання черв'яка;  
 $\varphi$  – кут підйому витків черв'яка.

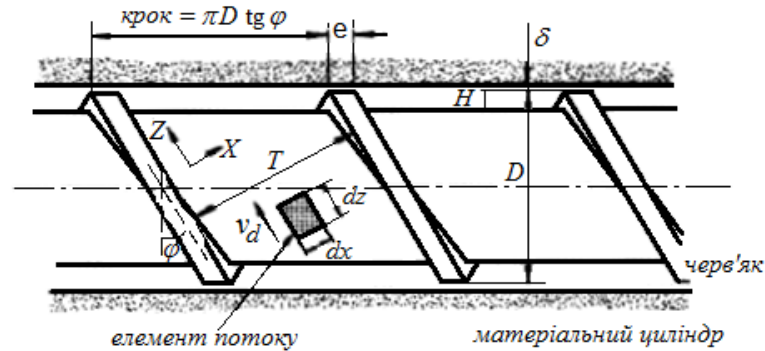


Рис. 3. Схема черв'яка литтєвої машини

$$T = (\pi \cdot D \cdot \tan \varphi - e) \cdot \cos \varphi ;$$

$$Q_d = \frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot D \cdot \tan \varphi - e) \cdot (\pi \cdot D \cdot N \cdot \cos^2 \varphi) \cdot H .$$

У більшості випадків величина  $e$  набагато менша ніж  $\pi \cdot D \cdot \tan \varphi$  тому можна цей вираз спростити до вигляду:

$$Q_d = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N \cdot H \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi . \quad (3)$$

Виділимо елемент рідини, як показано на рис. 2, б. На цей елемент діють сили:

$$F_1 = \left( P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) \cdot dy \cdot dx ; \quad F_2 = P \cdot dy \cdot dx ; \quad F_3 = \tau_y \cdot dz \cdot dx ,$$

де  $P$  – тиск;  
 $\tau_y$  – зсувні напруження.

Для усталеної течії елемент рідини знаходиться в рівновазі, тому сили можуть бути прирівняні наступним чином:

$$F_1 = F_2 + 2 \cdot F_3 ,$$

Підставляючи значення сил у цей вираз, отримаємо:

$$y \cdot \frac{dP}{dz} = \tau_y . \quad (4)$$

Зсувні напруження  $\tau_y$  можуть бути виражені через в'язкість  $\mu$  і швидкість деформації  $\dot{\gamma}$  [2]:

$$\tau_y = \mu \cdot \dot{\gamma}^n = \mu \cdot \left( \frac{dV}{dy} \right)^n ,$$

де  $n$  – індекс течії розплаву.

Підставляючи це значення в (4), отримаємо:

$$y \cdot \frac{dP}{dz} = \mu \cdot \left( \frac{dV}{dy} \right)^n$$

Інтегруючи, отримуємо:

$$\int_0^V dV = \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \int_{-\frac{H}{2}}^{-y} y^n dy$$

$$V = \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \cdot \left( \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1}{n}+1} - y^{\frac{1}{n}+1} \right). \quad (5)$$

Для елемента рідини глибиною  $dy$  витрата розплаву  $dQ$  буде:

$$dQ = V \cdot T \cdot dy. \quad (6)$$

Після підстановки (5) в (6) та інтегрування по висоті каналу отримуємо витрату розплаву  $Q_p$ , яка визначається перепадом тиску по довжині каналу:

$$Q = 2 \cdot T \cdot \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}+2} \cdot \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1}{n}+2}. \quad (7)$$

По відношенню до елемента рідини, що знаходиться між витками черв'яка, як показано на рис. 3, це рівняння може бути перетворене, враховуючи наступні підстановки.

Оскільки  $e$  – мала величина, то відстань між поверхнями витків черв'яка (рис. 2, а) може бути виражена як:

$$T = \pi \cdot D \cdot \tan \varphi \cdot \cos \varphi.$$

Крім того:

$$\sin \varphi = \frac{dL}{dz}$$

Звідки:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dP}{dL} \cdot \sin \varphi.$$

Таким чином, вираз для  $Q_p$  набуває вигляду:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot D \cdot (\sin \varphi)^{\frac{1}{n}+1} \cdot \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dL} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}+2} \cdot \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1}{n}+2}. \quad (8)$$

Гرادієнт тиску виразимо у вигляді:

$$\frac{dP}{dL} = \frac{P}{L},$$

де  $L$  – довжина матеріального циліндра.

Сумарна витрата розплаву складатиме:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N \cdot H \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - 2 \cdot \pi \cdot D \cdot (\sin \varphi)^{\frac{1}{n}+1} \cdot \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{P}{L} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{1+2n} \cdot \left( \frac{H}{2} \right)^{\frac{1}{n}+2}. \quad (9)$$

На рис. 4 наведена залежність витрати розплаву в матеріальному циліндрі від кута підйому витків черв'яка, розрахована за виразом (9) для наступних характеристик: діаметр черв'яка  $D=40$  мм; глибина витка  $H=3$  мм; відношення  $L/D=24$ .

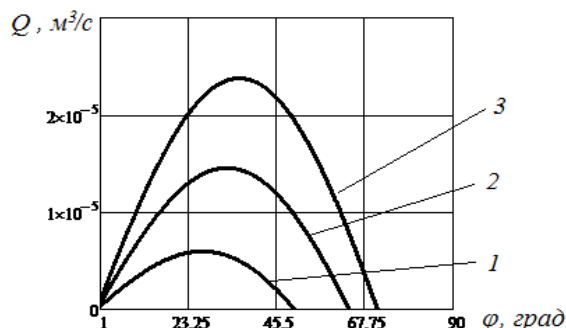


Рис. 4. Залежність витрати розплаву від кута підйому витків черв'яка:  
 1 –  $N=50$  об/хв; 2 –  $N=100$  об/хв; 3 –  $N=150$  об/хв

При вільному витіканні розплаву з матеріального циліндра витрата розплаву, згідно з (9) буде:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \pi^2 \cdot D^2 \cdot N \cdot H \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi. \quad (10)$$

На рис. 5 і 6 наведені залежності витрати розплаву від діаметра і висоти каналу черв'яка при вільному витіканні розплаву, розраховані за виразом (9).

При зупинці потоку на виході з матеріального циліндра  $Q=0$  і тиск в дозі розплаву згідно (9) буде:

$$P = P_{\max} = \mu \cdot L \cdot \left[ \frac{\pi \cdot D \cdot N \cdot H \cdot (1 + 2n) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{4 \cdot n \cdot (\sin \varphi)^{\frac{1}{n}+1} \cdot (H/2)^{\frac{1}{n}+2}} \right]^n. \quad (11)$$

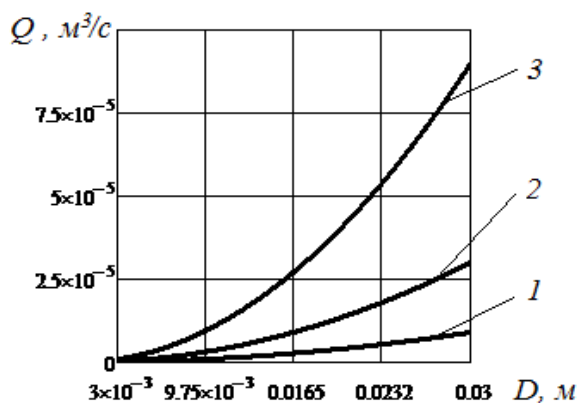


Рис. 5. Залежність витрати розплаву від діаметра черв'яка при вільному витіканні розплаву: 1 –  $H=3 \cdot 10^{-3}$  м; 2 –  $H=10 \cdot 10^{-3}$  м; 3 –  $H=30 \cdot 10^{-3}$  м

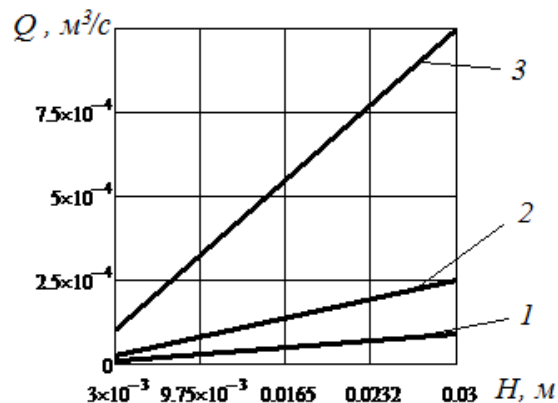


Рис. 6. Залежність витрати розплаву від висоти каналу черв'яка при вільному витіканні розплаву: 1 –  $D=30 \cdot 10^{-3}$  м; 2 –  $D=50 \cdot 10^{-3}$  м; 3 –  $D=100 \cdot 10^{-3}$  м

На рис. 7 наведена залежність максимального тиску в закритому матеріальному циліндрі від кута підйому витків черв'яка, розрахована за виразом (11).

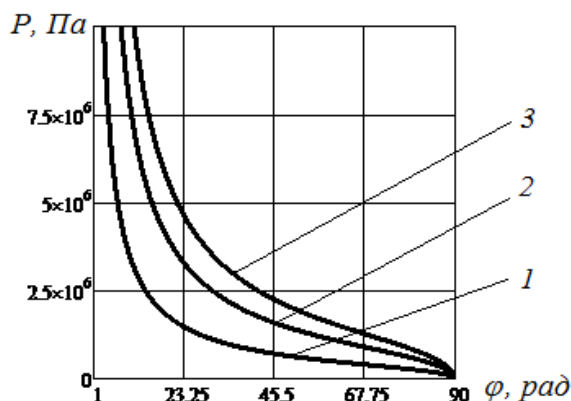


Рис. 7. Залежність максимального тиску в закритому матеріальному циліндрі від кута підйому витків черв'яка: 1 –  $N=20$  об/хв; 2 –  $N=100$  об/хв; 3 –  $N=200$  об/хв

**Висновки.** У результаті дослідження розроблена математична модель для прогнозування параметрів процесу подачі розплаву полімеру у відкриту прес-форму при інжекційно-пресовому формуванні. Це дало змогу визначити залежність витрати розплаву полімеру від геометричних параметрів інжекційного вузла литтєвої машини: кута підйому, кроку та глибини витків черв'яка, його діаметру; а також параметрів процесу лиття: тиску та швидкості обертання шнека. Отримано вираз для визначення максимально можливого тиску розплаву всередині матеріально циліндра інжекційної машини на стадії підживлення закритої прес-форми при інтрузійному формуванні виробів. Отже, на основі розробленої математичної моделі дані практичні рекомендації щодо розрахунку технологічних параметрів енергозберігаючого процесу інжекційного формування полімерних деталей взуття.

#### Список використаної літератури

1. Суберляк О. В. Технологія переробки полімерних та композиційних матеріалів [Текст] : підруч. для студ. вищ. навч. закл. / О. В. Суберляк, П. І. Баштанник. — Л.: Растр-7, 2007. — 376 с.
2. Хан Ч. Д. Реология в процессах переработки полимеров. Пер. с англ. / Под ред. Г. В. Виноградова и М. Л. Фридмана. — М.: Химия, 1979. — 368 с.

#### References

1. Suberlyak O. V. Tekhnolohiya pererobky polimernykh ta kompozytsiynykh materialiv [Tekst] : pidruch. dlya stud. vyshch. navch. zakl. / O. V. Suberlyak, P. I. Bashtannyk. — L.: Rastr-7, 2007. — p. 376.
2. Khan Ch. D. Reologiya v protsesakh pererabotki polimerov. Per. s angl. / Pod red. G. V. Vinogradova i M. L. Fridmana. — M.: Khimiya, 1979. — p. 368.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ  
РАСПЛАВА ПОЛИМЕРНОГО МАТЕРИАЛА В МАТЕРИАЛЬНОМ  
ЦИЛИНДРЕ ИНЖЕКЦИОННОЙ МАШИНЫ**

КУЛИК Т.И., ЗЛОТЕНКО Б.Н.

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

**Цель.** Прогнозирование параметров процесса подачи расплава полимера в открытую пресс-форму при инжекционно-прессовом формировании.

**Методика.** В основу работы положены аналитические методы исследований. Для получения математических моделей были использованы методы механики жидкости с учетом реологических свойств расплава полимера как неньютоновской жидкости подчиняющейся степенному закону.

**Результаты.** Разработана математическая модель течения расплава полимера в материальном цилиндре инжекционной машины.

**Научная новизна.** Определена зависимость расхода расплава полимера от геометрических параметров инжекционного узла литьевой машины: угла подъема, шага и глубины витков червяка, его диаметра, а также параметров процесса литья: давления и скорости вращения шнека.

**Практическая значимость.** Разработаны практические рекомендации по расчету технологических параметров процесса инжекционного формования полимерных деталей обуви.

**Ключевые слова:** полимерные детали обуви, литье под давлением, инжекционно-прессовое формирование, реология, расплав полимера.

**MATHEMATICAL MODELING OF FLOW PROCESS OF POLYMER  
MATERIAL MELT IN THE MATERIAL CYLINDER OF INJECTION MOLDING  
MACHINE**

KULIK T., ZLOTENKO B.

*Kiev National University of Technology and Design*

**Purpose.** Prediction of parameters the process of polymer melt flow into an open mold at the injection molding forming.

**Methodology.** Research is based on analytical methods. For mathematical models have been used methods of fluid mechanics based on the rheological properties of the polymer melt as a non-Newtonian fluid.

**Findings.** A mathematical model of the flow of the polymer melt in the material cylinder of injection machine is developed.

**Originality.** The dependence of the flow of polymer melt from the geometric parameters of the injection unit of an injection molding machine is determined: lead angle, depth and pitch of turns of the screw, the diameter and the molding process parameters: pressure and screw speed.

**Practical value.** Practical recommendations for the calculation of technological parameters of the process of injection molding of polymer parts of footwear are proposed.

**Keywords:** polymeric parts of shoes, injection molding, injection-pressing formation, rheology, polymer melt.