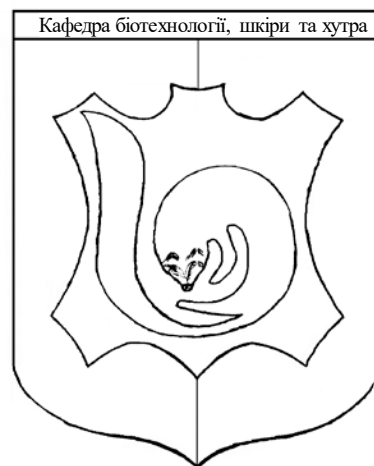


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет технологій та дизайну
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Данилкович А. Г., Сангінова О. В.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА



Підручник
Затверджено Вченою радою
Київського національного університету технологій та дизайну

Київ 2017

*Затверджено до видання Вченою радою КНУТД,
протокол № 1 від 27 вересня 2017 року*

Рецензенти: *Кузьмінський Є. В.* – доктор технічних наук, професор, зав. кафедри екобіотехнології та біоенергетики Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені І. Сікорського»;
Пансюк І. В. – доктор технічних наук, професор, академік Академії інженерних наук України та Української технологічної академії, зав. кафедри техногенної безпеки та тепломасообмінних процесів Київського національного університету технологій та дизайну;
Шут М. І. – доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАПН України, зав. кафедри загальної та прикладної фізики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова.

Данилкович А. Г.

Д18 Теоретичні основи технологічного забезпечення якості та ефективності виробництва : підручник / А. Г. Данилкович, О. В. Сангінова. – К. : КНУТД, 2017. – 175 с.
ISBN

Підручник відповідає програмі дисципліни «Теоретичні основи технологічного забезпечення якості та ефективності виробництва». У підручнику викладені сучасні принципи комплексного менеджменту якості та ефективності виробництва, європейський, американський і японський досвід підвищення показників ефективної діяльності підприємств. Розглянуто сучасні принципи та напрями менеджменту якості виробів (нові та новітні методи), концепцію планування виробничого експерименту, його специфіку, аналіз розвитку процесу в часі, оцінку економічної ефективності впровадження методів менеджменту якості виготовлення виробів.

Рекомендовано аспірантам, докторантам та науковим працівникам.

Іл. 41. Табл. 39. Додатків 5. Бібліогр. 22.

Друкується за редакцією авторів.

З М І С Т

ВСТУП.....	6
1 ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ПРИНЦИПИ КОМПЛЕКСНОГО МЕНЕДЖМЕНТУ ЯКОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА	7
1.1 Статистичне управління процесами	9
1.2 Сучасні принципи менеджменту якості продукції	12
1.3 Підвищення якості за допомогою нововведень	16
1.4 Збір та інтерпретація статистичної інформації	18
1.5 Інструменти контролю якості	19
1.6 Аналіз результатів спостережень за допомогою гістограм	21
1.7 Метод мозкового штурму	24
Приклад 1.1.....	26
Приклад 1.2	29
Задачі	30
2 КОМПЛЕКСНИЙ МЕНЕДЖМЕНТ ЯКОСТІ ВИРОБІВ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИРОБНИЦТВА	32
2.1 Графічні методи статистичного менеджменту якості	32
2.1.1 Діаграми Ісікави.....	32
2.1.2 Діаграма Парето	34
2.1.3 ABC-аналіз	36
2.1.4 Діаграми розсіювання.....	37
2.1.5 Контрольні карти, особливості їх застосування та побудова	41
2.1.6 Аналіз контрольних карт і менеджмент якості продукції	44
Приклад 2.1.....	48
Приклад 2.2.....	48
Приклад 2.3	51
Приклад 2.4	52
Приклад 2.5	54
Приклад 2.6	59
Задачі	59
3 СУЧАСНІ МЕТОДИ МЕНЕДЖМЕНТУ ЯКОСТІ ВИРОБІВ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА	67
3.1 Нові методи управління якістю виробів	67

3.1.1 Пошук рішень за методом мозкового штурму	67
3.1.2 Діаграма спорідненості	68
3.1.3 Діаграма (графік) зв'язків	69
3.1.4 Дерево рішень	70
3.1.5 Матричні діаграми	71
3.1.6 Стрілочна діаграма	73
3.1.7 Поточкова діаграма процесу	73
3.1.8 Матриця пріоритетів	74
3.2 Новітні методи управління якістю виробів	75
3.2.1 Розгортання функції якості	75
3.2.2 Методологія реперних точок	76
3.2.3 Аналіз форм і наслідків відмов	77
3.2.4 Аналіз діяльності підрозділів	78
3.2.5 Система «Нуль дефектів»	78
3.2.6 Система «Вчасно».....	79
3.2.7 Функціонально-вартісний аналіз.....	79
Приклад 3.1.....	80
Приклад 3.2	80
Приклад 3.3	81
Приклад 3.4	82
Приклади 3.5, 3.6	83
Приклад 3.7	84
Приклад 3.8	89
Задачі	90
Контрольні питання до розділів 1–3	91
4 ОПТИМІЗАЦІЯ РІВНЯ ЯКОСТІ ВИГОТОВЛЕННЯ ВИРОБІВ	93
4.1 Метод найменших квадратів в матричній формі	93
4.1.1 Визначення коефіцієнтів моделі.....	95
4.1.2 Статистична обробка моделі, лінійної за параметрами	97
Приклад 4.1.....	102
Завдання з МНК в матричній формі	104
4.2 Планування оптимального експерименту	106
4.2.1 Побудова плану експерименту	107
4.2.2 Обробка і статистичний аналіз результатів ПФЕ.....	113

Приклад 4.2.....	119
Завдання з оптимального планування експерименту	127
4.3 Методи оптимізації нелінійних функцій	127
Приклад 4.3	128
Приклад 4.4	129
Завдання з оптимізації функції при обмеженнях	133
4.4 Функція бажаності	134
Приклад 4.5.....	135
Завдання	138
Література	139
Предметний покажчик	141
Додаток А. Варіанти задач до теми 1.....	143
Додаток Б. Формули для розрахунку контрольних меж контрольних карт	155
Додаток В. Варіанти задач до теми 2	156
Додаток Г. Табличні критерії для обробки результатів експерименту.....	168
Додаток Д. Робота з клітинами в Microsoft Excel	171

ВСТУП

В результаті вивчення дисципліни «Теоретичні основи технологічного забезпечення якості та ефективності виробництва» аспірант повинен:

знати загальні теоретичні закономірності технології виробництв в галузі легкої промисловості, методи обробки інформації, отриманої при моніторингу виробництва, основні теоретичні положення, методи аналізу якості виробів і оптимізації процесів;

вміти обирати параметри регулювання, управління та оптимізації процесів легкої промисловості для підвищення ефективності виробництва та якості виробів; використовувати результати графічного представлення залежностей між впливовими факторами технологічних процесів та показниками якості виробів, інтерпретувати отримані результати для підвищення ефективності виробництва;

здатен продемонструвати вміння вибирати та застосовувати потрібні методи аналізу якості продукції для удосконалення виробництва;

володіти навичками використання статистичних методів обробки інформації для підвищення якості виробів легкої промисловості; застосування теоретичних положень та методів аналізу якості продукції для підвищення ефективності виробництва;

самостійно вирішувати проблеми удосконалення якості виробів легкої промисловості України та підвищувати ефективність виробництва;

мати здатність працювати в команді – узгоджено формувати теоретичні засади та технологічні рішення підвищення якості продукції та ефективності виробництва.

Необхідні обов'язкові *попередні та супутні модулі* (пререквізити і кореквізити): комп'ютерне математичне моделювання, стратегія розвитку виробництв та технологій легкої промисловості.

Зміст навчального модуля. Фундаментальні принципи комплексного управління якістю та ефективністю виробництва. Сучасні принципи та напрями управління якістю. Японський, американський та європейський досвід поліпшення показників ефективної діяльності підприємств. Комплексне управління якістю виробів та ефективністю виробництва. Приклади застосування всіх методів управління якістю виробів. Оптимізація рівня якості виготовлення виробів легкої промисловості. Концепція планування виробничого експерименту, його специфіка, аналіз розвитку процесу в часі. Плани експерименту. Оптимізація рівня якості виробів. Методи оптимізації. Математичні моделі залежностей показників якості виробів від факторів управління. Аналіз математичних моделей. Цільова функція оптимізації рівня якості продукції. Управління якістю на виробничій стадії життєвого циклу продукції. Оцінка економічної ефективності впровадження статистичних методів управління якістю виготовлення виробів.

Дисципліна розрахована на 120 навчальних годин, з яких лекцій – 10.

1. ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ПРИНЦИПИ КОМПЛЕКСНОГО МЕНЕДЖМЕНТУ ЯКОСТІ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА

План

- 1.1. Статистичне управління процесами
- 1.2. Сучасні принципи менеджменту якості продукції
- 1.3. Підвищення якості за допомогою нововведень
- 1.4. Збір та інтерпретація статистичної інформації
- 1.5. Інструменти контролю якості
- 1.6. Візуалізація та аналіз результатів спостережень за допомогою гістограм
- 1.7. Метод мозкового штурму

Якість, в широкому розумінні, відноситься до складних і динамічних понять, оскільки вимоги до них змінюються дуже швидко. Під терміном «якість» розуміють властиву будь-чому характеристику, яка може бути низькою, доброю і відмінною. Вимоги до якості поширюються на технологічні процеси, операції, продукцію, послуги, виробничі системи, методи, процедури, кваліфікацію персоналу, організаційні структури, управлінську діяльність.

Якість продукції за Міжнародним стандартом ISO 8402-94 стосується сукупності її властивостей, які обумовлюють придатність задовольняти певні потреби відповідно до її призначення; це сукупність таких властивостей і характеристик, які додають їй здатності задовольняти обумовлені чи передбачувані потреби. Більш широке поняття якості наведено в ДСТУ ISO 9000-2007 [11] – ступінь з яким сукупність власних характеристик виконує вимоги.

Потреби поділяють на:

- ✓ встановлені – зафіксовані в правових нормах, стандартах, розпорядженнях, замовленнях, договорах, технічних умовах постачань та ін.;
- ✓ передбачувані – результати маркетингових досліджень, нові розробки, формування споживного попиту тощо.

Вимоги до якості мають максимально відбивати встановлені й передбачувані потреби споживачів та бути документально оформленими. Вимоги суспільства стосуються захисту навколишнього середовища, охорони здоров'я, безпеки, надійності, збереження енергії і природних ресурсів та включають юридичні й нормативні вимоги.

Товар є результатом виконання цілого ряду технологічних процесів, кожний з яких впливає на його якість. За ДСТУ ISO 9000-2007 процес розглядається як сукупність взаємопов'язаних видів діяльності, які перетворюють вхідні елементи у вихідні. При цьому до природних ресурсів належить персонал, засоби обслуговування, устаткування, технологія і методологія.

На якості продукції відбивається не тільки якість виконання технологічних процесів, але й рівень організації виробництва, управління ним, рівень технологій і технічний стан устаткування, кваліфікація персоналу та ін. У той час рівень управління залежить від знань і досвіду керівництва, якості застосування методів управління тощо, а якість системи в цілому забезпечується раціональною організаційною структурою, розподілом відповідальності, механізмами взаємодії, мотивації та ін.

Отже, менеджмент якості в якому скоординована діяльність персоналу, полягає у спрямуванні та контролюванні організації щодо досягнення відмінної якості.

Досвід передових фірм-виробників переконливо підтверджує, що для досягнення високої й стабільної якості необхідно упроваджувати в усі процеси і на всіх рівнях діяльності підприємств менеджмент якості, який організаційно контролюється і постійно удосконалюється. Тобто система менеджменту дає змогу встановити політику і цілі та досягти їх. Отже, політика в області якості за ДСТУ ISO 9000-2007 це загальні наміри та спрямованість організацій, що пов'язані з якістю, офіційно сформульовані вищим керівництвом.

Менеджмент якості, як спеціалізований вид управлінської діяльності, спрямований на управління фінансами, персоналом, проектами, інноваціями, маркетингом і т. ін. Для досягнення кожної поставленої мети визначається політика підприємства в даній сфері, розробляється комплекс заходів впливу на виконавців і через них на засоби виробництва.

Кожен з перерахованих спеціалізованих видів управлінської діяльності здійснюється через планування, організацію, регулювання, контроль, облік, забезпечення керованості, координацію діяльності, аналіз результатів тощо. При цьому цілі управлінської діяльності знаходяться на різних рівнях. Зокрема, ціль у фінансовій сфері може припускати мінімізацію поточних витрат, в той час як ціль з якості – додаткові поточні витрати. Отже керівник повинен визначити пріоритети по кожній наміченій цілі та сформувати «дерево цілей» за ієрархічною структурою.

Найоптимальніше розміщення пріоритетів за наміченими цілями, як і ринкові позиції, залежать від політичних, економічних, науково-технічних і багатьох інших факторів, які необхідно брати до уваги в комплексі при їхній складності. Одночасно існує ряд критеріїв, які найчастіше пред'являються споживачами до товару, і вони обов'язково мають бути враховані керівником. Зокрема, для розуміння пріоритетів споживачам був запропонований широкий комплекс критеріїв. Дослідження показали, що споживач насамперед враховує якість товару і послуг. При цьому буде реалізовуватись той товар, який має очікувану якість, що підходить за ціною. Тобто, конкурентоздатним виявляється той товар, що оптимальним чином задовольняє покупця.

Таким чином, успіх підприємства в усьому світі визначається єдиним результатом, а саме – актом продажу, що пов'язує виробника і споживача. Це можна назвати коротко – орієнтацією на споживача.

1.1. Статистичне управління процесами

Для безупинного підвищення рівня якості продуктів і послуг організації повинні спрямовувати свої зусилля на удосконалення і використання ефективних методів. При цьому ефективно використовуються методи статистичного управління процесами (Statistical process control) для удосконалення зусиль в цій сфері. Під процесом розуміється повна сукупність постачальників, виробників, устаткування, вхідних матеріалів, методів і навколишнього середовища, людей, що працюють разом для створення продукту і споживачів, які цей продукт використовують.

Для управління процесами має бути система із зворотним зв'язком (рис. 1.1). Загальна ефективність процесу залежить від зв'язку між постачальником і споживачами, від способу розробки, впровадження, функціонування та керівництва ним. Система управління процесом корисна тільки тоді, коли вона сприяє забезпеченню рівня найвищої якості, або підвищує загальну ефективність процесу. При цьому найбільш корисна інформація виникає при розумінні самого процесу і його внутрішньої змінності. Кінцевим фокусом уваги має бути інформація про ефективність процесу, яка безпосередньо залежить від його характеристик: температури, тривалості циклу, мотивації персоналу, його плинність, дисципліна тощо.



Рис. 1.1. Модель управління процесами із зворотним зв'язком

Управління процесом найбільш ефективно в тих випадках, коли воно запобігає значним відхиленням важливих характеристик процесу чи продукту від їх цільових значень. Метою системи управління процесом є прийняття вірних рішень щодо дій, пов'язаних з його відтворюваністю.

Відтворюваність технологічного процесу (ТП) є його потенційною точністю, що реалізується тільки при відсутності впливу невиннових дестабілізуючих факторів, таких як заміна інструмента чи оператора, заміна партії входної сировини тощо і характеризується індексом відтворюваності. При цьому, як правило, передбачається, що протягом інтервалів часу, коли відсутні невиннові впливи, ТП відтворює на виході нормальний розподіл показника якості.

Індекс відтворюваності C_p є співвідношення між величиною поля допуску і середнім квадратичним відхиленням нормального закону розподілу:

$$C_p = \frac{T_v - T_n}{6\sigma}, \quad (1.1)$$

де T_v , T_n – верхня і нижня границі поля допуску на даний показник якості; σ – середнє квадратичне відхилення чи його оцінка за вибіркою.

Звичайно середнє квадратичне відхилення оцінюють кілька разів відповідно за декількома миттєвими вибірками і у розрахунках використовують його середнє значення. Якщо $C_p = 1$, то ТП, у принципі при ідеальному налаштуванні, здатний забезпечити рівень

невідповідностей 0,27 %. При цьому реальний рівень невідповідностей навіть теоретично не може бути нижчим за цю величину, а практично буває значно вищим. Збільшення індексу C_p відповідає більш високим потенційним можливостям ТП.

Отже, відтворюваність ТП реалізується лише на відносно коротких інтервалах часу, протягом яких можуть бути узяті миттєві вибірки. При цьому коефіцієнт відтворюваності можна обчислити тільки для показників якості, що вимірюються (контролюються), за кількісною ознакою для яких заданий двосторонній допуск із верхньою і нижньою границями.

На відміну від відтворюваності, придатність ТП для вирішення призначених для нього задач оцінюється шляхом перевірки реальних параметрів цього процесу з огляду як на їх відповідність розрахованим, так і відповідність періодів налагодження устаткування періодам, які для даного ТП є оптимальними. Оскільки налагодження періодично змінюється, то придатність ТП для вирішення призначених для нього задач може бути оцінена для одного періоду часу з визначеною налагодженістю технологічного процесу.

Кількісно налагодженість технологічного процесу характеризується індексом придатності C_{pk} ¹, що оцінюється наступним способом. Спочатку за вибіркою оцінюється положення центра настроювання ТП μ і значення середнього квадратичного відхилення σ . Потім визначається відстань Δ від μ до найближчої границі допуску (верхньої T_e чи нижньої T_n):

$$\Delta = \min\{(\mu - T_n)/(T_e - \mu)\}. \quad (1.2)$$

Потім визначається індекс придатності C_{pk} за відношенням:

$$C_{pk} = \frac{\Delta}{3\sigma} = \left(\frac{(\mu - T_n)}{3\sigma} \right) / \left(\frac{(T_e - \mu)}{3\sigma} \right) \quad (1.3)$$

З формул (1.1) і (1.3) випливає, що значення індексу придатності не може бути більшим за значення індексу відтворюваності. Якщо індекс придатності $C_{pk} = 1$, то процес забезпечує реальний рівень невідповідностей не менш як 0,27 %. Збільшення індексу придатності відповідає вищій якості процесу.

Для оцінки реальної якості виконання ТП рекомендується протягом етапу попереднього дослідження процесу взяти кілька вибірок відповідно в різні періоди ТП і обчислити за кожною з вибірок індекси придатності C_{pk} , а потім визначити середнє його значення.

¹Іноді C_{pk} називають індексом налагодженості.

Доцільність застосування статистичних методів при управлінні ТП може бути визначена після попереднього дослідження й обчислення індексів C_p і C_{pk} .

При $C_p > 1$ і $C_{pk} > 1$ процес має достатню точність і процедура його настроювання ведеться правильно. При цьому може бути рекомендоване застосування приймальних контрольних карт (2.1.5) і об'єднання процедур регулювання ТП і приймання продукції в одній загальній процедурі статистичного управління процесами (Statistical process control (SPC)).

Якщо $C_{pk} < 1$ і значно нижче за $C_p > 1$, то процес має досить високу потенційну точність, але незадовільно ведеться спостереження за настроюванням ТП: більш за все, якісь фактори зміщують центр настроювання ТП, але це залишається непоміченим. Тут може бути рекомендоване застосування контрольних карт (2.1.5) з метою виявлення факторів, що впливають на поліпшення процедур налагодження ТП і зниження за рахунок цього рівня невідповідностей.

При $C_p < 1$ процес має низьку потенційну точність. Застосування статистичних методів під час регулювання не дасть відчутного ефекту. Тут необхідно підвищити точність ТП шляхом заміни чи ремонту устаткування.

1.2. Сучасні принципи менеджменту якості продукції

Спрямування та контролювання щодо якості звичайно охоплює:

- розроблення політики та цілей у сфері якості,
- планування якості,
- контроль якості,
- забезпечення належної якості та її підвищення.

В міжнародному стандарті з термінології ДСТУ ISO 9000-2007 виділені два аспекти управління якістю: «загальне» (quality management) і управління якістю як оперативна діяльність (quality control).

Аспекти управління якістю

Управління якістю – аспекти виконання функції управління, які визначають політику, цілі та відповідальність у сфері якості, а також здійснюють їх за допомогою таких засобів, як планування якості, оперативне управління якістю, забезпечення належної якості та її підвищення в межах системи якості.

- Загальні аспекти:

- планування на рівні вищого керівництва;
- систематизація і документальне оформлення діяльності у вигляді методик, протоколів, інструкцій та ін;
- залучення всіх виробничих ресурсів і всього персоналу;
- широке використання стандартизації, у тому числі й міжнародних стандартів щодо управління якістю;
- регулярні перевірки, вивчення зворотного зв'язку і коректування дій;
- безперервне навчання персоналу прийомів і методів управління якістю.

- Технічні аспекти:

- використання у виробництві останніх світових стандартів або стандартів, що перевищують рівень світових;
- контроль продукції на кожному етапі в процесі виробництва з використанням необхідних засобів контролю;
- діагностика обладнання;
- забезпечення керованості всіма процесами і простежування кожної одиниці продукції;
- регулярний перегляд технологій.

- Економічні аспекти:

- управління економікою якості;
- планування капіталовкладень в якість (витрати на функціонування системи якості, навчання персоналу, вивчення ринку, контроль, діагностику, переоснащення виробництва, залучення незалежних експертів, особисті премії персоналу та ін.)

- Управлінські аспекти:

- визначення політики у сфері якості та конкретний розподіл обов'язків і повноважень кожного співробітника;
- розробка формалізованої методології управління якістю з використанням різних методів і прийомів управління якістю та контроль виконання методик;
- планування необхідного кошторису капіталовкладень в якість у річному бюджетному плані;
- орієнтація виробництва на використання останніх науково-технічних розробок і вимог;
- контроль за виконанням норм екології і безпеки праці.

Комплексне управління якістю – програми, спрямовані на безупинне підвищення якості товарів, обслуговування і маркетингової діяльності.

Фундаментальні принципи комплексного управління якістю:

- якість продукції – це не специфічна відокремлена функція тільки технічних і спеціальних підрозділів, а різнобічний процес, що охоплює всі підрозділи компанії, а також її споживачів та постачальників, це спосіб управління організацією;
- підвищення якості має забезпечуватися на етапах маркетингу, проектно-конструкторських робіт, виробництва й технічного обслуговування виробів;
- постійне підвищення якості потребує застосування нових технологій;
- належної якості можна досягти тільки тоді, коли створено чітко орієнтовану на споживача систему управління якістю.

Методи статистичного контролю та управління якістю

Науковою основою сучасного технічного контролю є математико-статистичні методи. Управління якістю продукції може забезпечуватися двома методами: за допомогою розбраковки виробів і шляхом підвищення технологічної точності. Здавна методи контролю зводилися, як правило, до аналізу браку шляхом суцільної перевірки виробів на виході. При масовому виробництві такий контроль дуже дорогий: контрольний апарат повинен в п'ять-шість разів перевищувати кількість виробничих робітників, і навіть при цьому немає повної гарантії від бракованої продукції. Тому від суцільного контролю переходять до вибіркового із застосуванням статистичних методів обробки результатів.

Один з основоположників застосування статистичних методів при серійному виробництві американський фахівець В. А. Шухарт писав: «Протягом тривалого часу ефективність статистики буде залежати в меншій мірі від існування статистиків, які мають чудову підготовку, ніж від підготовки всього покоління, вихованого в дусі статистики, з фізиками, хіміками, інженерами та багатьма іншими фахівцями, які відповідатимуть в тій чи іншій мірі за підготовку та управління новими процесами виробництва». Коли йдеться про широке застосування статистичних методів, розглядати слід тільки ті з них, які зрозумілі та можуть легко застосовуватися не статистиками.

Цикл Шухарта-Демінга – це постійний круг регулювання удосконалення продукції і виробничих процесів, оптимізації окремих одиниць і об'єктів. Цей круг часто називають *циклом PDCA* (Plan-Do-Check-Act): планування – здійснення – перевірка – перетворення в життя) є широко поширеним методом неперервного удосконалення якості. Цикл PDCA слугує для виявлень причин браку і підтримки всього процесу вплоть до усунення дефектів.

При використанні моделі неперервного удосконалення процесів в самих різних областях діяльності дозволяє ефективно управляти цією діяльністю на системній основі.

- Планування – ідентифікація і аналіз проблеми; оцінка можливостей та планування необхідних змін.
- Виконання – пошук рішення проблеми і здійснення запланованих заходів.
- Перевірка (вивчення) – оцінка результатів і висновків у відповідності до поставлених задач.
- Дія – прийняття рішення на основі отриманих висновків; якщо зміни не вирішують поставлену задачу необхідно внести корективи в план і повторити цикл.

Сьогодні існує багато модифікацій циклу Шухарта-Демінга. Кожне підприємство може внести свої зміни виходячи з своєї культури, традицій, процесів, ситуації. Незмінними мають бути лише такі моменти, як постійність (циклічність) робіт по удосконаленню процесів, прийняття рішень на основі факторів (науковий підхід).

Японські фахівці вибрали з усієї безлічі сім методів. Їх заслуга полягає в тому, що вони забезпечили простоту, наочність, візуалізацію цих методів, перетворивши їх фактично в ефективні інструменти контролю якості:

- *Контрольний листок* – інструмент для збору даних і їх автоматичного упорядкування для полегшення подальшого використання зібраної інформації;
- *Стратифікація* (розшарування) – інструмент, що дозволяє зробити селекцію даних у відповідності з різними факторами. Цей метод, заснований тільки на достовірних даних, застосовується для отримання коректної інформації, виявлення причинно-наслідкових зв'язків.

- *Гістограма* – інструмент, що дозволяє візуально оцінити розподіл статистичних даних, згрупованих за частотою попадання даних у певний (заздалегідь заданий) інтервал.

- *Аналіз Парето* – інструмент, що дозволяє об'єктивно представити і виявити основні фактори, які впливають на досліджувану проблему і розподілити зусилля для її вирішення.

- *Причинно-наслідкова діаграма Ісікава* – інструмент, який дозволяє виявити найбільш істотні фактори (причини), що впливають на кінцевий результат (слідство);

- *Діаграма розкиду* – інструмент, що дозволяє визначити вид і тісноту зв'язку двох розглянутих параметрів процесу;

- *Контрольна карта* – інструмент, що дозволяє відслідковувати хід протікання процесу і впливати на нього (за допомогою відповідної зворотного зв'язку) попереджаючи його відхилення від висунутих до процесу вимог. Ці методи можна розглядати і як окремі інструменти, і як систему методів. Послідовність застосування семи методів може бути різною залежно від поставленої мети.

Відомий японський фахівець в області якості професор К. Ісікава говорив: «..., що 95 % всіх проблем фірми можуть бути вирішені за допомогою цих семи прийомів». Тому статистичні методи – це той засіб, який необхідно вивчати, щоб впровадити управління якістю. Вони – найбільш важлива складова комплексної системи контролю загального управління якістю.

1.3. Підвищення якості за допомогою нововведень

Системи управління якістю являють собою органічне поєднання економічних, правових та інших факторів, що впливають на якість. За допомогою нововведень (інновацій) можна не тільки уникнути консерватизму і застою в розвитку комплексного підходу до якості, а й свідомо і впевнено рухатися далі. У системах якості нововведення поділяються на дві групи:

- функціональні,
- системні

До *функціональних* відносяться нововведення, що стосуються завдання однієї з функцій управління якістю і не потребують структурних змін системи. В крайньому випадку, необхідність у структурних змінах настільки незначна, що їх можна не проводити.

До *системних* відносяться нововведення, які стосуються не однієї, а кількох функцій управління якістю і викликають необхідність внесення змін до змісту елементів системи. Системні нововведення можуть стосуватися однієї функції, але за масштабами впливають на інші функції, що призводить до необхідності внесення в них змін. Зокрема, при виготовленні запасних частин для обладнання легкої промисловості можливий перехід від відрядної форми оплати праці до погодинної або погодинно-преміальної. Відомо, що відрядна оплата праці у багатьох випадках негативно впливає на якість виготовлення і в певний момент часу, коли якість починає опускатися нижче допустимої межі виникає необхідність від цієї системи відмовитися і перейти до погодинної або змішаної оплати праці. Таке нововведення входить до складу функції управління якістю – матеріального стимулювання поліпшення якості. Зміна форми оплати праці торкнеться інших функцій – технологічної підготовки виробництва, контроль якості, а за масштабами дії вплине на дуже велику групу учасників процесу забезпечення якості.

За допомогою класифікації нововведень нам легше визначити адресність у реалізації нововведень. Функцію нововведення здійснює підрозділ апарату управління – технічні, технологічні служби, відділи кадрів і оплати праці, відповідальні за реалізацію тих чи інших завдань управління якістю.

Системні нововведення проводяться керівництвом, адміністрацією більш високого рівня, ніж функціональні органи управління. Це пояснюється необхідністю координації внесення змін (одночасно або в певній послідовності) у діяльність різних служб підрозділів. Для визначення порядку дії із системними і функціональними нововведеннями надзвичайно важливо оцінювати їхні наслідки і ступінь впливу на якість. Тому точні відомості одержати дуже складно, доводиться покладатися на думку авторитетних фахівців, експертів, працівників підприємства, що здійснюють розробку та впровадження нововведень у діяльність по поліпшенню якості.

Відомий американський фахівець і вчений в галузі статистичних методів аналізу різних способів поліпшення якості В. Е. Демінг, вважає, що системні нововведення більш ефективні як за масштабом впливу на якість, так і за величиною економічних результатів щодо поліпшення якості.

Аналіз всього нового і вироблення на цій основі відповідних рекомендацій в інтересах поліпшення якості може бути й особливою функцією органів, служб управління якістю. У число службових обов'язків нових сучасних керівників тепер повинні включатися такі функції як:

1. Організація і керівництво розробкою, впровадженням та удосконаленням систем якості.
2. Організація сертифікації систем якості.
3. Контроль стану та ефективності системи.
4. Контроль реалізації плану розробки і впровадження нововведень у систему якості.

1.4. Збір та інтерпретація статистичної інформації

Сучасні засоби вимірювальної техніки дозволяють збирати значну кількість інформації щодо того чи іншого технологічного процесу. З одного боку, чим більше об'єм вибірки, тим більше інформації ми отримаємо відносно процесу. Однак при цьому ускладнюється сприйняття даних. У той же час така кількість параметрів не завжди потрібна для визначення якості продукції, а інколи потрібні такі дані, які не вимірюються існуючими засобами.

Важливою задачею збору інформації є виявлення фактів, тому процес отримання необхідної інформації можна розділити на декілька етапів. На *першому етапі* необхідно визначити мету збору даних. У більшості випадків такою метою є аналіз відхилень від встановлених норм та вимог, контроль якості продукції або контроль і управління технологічним процесом.

Відповідно до головної мети треба обрати форму реєстрації та метод упорядкування інформації. Застосування *контрольних листків* значно спрощує цей процес. Існує багато різновидів контрольних листків [18, 22], деякі з них будуть розглянуті нижче, проте такі листки можна розробляти й самостійно. Слід завжди реєструвати джерело даних, час та дату вимірювань.

Другий етап збору інформації пов'язаний з класифікацією даних за визначеними ознаками. Корисним прийомом аналізу зібраної інформації є розподілення даних на декілька підгруп за тією чи іншою ознакою. Цей процес називають *розшириванням* або *стратифікацією*. Наприклад, якщо

необхідно зрозуміти, хто з двох працівників виробляє неякісну продукцію, то треба вибирати такі дані, щоб можна було порівняти роботу кожного з працівників. Часто розшарування проводять, використовуючи мнемонічне правило 4М [22]:

Man (Manpower) – персонал.

Machine – обладнання.

Material – матеріали та комплектуючі.

Method – технології виробництва.

Останнім часом враховують також ще одну або дві складові (відповідно 5М або 6М):

Measurement – засоби вимірювання і методи контролю.

Media – виробниче та навколишнє середовище.

Ще одним корисним прийомом на цьому етапі є збір даних парами. Це важливо у випадках, коли треба встановити залежність між двома показниками. Коли дані парні, їх легко аналізувати за так званими діаграмами розсіювання, а також проводити кореляційний та регресійний аналіз.

Гістограми також спрощують процес аналізу та інтерпретації зібраних даних. Наприклад, дозволяють визначити тип розподілу та проаналізувати, чи відповідає те чи інше значення встановленим межам. Етапи побудови та аналізу гістограм будуть розглянуті у першій практичній роботі.

На *третьому етапі* підготовки даних необхідно перевіряти надійність результатів вимірювань. І хоча сучасні технологічні об'єкти обладнані вимірювальними пристроями із самодіагностикою, а для деяких, особливо небезпечних процесів, вимірювання дублюються, все ж треба звертати особливу увагу на дані, які різко відрізняються від інших.

1.5. Інструменти контролю якості

Контрольний листок – це бланк, на якому завчасно надруковані контрольовані параметри. Залежно від мети збору даних такі листки можна розробляти самостійно. Розглянемо найпоширеніші види контрольних листків.

Контрольний листок для реєстрації видів порушень. Листок цього типу дозволяє визначити вид порушення, що має найбільший вплив на

якість продукту. Наприклад, аналіз складу води показав, що негативний вплив на якість мають такі домішки, як хлорид- та сульфатіони, іони натрію, наявність піску (SiO_2) та інші. Слід визначити, які з них зустрічаються найчастіше. Результати контролю представлені у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Контрольний листок реєстрації видів порушень

Загальні відомості (назва, види порушень, дата і місце реєстрації, П.І.Б. та ін.)

Вид порушення	Результати контролю	Підсумки за видами порушень
SO_4^{-2}	////	3
SiO_2	//// //// //// //	14
Na^+	//// ////	9
Cl^-	//// //// //// ////	16
Інші ² домішки	////	4
Разом		46

Як видно з результатів, найбільший негативний вплив на якість води мають хлорид-іони. Контрольний листок даного типу доцільно використовувати на етапі збору даних для аналізу Парето.

Контрольний листок для реєстрації розподілу параметру в процесі виробництва надає можливість проводити аналіз даних. Наприклад, визначати тип розподілення, встановлювати межі вимірювання, тощо.

Контрольний листок причин дефектів дозволяє визначити причини дефектів шляхом розшарування даних. Розглянемо застосування листка на наступному прикладі (табл. 1.2): на двох верстатах працюють два працівники по змінах. Найпоширеніші порушення, які виявлено під час перевірки якості виробів, позначено наступними символами:

- – подряпини; Δ – неправильна форма;
- – дефект кінцевої обробки; $\square$ – інше.

Використовуючи цей тип контрольного листка, можна визначити причину порушень. З цією метою будують гістограми відповідно до мнемонічного правила 4М.

² Слід пам'ятати, що група «інші» не повинна бути численною.

1.6. Аналіз результатів спостережень за допомогою гістограм

Відомо, що у будь-якій сукупності даних є їх розсіювання. Але хоча самі значення весь час змінюються, вони підпорядковуються певному правилу. У цьому випадку кажуть, що дані відповідають певному розподілу.

Таблиця 1.2

Контрольний листок причин дефектів

Облад- нання	Пра- цівник	Понеділок		Вівторок		Середа		Четвер		П'ятниця	
		Зміна									
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1	А	●●	●●●	●●●	●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●
		Δ	ΔΔ	ΔΔ	Δ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	Δ	
		○		○			○			○	
		□				□					□
	Б	●●●	●●	●●●	●●	●●●	●●●	●●	●●●	●●●	●●
		ΔΔ	ΔΔ	Δ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ
			○			○			○		○
							□				
2	В	●●	●●●	●●●	●●	●●●	●●	●●●	●●●	●●	●●
		Δ	ΔΔ	ΔΔ	Δ	Δ	ΔΔ	ΔΔ	Δ	Δ	Δ
		○		○	○		○		○		○
				□						□	
	Г	●●●	●●●	●●	●●●	●●	●●●	●●●	●●	●●	●●
		Δ	Δ	Δ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	ΔΔ	Δ	Δ	ΔΔ
		○	○		○		○		○		
											□

Для дослідника всі можливі (уявні) значення неперервної випадкової величини x мають назву *генеральної сукупності*. На практиці отримуються дискретні значення з генеральної сукупності, які називаються *вибіркою*. Вони мають назву експериментальних даних.

Числовими характеристиками випадкової величини є мода, медіана, математичне очікування, дисперсія тощо.

Мода – найбільш ймовірне значення випадкової величини.

Медіана – середнє за розташуванням значення випадкової величини при її розташуванні за збільшенням чи зменшенням. Якщо число цих значень парне, то медіана дорівнює напівсумі двох середніх за розташуванням значень.

Математичне очікування $\mu(x)$ ³ чи μ (рис. 1.2) є середнім значенням випадкової величини x . Якщо всі можливі значення неперервної випадкової величини x належать інтервалу $(a; b)$ ⁴, то математичне очікування визначається за формулою:

$$\mu(x) = \int_a^b x f(x) dx, \quad (1.4)$$

На практиці аналогом μ , яке отримано за фіксованою кількістю дослідів n , є $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j, \quad (1.5)$$

де n – загальна кількість дослідів, що дорівнює $n_1 + n_2 + \dots + n_m$; m – кількість неповторюваних значень x_i випадкової величини x ; x_j – всі значення величини x , які вона приймала в кожному з n дослідів.

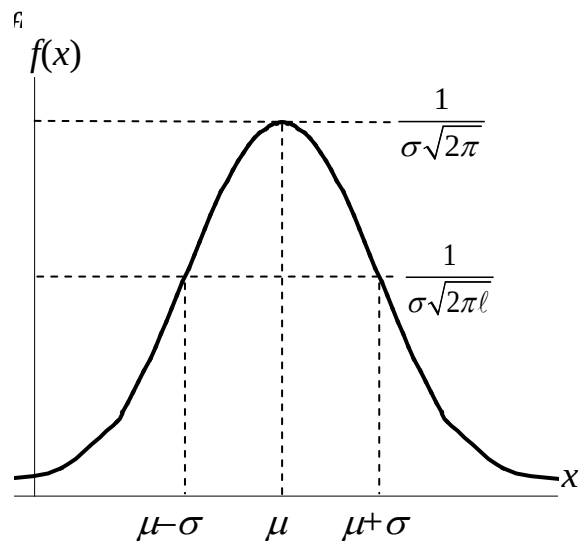


Рис.1.2 – Крива нормального розподілу

Дисперсія $d(x)$ чи d характеризує розсіювання значень x_i випадкової величини x відносно її математичного очікування і для неперервної величини визначається за формулою:

$$d(x) = \mu[x - \mu(x)]^2 = \int_a^b [x - \mu(x)]^2 f(x) dx. \quad (1.6)$$

Для оцінки розсіювання можливих значень випадкової величини навколо їх середнього значення використовуються також середнє

³ Необхідно читати як математичне очікування випадкової величини x .

⁴ В загальному випадку межі інтервалу $(a; b)$ можуть бути $(-\infty; +\infty)$.

квадратичне відхилення $\sigma(x)$ чи $\sigma = \sqrt{d}$. Так як середнє квадратичне відхилення має таку ж розмірність як і випадкова величина x , то в теорії частіше використовується саме σ , а не d , розмірність якої дорівнює квадрату розмірності випадкової величини x .

За експериментальними даними дисперсія розраховується за формулою:

$$d = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2. \quad (1.7)$$

При $n \rightarrow \infty$ точність рівності (1.7), за аналогією (1.5) суттєво відрізняється від дисперсії, розрахованої за невеликою кількістю дослідів n . У зв'язку з цим оцінкою генеральної дисперсії на практиці є *виправлена* дисперсія⁵ s^2 (її також називають *вибірковою* чи просто дисперсією), що отримана на основі добутку вибіркової дисперсії d (1.4) за фіксованою кількістю дослідів і поправки $\frac{n}{n-1}$:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} d, \quad (1.8)$$

а вибіркве середнє квадратичне відхилення за формулою:

$$\sigma \cong s = \sqrt{s^2}. \quad (1.9)$$

Застосування статистичного аналізу на практиці значно спрощує інтерпретацію даних. Наприклад, за допомогою гістограм можна визначити тип розподілення та проаналізувати, чи відповідає те чи інше значення встановленим межам.

На рис. 1.3а–д наведено п'ять типових випадків, коли метою аналізу

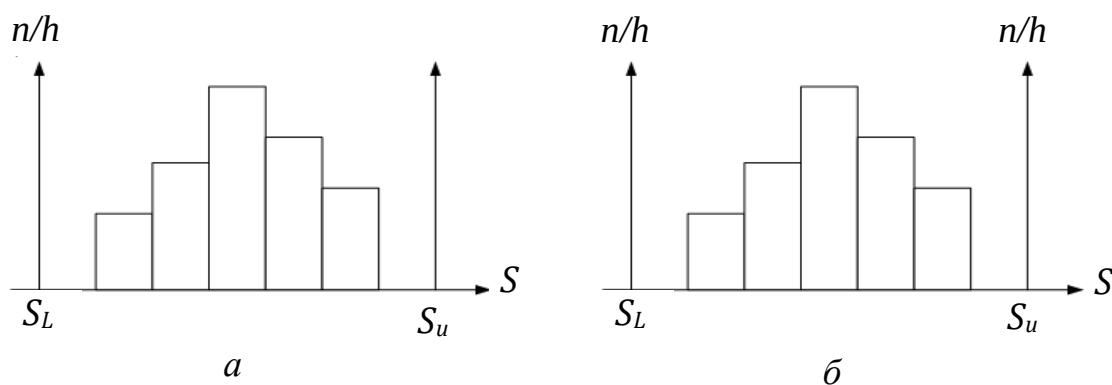


Рис. 1.3. Приклади гістограм

⁵ Зустрічаються позначення $s_x^2, s^2\{x\}$ тощо, які вказують на належність дисперсії до відповідної випадкової величини.

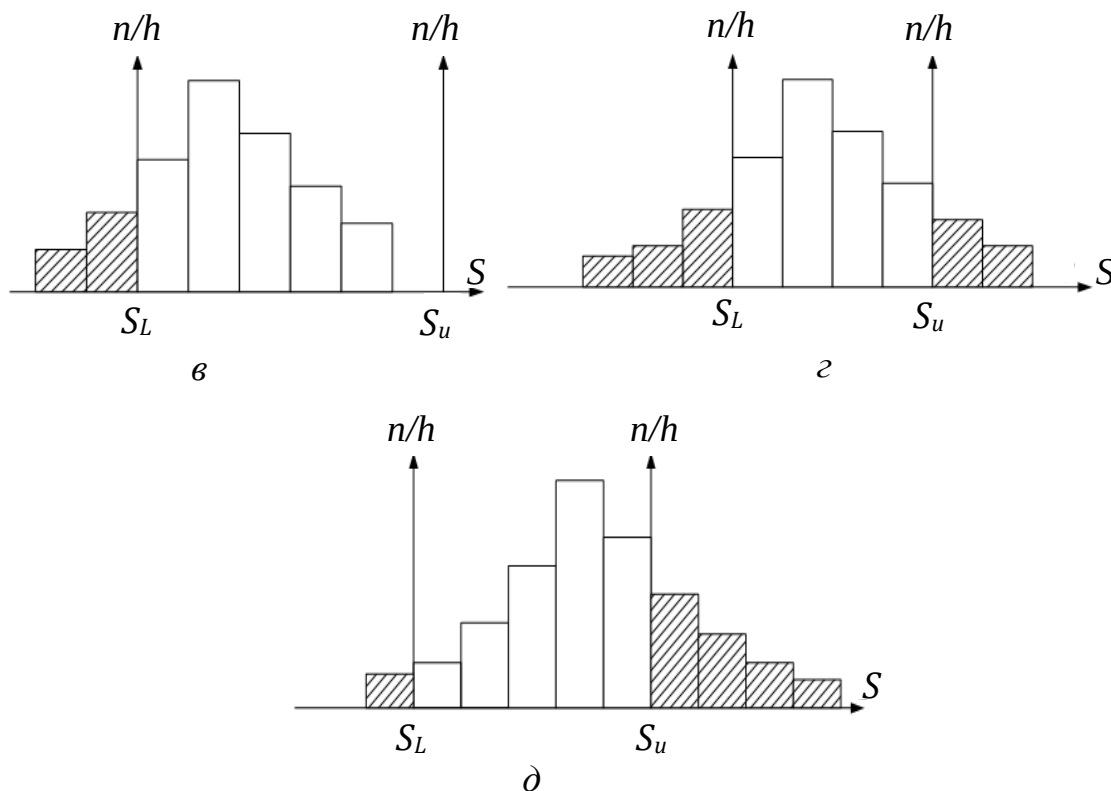


Рис. 1.3, аркуш 2

є відповідність деякого виробу встановленим розмірам S . Величину кроку розбиття h у випадку рівнокрокового інтервального ряду знаходять за формулою:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,2 \cdot \lg(n)} \quad (1.10)$$

З рис. 1.3а і 1.3б видно, що розміри виробів S задовольняють допуску (S_L – нижня межа, S_u – верхня межа). Зображення гістограм на рис. 1.3в–д показують випадки, в яких розміри виробів не задовольняють допуску.

Інші види типових гістограм наведено у додатку А (табл. А.1).

1.7. Метод мозкового штурму

Розглянуті вище способи збору інформації ґрунтуються на статистичних даних, що відповідає принципу менеджменту якості «Прийняття рішень, які базуються на фактах». Однак факти за своєю природою не завжди можуть бути численнями. В таких випадках доцільно скористатися методом мозкового штурму (brainstorming), який дозволяє систематизувати факти представлені не в чисельній, а в іншій формі, зокрема, у вигляді словесних описів.

Цей метод був запропонований А. Ф. Осборном (США) і є основним способом збору даних для нових методів управління якістю виробів (п. 3.1). Він також широко застосовується при побудові діаграм причин і результатів.

Мозковий штурм – спроба організувати колективну роботу над деякою не дуже чітко сформульованою задачею. Одним з основних завдань цього методу є недопущення виключення з поля зору можливих шляхів підвищення якості, тобто усунення причин браку.

З метою збору даних формується команда з 5–9 осіб, до складу якої входять спеціалісти як з даної галузі, так й із суміжних галузей. Успішна робота команди в значній мірі обумовлюється її складом. Типовий склад команди показано на рис. 1.4.



Рис. 1.4. Склад команди

Процес збору фактів за допомогою методу мозкового штурму регулюється так званими «табу» [22].

Табу перше. Висловлюватися слід по черзі, яка не повинна порушуватись. Пропустити свою чергу можна, а вискакувати поза чергою – ні!

Табу друге. Промовцеві не дозволяється давати оцінку сказаному раніше (як позитивну, так і негативну) і вести яку б то не було дискусію! Потрібні лише конструктивні пропозиції. Немає обмежень на тему висловів. Важливо в короткий час видати якомога більше ідей.

Табу третє. Всі учасники обговорення офіційно попереджаються: вони не несуть ні моральної, ні матеріальної відповідальності за свої висловлювання. Це дозволяє включати в сферу обговорення пропозиції, що завдають, на перший погляд, збитку справі й тому не розглядаються.

Табу четверте. Всі учасники складу команди не повинні в своїй повсякденній діяльності бути тісно пов'язані один з одним. Особиста вигода або невигода учасників обговорення не повинна залежати від рішень з обговорюваних питань.

Всі ідеї, які висловлюють члени команди, ретельно записують; процес висловлювання ідей триває доти, доки не завершиться їхній потік. Після цього всі ідеї групують (наприклад, за допомогою мнемонічного правила 4М–6М), а також обговорюють для уточнення формулювань, правильності включення ідеї у ту чи іншу групу тощо.

Також існують різновиди мозкового штурму: мозкова атака, мозкова облога, «атака розносом». *Мозкова атака* триває 3–4 години. *Мозкова облога* – від одного до декількох робочих днів. Мозкова облога може включати до шести мозкових атак відповідно до мнемонічного прийому 6М.

«Атака розносом» є одним із різновидів мозкового штурму. Вона направлена на критичний аналіз того чи іншого проекту. При цьому різновиді атаки увага всього колективу має бути направлена *тільки на пошук недоліків* предмету аналізу. Позитивні відгуки заборонені. Присутність авторів проекту при такому аналізі їх роботи небажана для запобігання психологічних зривів та душевних травм.

Приклад 1.1

На підприємстві *X* виготовляють поролон у вигляді блоків довжиною 50 м, які для транспортування та подальшої переробки розрізають на короткі блоки заданої 2 м довжини. За умовами технологічного регламенту допускається знаходження розміру виробу в межах 1,95–2,05 м. Перевірка геометричних розмірів показала, що значна кількість блоків не відповідає заданому розміру, але знаходиться у допустимих межах. Необхідно з'ясувати причину проблеми. З метою аналізу якості виробів зібрані дані згрупували за партією сировини Р1 і Р2, видом обладнання (нове і старе) та працівниками А і Б (табл. 1.3).

Розв'язання

Обчислимо, скільки виробів зробив кожний з працівників у вказаних інтервалах, а також з врахуванням виду обладнання та партій сировини. Результати представимо у наступних табл. 1.4–1.6.

Таблиця 1.3

Розподіл виробів за розмірами

Праців- ник	Облад- нання	Партія сировини	Розмір виробу, м				
			1,95–1,97	1,97–1,99	1,99–2,01	2,01–2,03	2,03–2,05
А	нове	P1	1	4	7	4	1
		P2	2	4	8	3	2
	старе	P1	3	5	11	3	2
		P2	2	3	3	6	3
Б	нове	P1	–	1	–	3	1
		P2	–	–	2	–	1
	старе	P1	–	1	–	3	1
		P2	–	–	1	–	2

Таблиця 1.4

Кількість виробів, виготовлених працівниками А і В

Працівник	Розмір виробу, м				
	1,95–1,97	1,97–1,99	1,99–2,01	2,01–2,03	2,03–2,05
А	8	16	29	16	8
Б	0	2	3	6	5

Таблиця 1.5

Кількість виробів, виготовлених на різному обладнанні

Обладнання	Розмір виробу, м				
	1,95–1,97	1,97– 1,99	1,99– 2,01	2,01–2,03	2,03–2,05
нове	3	9	17	10	5
старе	5	9	15	12	8

Таблиця 1.6

Кількість виробів, виготовлених з різних партій сировини

Партія	Розмір виробу, м				
	1,95–1,97	1,97–1,99	1,99–2,01	2,01–2,03	2,03–2,05
P1	4	11	18	13	5
P2	4	7	14	9	8

За отриманими табл. 1.4–1.6 побудуємо відповідні гістограми (рис. 1.5–1.7).

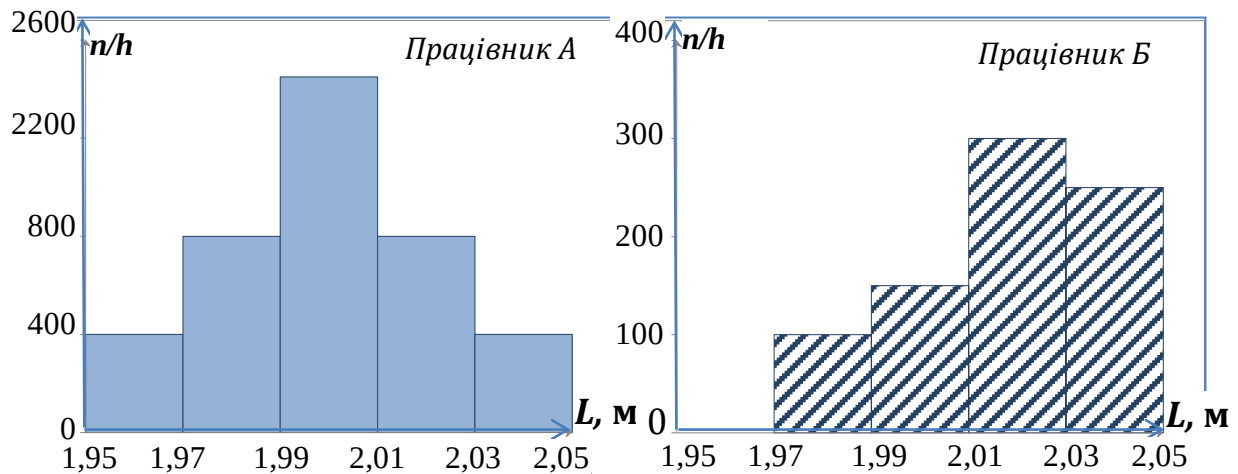


Рис. 1.5. Гістограми за результатами роботи працівників А та Б

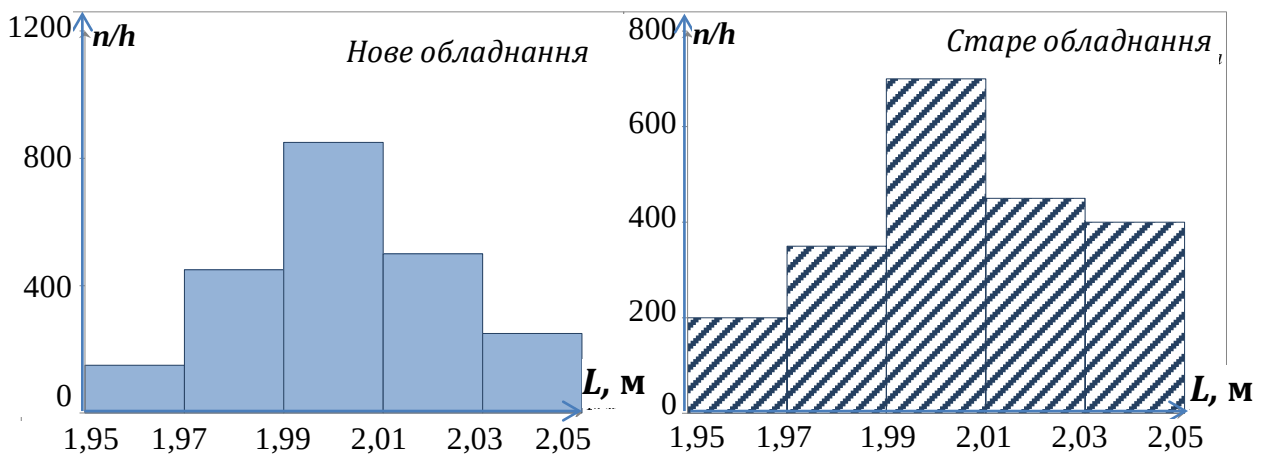


Рис. 1.6. Гістограми за результатами роботи працівників на новому та старому обладнанні

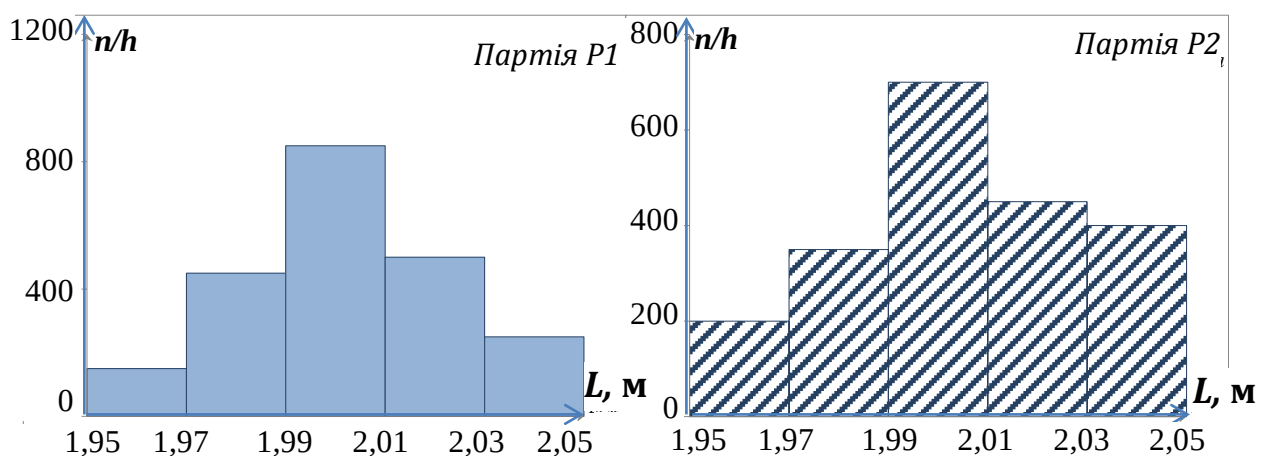


Рис. 1.7. Гістограми за партією сировини

Як видно, гістограми, побудовані за результатами роботи працівника Б, відрізняється від звичайного типу гістограм. Це свідчить про те, що проблему створює працівник Б.

Приклад 1.2

У табл. 1.7 наведені результати виміру геометричного розміру одного й того ж виробу і необхідні дані для розрахунків.

Таблиця 1.7

Вихідні дані геометричного розміру виробу

Розмір виробу (i), мм	14,0–14,1	14,1–14,2	14,2–14,3	14,3–14,4	14,4–14,5	14,5–14,6
Середина інтервалу x_i	14,05	14,15	14,25	14,35	14,45	14,55
Кількість (n_i), шт.	17	19	15	8	7	5
$x_i \cdot n_i$	238,85	268,85	213,75	114,8	101,15	72,75
$n_i \cdot (x_i - \bar{x}_B)^2$	1,427	0,684	0,121	0,0008	0,085	0,221

Продовження таблиці 1.7

Розмір виробу (i), мм	14,6–14,7	14,7–14,8	14,8–14,9	14,9–15,0	15,0–15,1
Середина інтервалу x_i	14,65	14,75	14,85	14,95	15,05
Кількість (n_i), шт.	4	5	3	4	1
$x_i \cdot n_i$	58,6	73,75	44,55	59,8	15,05
$n_i \cdot (x_i - \bar{x}_B)^2$	0,385	0,841	0,781	1,490	0,504

Необхідно розрахувати вибіркове середнє $\bar{x}_B$, вибірккову дисперсію D_B та середнє квадратичне відхилення σ_B . Порівняти отриману гістограму із типовими формами, наведеними у додатку А, та з'ясувати, до якого типу належить даний розподіл результатів.

Розв'язання

Розраховуємо:

– об'єм вибірки $n = 17 + 19 + \dots + 1 = 88$

– вибірккове середнє

$$\bar{x}_B = \frac{14,05 \cdot 17 + 14,15 \cdot 19 + \dots + 15,05 \cdot 1}{88} = 14,34$$

– вибірккову дисперсію

$$D_B = \frac{17 \cdot (14,05 - 14,34)^2 + 19 \cdot (14,15 - 14,34)^2 + \dots + 1 \cdot (15,05 - 14,34)^2}{88} = 0,074$$

– середнє квадратичне відхилення $\sigma_B = \sqrt{0,074} = 0,27$.

Побудуємо гістограму (рис. 1.8).

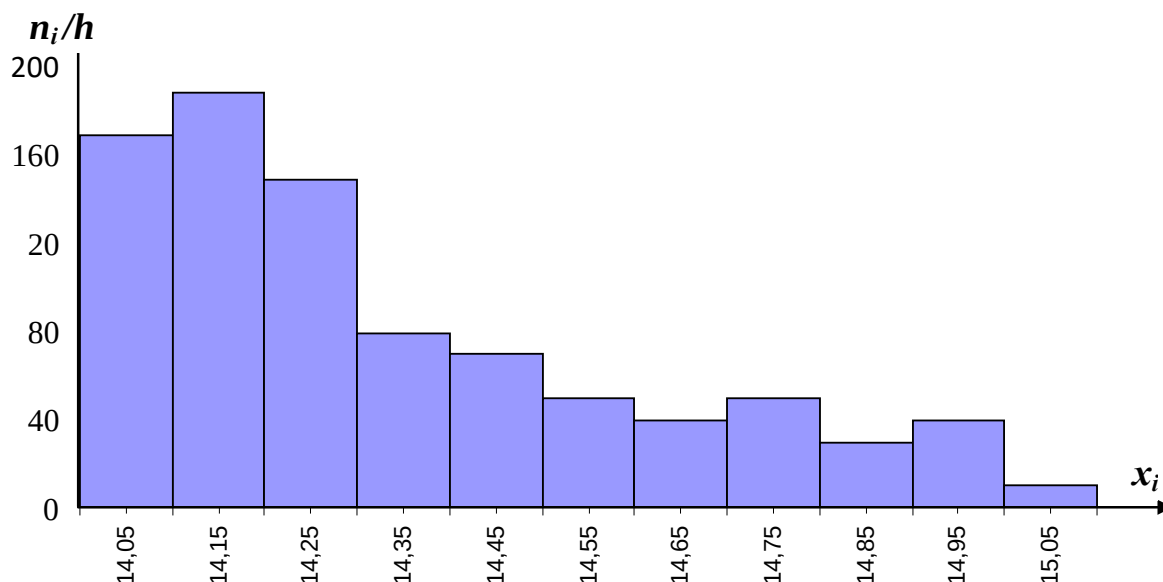


Рис. 1.8. Гістограма геометричного розміру виробу за середніми значеннями

Тип гістограми – з обривом зліва. Середнє арифметичне локалізується далеко зліва. Така форма часто зустрічається при 100 % контролі виробів внаслідок низької відтворюваності процесу.

Задачі

У задачах 1.1–1.10 необхідно розрахувати вибіркове середнє $\bar{x}_B$, дисперсію D_B і середнє квадратичне відхилення σ_B та побудувати гістограму частот. Порівняти отриману гістограму із типовими формами, що подані у додатку Б, і з'ясувати, до якого типу належить дане розподілення результатів.

1.1. Розподілення обсягів продаж фірми X за місяцями

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Продано товару, млн. грн.	2	4	3	6	5	6	8	10	18	20	23	21

1.2. Розподілення обсягів продаж фірми Y за місяцями

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Продано товару, млн. грн.	7	10	15	19	16	12	10	6	4	3	2	1

1.3. Кількість претензій до товару залежно від досвіду роботи продавця

Досвід, років	0÷1	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11
Кількість претензій	18	20	16	9	8	6	5	6	4	5	2

1.4. Кількість претензій до товару залежно від досвіду роботи продавця

Досвід, років	0÷1	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11
Кількість претензій	3	5	12	10	18	11	14	6	7	1	2

1.5. Кількість претензій до товару залежно від досвіду роботи продавця

Досвід, років	0÷1	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11
Кількість претензій	1	2	3	5	8	10	13	16	12	9	6

1.6. Кількість бракованих виробів залежно від досвіду роботи працівника

Досвід, років	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11	11÷12
Кількість бракованих виробів	6	9	14	18	15	11	9	5	3	2	1

1.7. Кількість бракованих виробів залежно від досвіду роботи працівника

Досвід, років	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11	11÷12
Кількість бракованих виробів	17	19	15	8	7	5	4	5	3	4	1

1.8. Кількість бракованих виробів залежно від досвіду роботи працівника

Досвід, років	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11	11÷12
Кількість бракованих виробів	4	6	13	11	19	12	15	7	8	2	3

1.9. Середня швидкість роботи працівника при виконанні пошуку товару у складському приміщенні

Час пошуку, хв.	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11	11÷12
Кількість потрібних одиниць	3	5	4	7	6	7	9	11	19	24	22

1.10. Середня швидкість роботи працівника при виконанні пошуку товару у складському приміщенні

Час пошуку, хв.	1÷2	2÷3	3÷4	4÷5	5÷6	6÷7	7÷8	8÷9	9÷10	10÷11	11÷12
Кількість потрібних одиниць	2	3	6	10	13	17	14	11	7	4	2

У задачах 1.11–1.20 (таблиці А.2–А.11 додатку А) згрупуйте дані за різними ознаками, використовуючи мнемонічне правило 4М та побудуйте гістограми частот для кожного розподілення. Розрахуйте вибіркове середнє $\bar{x}_B$, дисперсію D_B та середнє квадратичне відхилення σ_B для кожного розподілення. Порівняйте отримані гістограми із типовими формами, поданими у додатку А (таблиця А.1), та визначте, до якого типу належить дане розподілення результатів. З'ясуйте, чи є проблеми якості на даному підприємстві та назвіть можливі причини.

2. КОМПЛЕКСНИЙ МЕНЕДЖМЕНТ ЯКОСТІ ВИРОБІВ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА

План

- 2.1. Графічні методи статистичного управління якістю.
- 2.1.1. Діаграми Ісікави
- 2.1.2. Діаграма Парето
- 2.1.3. ABC-аналіз
- 2.1.4. Діаграми розсіювання
- 2.1.5. Контрольні карти, особливості їх застосування та побудова
- 2.1.6. Аналіз контрольних карт і управління якістю продукції

2.1. Графічні методи статистичного менеджменту якості

Статистична інформація є лише основою для виконання подальшого аналізу і зазвичай оформлюється у вигляді таблиць. Однак чисельні дані, особливо великі масиви інформації, зазвичай важко аналізувати. Графічне представлення інформації дозволяє спростити процес аналізу, здійснити контроль достовірності, тощо.

У даному розділі розглянуто такі методи графічних уявлень, як діаграми Ісікави, Парето, ABC-аналіз, розсіювання та контрольні карти.

2.1.1. Діаграми Ісікави

Одним з ефективних методів систематизації чинників, що суттєво впливають на якість продукції, є побудова і аналіз діаграм причин та результатів. У 1953 р. професор токійського університету Каору Ісікави, обговорюючи проблеми якості на одному із заводів, підсумував думки інженерів у формі діаграми причин та результатів. Вважають, що такий підхід був застосований вперше, але ще раніше співробітники професора Ісікави застосовували цей метод у науково-дослідній роботі. Пізніше ця діаграма була внесена до японського промислового стандарту (JIS) і має таке означення: діаграма причин і результатів, що зображує відношення між показником якості і факторами, які на нього впливають.

Діаграми причин і результатів інакше називають діаграмами Ісікави, або «риб'ячий скелет», «деревом», діаграмою «річкових притоків». Така діаграма дозволяє виявити ключові взаємозв'язки між різними факторами й більш точно зрозуміти досліджуваний процес. Діаграма сприяє

визначенню головних факторів, що роблять найбільш значний вплив на розвиток розглянутої проблеми, а також попередженню або усуненню дії даних факторів. Загальний вигляд діаграми зображено на рис. 2.1.

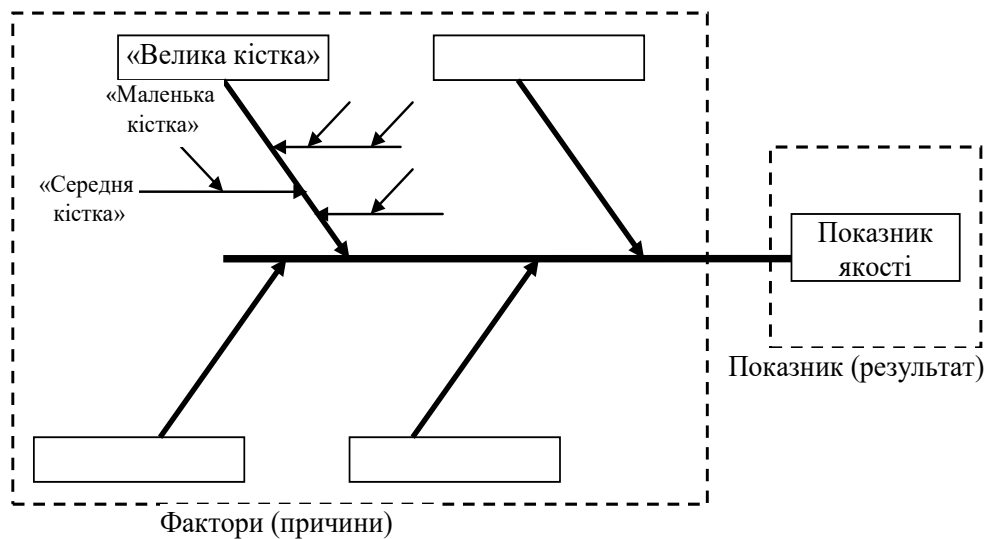


Рис. 2.1. Структура діаграми «причини-результат»

Діаграма знаходить широке застосування при розробці нової продукції, з метою виявлення потенційних факторів, дія яких викликає загальний ефект (рис. 2.2).



Рис. 2.2. Згорнута діаграма Ісікави у згорнутому вигляді при оцінці ефективності системи управління якістю

Робота з діаграмою Ісікави проводиться в кілька етапів:

- Виявлення й збір всіх факторів і причин, що впливають на досліджуваний результат.

- Групування факторів за рівнем впливу і причинно-наслідковими блоками.

- Ранжирування цих факторів усередині кожного блоку.
- Аналіз отриманих результатів.
- Виключення факторів, на які не можемо впливати.
- Ігнорування малозначимих і неprincipових факторів.

2.1.2. Діаграма Парето

Дана діаграма застосовується для представлення відносної важливості проблеми або успіху умов з метою вибору відправної точки при вирішенні проблеми, простеженні за результатом і визначенні основної причини проблеми.

Діаграма Парето являє собою особливу форму вертикального стовпчикowego графіка (рис. 2.3), що допомагає визначити наявність проблем, а також ступінь важливості кожної з них.



Рис. 2.3. Діаграма Парето дефектних виробів

Безпосередня побудова діаграми складається з наступних дій:

- Вибір однієї із двох різновидів діаграм Парето.
- Класифікація причин або результатів (залежно від обраного виду діаграми).
- Розробка реєстраційної форми для збору інформації. Треба передбачити *стовпчики* для підрахунку результатів за кожною ознакою окремо, накопиченої суми дефектів тощо. (табл. 2.1).
- Визначення значимості даних.
- Графічне зображення результатів (група «інші» завжди перебуває на останнім місці).

Таблиця 2.1

Підготовка даних до побудови діаграми Парето

Тип дефектів	Кількість дефектів	Накопичена сума	Відсоток кількості дефектів	Накопичений відсоток
А				
Б				
...				
Інші				
Разом				

Використання діаграм Парето для *вдосконалення технологічних процесів*:

- для аналізу проблеми, необхідно будувати декілька діаграм з різних точок зору із застосуванням різних класифікацій для мінімізації факторів;
- намагатися оцінювати проблему у грошовому еквіваленті, використовуючи для цього вертикальні вісі діаграм;
- якщо отримане рішення досить просте, треба якомога швидше його реалізувати, оскільки діаграми використовують саме для усунення причин проблеми;
- якщо є можливість, будуйте діаграми за причинами.

Діаграми Парето, побудовані на основі даних, що містяться в контрольних листках або на інших формах обліку спостережень, допомагають привернути увагу і зусилля до дійсно важливих проблем. Чим важливіша проблема, тим більший стовпчик, який зображує цю проблему. Можна досягти більшого ефекту, займаючись проблемою, зображеною найвищим стовпчиком, і не приділяючи увагу меншим стовпчикам.

Проблеми якості є однією з причин збитків, тому дуже важливо виявити та оцінити розподілення збитків. Більшість з них обумовлена невеликою кількістю причин. Таким чином, виявивши причини появи невеликої кількості суттєво важливих дефектів або порушень, можна усунути майже усі збитки.

2.1.3. ABC-аналіз

ABC-аналіз базується на діаграмах Парето. ABC-аналізом називають спосіб оптимального управління кількісними або якісними параметрами продукції з метою виявлення періодів найбільшого накопичення та ранжування всіх видів продукції на три групи – А, В та С – у порядку спадання частоти їх використання. Відповідно до вказаного порядку виділяють наступні групи:

А – група, яка змінюється найбільш швидко (наприклад, запаси виробів, які постійно використовуються);

В – група, яка характеризує запаси виробів, що використовуються періодично;

С – частина, яка практично не змінюється (запаси виробів, що використовуються нечасто).

Прикладом застосування ABC-аналізу може бути управління складськими запасами. При цьому за основу беруть запас, який видають зі складу, і по вісі ординат у відсотках відкладають накопичений запас, що видають зі складу (рис. 2.4а, де M – накопичені відсотки по кількості виробів, N – накопичені відсотки суми надходжень зі складу). По вісі абсцис відкладають накопичену кількість виробів. Найбільшу увагу приділяють управлінню виробами з групи А (жорстке управління), потім – управлінню виробами з групи В, а відносно групи С застосовують м'яке управління.

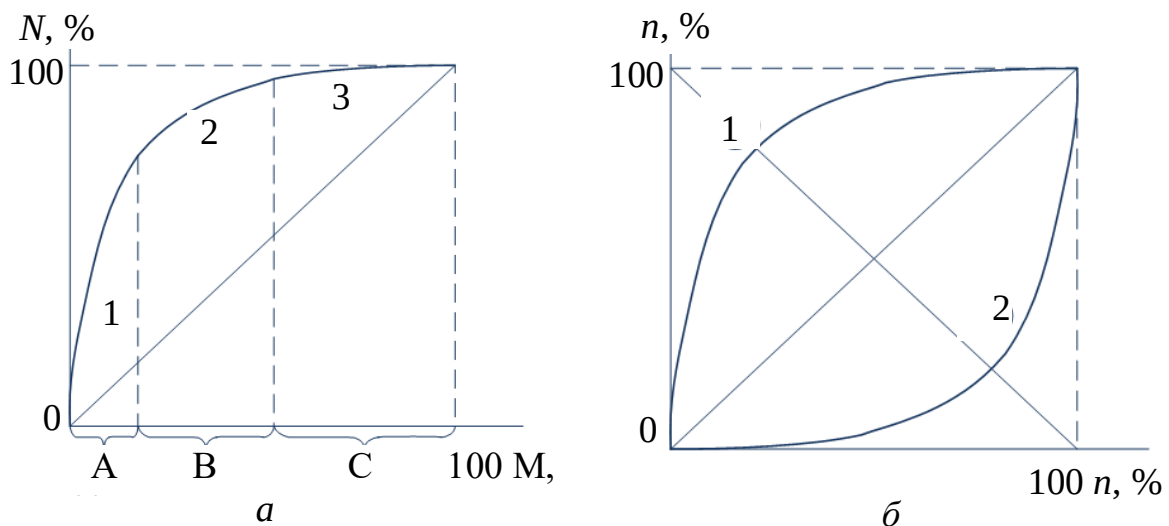


Рис. 2.4. ABC-діаграми

Можливі й інші підходи: наприклад, за основу беруть обсяги продажу товару по товарних позиціях, або площу, яка необхідна для зберігання. ABC-аналіз може застосовуватися й для інших процесів управління підприємством, де необхідним є перерозподіл зусиль.

На відміну від діаграм Парето, у ABC-аналізі застосовується подвійне накопичування до 100 % – як по вісі абсцис, так і по вісі ординат. Крива 1 на рисунку 2.4б побудована для накопичення у спадаючому порядку, і називається кривою Парето. Якщо за тими ж даними побудувати криву для накопичення у зростаючому порядку, отримаємо симетричну першій криву 2 (рис. 2.4б), яка називається кривою Лоренца та широко застосовується у теорії розподілення прибутків. Діагональ, що проходить через точки перетину кривих 1 та 2, називають лінією рівноваги. Якщо розкид даних незначний, то криві наближаються до лінії рівноваги.

Способів виділення груп у ABC-аналізі існує більше десяти. Найбільш поширеними серед них є емпіричний метод, метод суми та метод дотичних. Відповідно до емпіричного методу, розподіл на групи проводять у класичній пропорції 80:15:5. У методі суми додають долю об'єктів та їх сукупну долю у результаті; таким чином значення суми знаходиться у діапазоні від 0 до 200%. Групи виділяють таким чином: група А – 100 %, В – 45 %, С – інше. Цей метод є досить гнучким, але найбільш гнучким є метод дотичних, у якому до кривої ABC проводять дотичну, відокремлюючи спочатку групу А, а потім В та С.

2.1.4. Діаграми розсіювання

Діаграми розсіювання (розкиду) застосовуються, коли потрібно з'ясувати як буде змінюватися одна змінна величина при зміні значень іншої, тобто виявити наявність лінійного зв'язку між двома контрольованими параметрами. Вона відображає тісноту цього зв'язку, в той же час ця діаграма не показує, яка перемінна є причиною, а яка наслідком. Але під час контролю якості процесів часто потрібно аналізувати зв'язок між різними кількісними чи якісними ознаками.

Метод, який дає можливість приймати рішення щодо існування кореляційної залежності між двома змінними шляхом побудови діаграм розсіювання і розрахунку коефіцієнту кореляції, має назву *кореляційний аналіз*. Коефіцієнт кореляції є безрозмірною величиною, значення якого змінюється від -1 до $+1$. При наближенні абсолютної величини r_{xy} до нуля⁶ зв'язок послаблюється, а до одиниці – тіснота зв'язку зростає. Якщо

⁶При $r_{xy} = 0$ лінійний зв'язок відсутній; при $|r_{xy}| = 1$ зв'язок є функціональним.

значення коефіцієнта кореляції $r_{xy} > 0$, то кореляція є позитивною, а при $r_{xy} < 0$ – негативною.

Діаграми розсіювання являють собою деяку сукупність точок на графіку. Типові приклади діаграм розсіювання наведено на рис. 2.5.

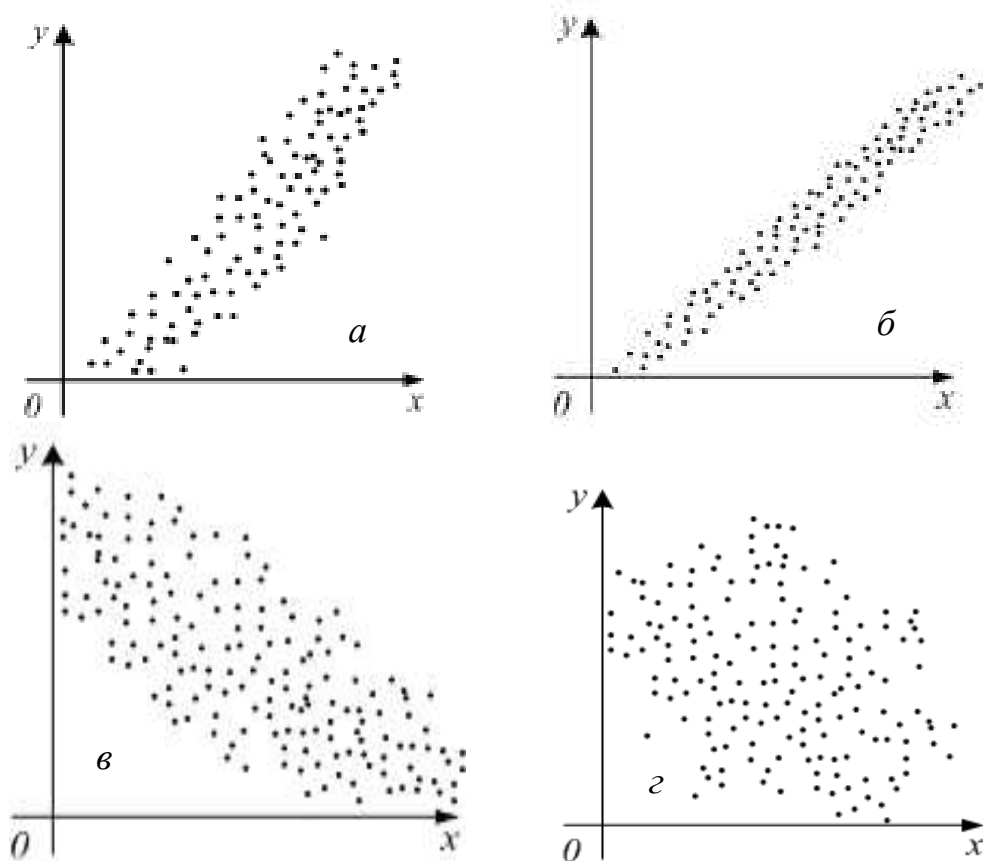


Рис. 2.5. Кореляційне поле

Наприклад, характер розташування точок на рис. 2.5а свідчить про наявність позитивної кореляції між величинами x та y ; на рис. 2.5б – про сильну позитивну лінійну кореляцію; на рис. 2.5в показаний випадок слабкої негативної кореляції; на рис. 2.5г – майже некорельовані випадкові величини.

Якщо внаслідок експерименту при кожному значенні випадкової величини $x = x_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$), випадкова величина y прийняла кілька значень $y_1, y_2, \dots, y_m$ (табл. 2.2), то кореляційну залежність можна визначити як функціональну:

$$\hat{y}_x = f(x), \quad (2.1)$$

де $\bar{y}_x = \frac{n_{i1}y_1 + n_{i2}y_2 + \dots + n_{im}y_m}{n_{x_i}}$ – умовне⁷ середнє значення величини y при $x = x_i$, котре підпорядковується дійсній (невідомій, теоретичній) функції $\bar{y}_x = \varphi(x)$ ⁸; $\hat{y}_x$ – прогнозне значення величини $\bar{y}_x$ за моделлю.

Таблиця 2.2

Експериментальні дані

$x \backslash y$	y_1	y_2	$\dots$	y_m	n_{x_i}
x_1	n_{11}	n_{12}	$\dots$	n_{1m}	$\sum n_{1j}$
x_2	n_{21}	n_{22}	$\dots$	n_{2m}	$\sum n_{2j}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	n_{ij}	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_{k1}	n_{k2}	$\dots$	n_{km}	$\sum n_{kj}$
n_{y_j}	$\sum n_{i1}$	$\sum n_{i2}$	$\dots$	$\sum n_{im}$	$n = \sum n_{x_i} = \sum n_{y_j}$

У випадку незгрупованих даних (найпростіший випадок) в результаті незалежних n дослідів була отримана сукупність пар чисел (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) . При цьому, кожна пара спостерігалась тільки по одному разу. У даному випадку коефіцієнт кореляції можна розрахувати за формулою:

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_{xx} \cdot s_{yy}}}, \quad (2.2)$$

де виправлене середнє квадратичне відхилення визначається за формулами (2.3):

$$\begin{aligned} s_{xx} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ s_{yy} &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \\ s_{xy} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}), \end{aligned} \quad (2.3)$$

де n – кількість пар даних, $\bar{x}$ – середнє арифметичне значень величини X ($x_1, x_2, \dots, x_n$), $\bar{y}$ – середнє арифметичне значень величини Y ($y_1, y_2, \dots, y_n$).

⁷ Знайдене при фіксованому значенні x_i .

⁸ Функція генеральної сукупності зв'язку між значеннями випадкових величин x та y , вигляд якої на практиці дослідник пропонує залежністю (2.1).

У випадку лінійної кореляції рівняння лінії регресії Y на X має вигляд:

$$y = a + bx, \quad (2.4)$$

де a – вільний член (константа); b – коефіцієнт регресії (кутовий коефіцієнт).

Коефіцієнти цієї функції можна знайти, використовуючи метод найменших квадратів, за наступними формулами:

$$b = \frac{s_{xy}}{s_{xx}}, \quad (2.5)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Розглянемо тепер більш загальний випадок, коли в n незалежних дослідах одне і те саме значення x спостерігалось n_x разів, значення y – n_y разів, пара чисел (x, y) – n_{xy} разів. Такі дані групують, тобто підраховують частоти n_x , n_y , n_{xy} і подають у вигляді таблиці, яку називають кореляційною.

Коли кореляційна таблиця побудована (чи задана заздалегідь), можна знаходити рівняння прямої ліній регресії та оцінити силу кореляційного зв'язку за допомогою вибіркового коефіцієнта кореляції.

Вибіркове рівняння прямої лінії регресії Y залежно від X , отримане за згрупованими даними, матиме вигляд

$$\bar{y}_x = \rho_{yx} \cdot x + b, \quad (2.6)$$

де ρ – вибіровий коефіцієнт регресії Y залежно від X .

Тут використовується поняття умовної середньої $\bar{y}_x$.

Введемо наступні позначення:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}.$$

Звідки:

$$\sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}n; \quad \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}n; \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = \overline{x^2}n.$$

Враховуючи те, що кожна пара чисел (x, y) спостерігається у n дослідах n_{xy} разів ($\sum xy = \sum n_{xy}$), формули для визначення ρ і b можна записати у вигляді:

$$\rho_{xy} = \frac{\sum n_{xy} xy - n \bar{x} \bar{y}}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}; \quad b = \frac{\overline{nx^2} \bar{y} - \bar{x} \sum n_{xy} xy}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}.$$

Оскільки $\overline{x^2} - \bar{x}^2 = \sigma_x^2$, то

$$\rho_{xy} = \frac{\sum n_{xy}xy - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x^2}.$$

Помноживши попередній вираз на σ_x/σ_y , для *вибіркового коефіцієнта кореляції* отримаємо вираз:

$$r_e = \frac{\sum n_{xy}xy - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x\sigma_y}. \quad (2.7)$$

Рівняння регресії Y залежно від X будемо шукати у вигляді:

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_e \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad (2.8)$$

а рівняння регресії X залежно від Y :

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_e \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}). \quad (2.9)$$

2.1.5. Контрольні карти, особливості їх застосування та побудова

Контрольні карти являють собою зображення часового ряду зі статистично визначеними верхньою і нижньою межами. Ці межі наносяться по обидві сторони від центральної лінії процесу (Control Level). Вони називаються «верхня контрольна межа» (Up Control Level) і «нижня контрольна межа» (Low Control Level). Загальний вид контрольної карти представлено на рис. 2.6.

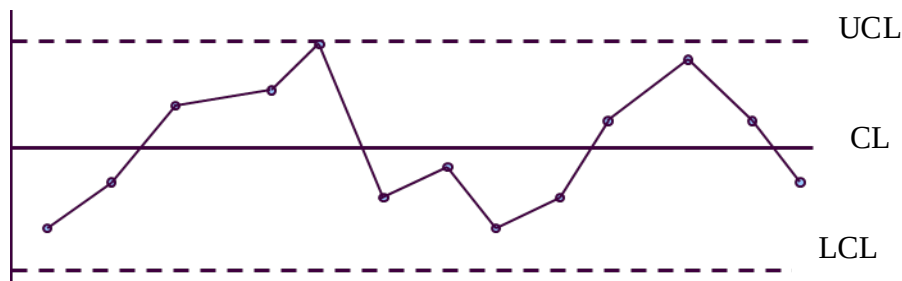


Рис. 2.6. Загальний вигляд контрольної карти

Цілями застосування контрольних карт можуть бути:

- виявлення некерованого процесу;
- контроль за керованим процесом;

- оцінювання можливостей процесу.

Зазвичай вивченню підлягає наступна змінна величина, тобто параметр управління технологічним процесом:

- відома найважливіша чи важлива;
- припустима ненадійна;
- з якої можна отримати інформацію про можливості процесу;
- експлуатаційна, що має значення при маркетингу.

При цьому не слід контролювати всі величини одночасно. Пов'язано це з тим, що вартість контрольних операцій дуже висока.

Дані часового ряду, які використовують для побудови контрольної карти, мають відповідати нормальному розподілу. Перевірка відповідної гіпотези здійснюється із застосуванням методів математичної статистики. Якщо вибірка добре апроксимується нормальним розподілом, то досить просто визначаються чисельні значення цих контрольних меж, для чого визначаються параметри нормального розподілу – математичне очікування і середньоквадратичне відхилення. Відомо декілька видів контрольних карт, які поділяють на дві групи:

- 1) карти для кількісних характеристик:

$\bar{x}$ -карти;

$(\bar{x} - R)$ -карти;

- 2) карти для якісних ознак:

p -карти;

$\bar{p}n$ -карти;

c -карти;

u -карти.

Розглянемо особливості застосування кожного виду контрольної карти.

$(\bar{x} - R)$ -карти

Карта використовується для аналізу і управління процесів, показники якості яких є неперервними величинами (концентрація, довжина тощо). Величина $\bar{x}$ – вибіркове середнє значення даної підгрупи, R – значення розкиду для тієї ж підгрупи. Карти цього виду використовують для управління розкидом у підгрупі. Контрольні межі розраховуються за формулами:

Контрольні межі	$\bar{x}$ -карта	R -карта
верхня межа	$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$	$UCL = D_4 \bar{R}$
центральна лінія	$CL = \bar{\bar{x}}$	$CL = \bar{R}$
нижня межа	$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$	$LCL = D_3 \bar{R}$

де $\bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^k \bar{x}_i / k$, $\bar{x}_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} / n$, n – об'єм підгрупи, k – кількість підгруп;
 $\bar{R} = \sum_{i=1}^k R_i / k$, $R_i = R_{\max_i} - R_{\min_i}$, A_2 , D_3 та D_4 – коефіцієнти, які вибираються залежно від n (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Значення коефіцієнтів для $(\bar{x} - R)$ -карт

Об'єм підгрупи n	$\bar{x}$ -карта	R -карта	
	A_2	D_3	D_4
6	0,483	—	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777

$\bar{x}$ -карти

Якщо інформація стосовно процесу надходить через великі інтервали часу, або групування даних не є інформативним, значення показника якості x безпосередньо наносяться на карту, а для визначення контрольних границь використовують поточні значення розкиду R_s . Контрольні межі визначають за формулами:

- верхня контрольна межа: $UCL = \bar{\bar{x}} + 2,66 \bar{R}_s$
- центральна лінія: $CL = \bar{\bar{x}}$
- нижня контрольна межа: $LCL = \bar{\bar{x}} - 2,66 \bar{R}_s$,

де $\bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^n x_i / n$, n – об'єм вибірки.

$\bar{p}n$ - та p -карти

Карти цього типу використовуються, якщо показником якості є кількість дефектних виробів або їх частка. $\bar{p}n$ -карти (карти кількості дефектних виробів) обирають, якщо об'єм вибірки є постійним, а p -карти (картки частки дефектів) – коли об'єм вибірки є змінною величиною. Формули для розрахунку контрольних меж:

Контрольні межі	$\bar{p}n$ -карта	p -карта
верхня межа	$UCL = \bar{p}n + 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})}$	$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$
центральна лінія	$CL = \bar{p}n$	$CL = \bar{p}$
нижня межа	$LCL = \bar{p}n - 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})}$	$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$

де $\bar{p} = \frac{\sum pn}{k \cdot n}$, $\sum pn$ – сумарна кількість дефектів; n – об'єм підгрупи, k – кількість підгруп.

Якщо розраховане значення нижньої межі є від'ємною величиною, то вона не розглядається, тобто значення $LCL = 0$.

c- та u-карти

Карти цього типу використовуються у випадках аналізу показників якості – кількість дефектів (подряпини, нерівності). Карти типу c застосовують для фіксування кількості дефектів у виробах однакового розміру, а u -карти використовують для аналізу дефектів виробів, які мають різний розмір. Формули для розрахунку контрольних меж:

Контрольна межа	c -карта	u -карта
верхня межа	$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$	$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}}$
центральна лінія	$CL = \bar{c}$	$CL = \bar{u}$
нижня межа	$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}}$

де $\bar{c} = \sum_{i=1}^n c_i / n$, $\bar{u} = \sum_{i=1}^n u_i / n$, n – об'єм вибірки.

Якщо розраховане значення нижньої межі є від'ємною величиною, то вона не розглядається, тобто значення $LCL = 0$.

Формули для розрахунку контрольних меж розглянутих видів карт представлені у додатку Б.

2.1.6. Аналіз контрольних карт і менеджмент якості продукції

Мету аналізу контрольних карт можна визначити як виявлення характерних випадків варіацій показників якості продукції (процесів) і пропонування заходів щодо усунення таких варіацій. Розглянемо типові варіації:

Вихід за контрольні межі: наявність точок, які знаходяться поза контрольних меж (рис. 2.7).

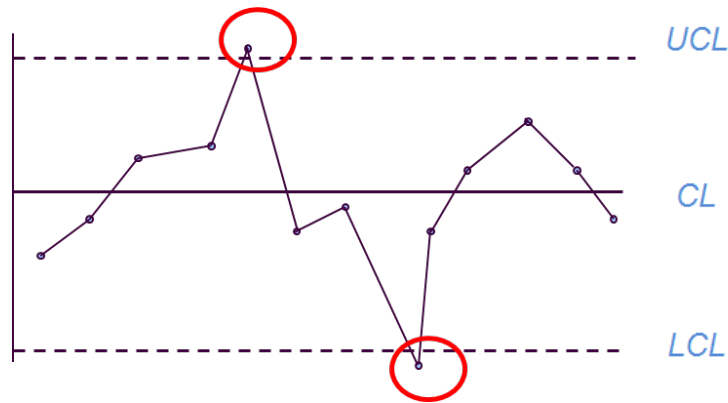


Рис. 2.7. Вихід за контрольні межі

Серія є проявом такого стану процесу, коли 7 чи більше точок розташовуються з однієї сторони від середньої лінії. Кількість таких точок називають *довжиною серії*. До серії можна віднести два випадки, зображених на рис. 2.8.

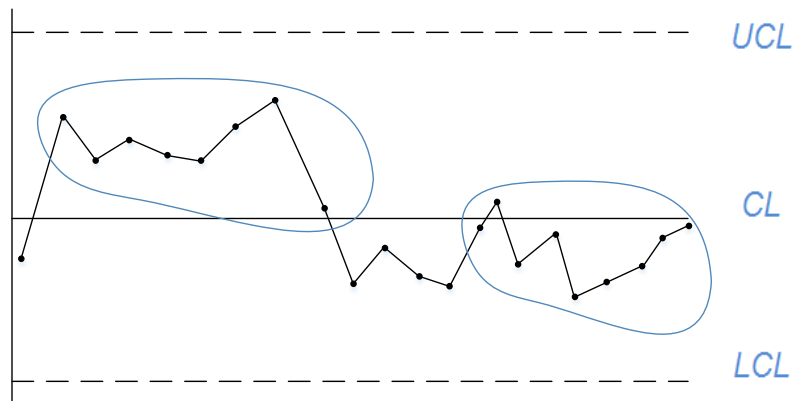


Рис. 2.8. Серія

Тренд – проява такого стану процесу, коли 6 та більше точок розташовані в зростаючому або спадаючому порядку (рис. 2.9).

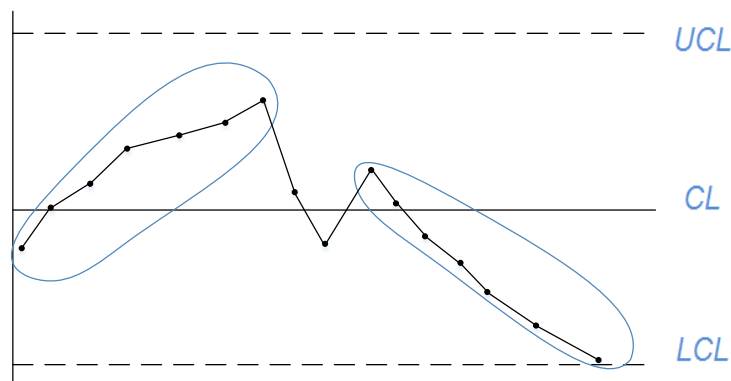


Рис. 2.9. Тренд

Наближення до контрольних меж спостерігається, коли точки наближуються до контрольних меж. Процес вважається некерованим, якщо 2 і більше точок знаходяться між так званими 2- та 3-сігмовими лініями (рис. 2.10).

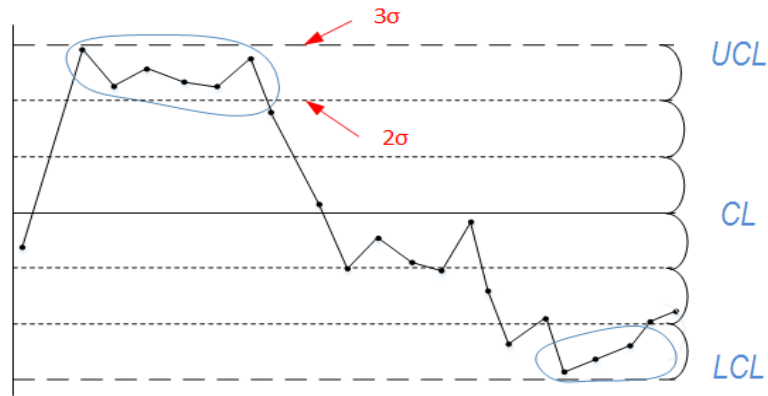


Рис. 2.10. Наближення до контрольних меж

Наближення до центральної лінії. Процес вважається некерованим, якщо більшість точок знаходяться всередині 1,5-сігмових ліній. Наприклад, це може бути проявом неправильного способу розділення на підгрупи або змішування даних з різних розподілень (рис. 2.11).

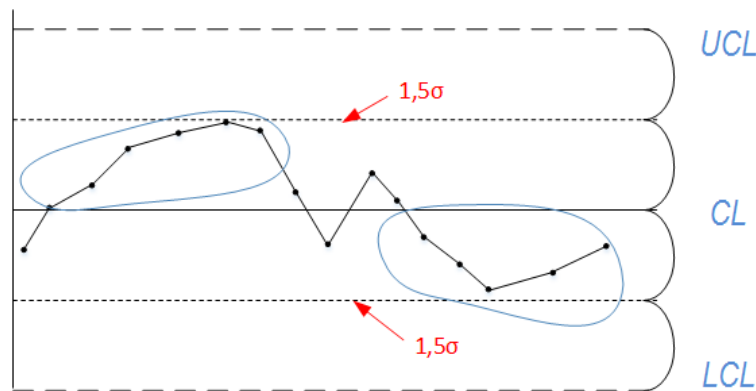


Рис. 2.11. Наближення до центральної лінії

Ще однією ознакою неконтрольованого процесу є *періодичність* – прояв такого стану процесу, при якому крива спадає і піднімається приблизно з однаковими інтервалами часу.

При виявленні однієї або декількох типових варіацій процес вважається некерованим, тому слід вжити певні заходи. Такими заходами можуть бути:

- а) зміна способу розподілення на підгрупи;
- б) аналіз внутрішньогрупових та міжгрупових варіацій за формулами математичної статистики;
- в) стратифікація і аналіз розбіжностей між розшарованими картами.

Після того, як залежність між показником якості та факторами знайдено, треба встановити ці фактори на певних рівнях таким чином, щоб забезпечити попадання цільового значення показника якості у заданий діапазон. Цей етап називають *управлінням процесом*.

Алгоритм прийняття рішень щодо контрольних ліній представлено на рис. 2.12.

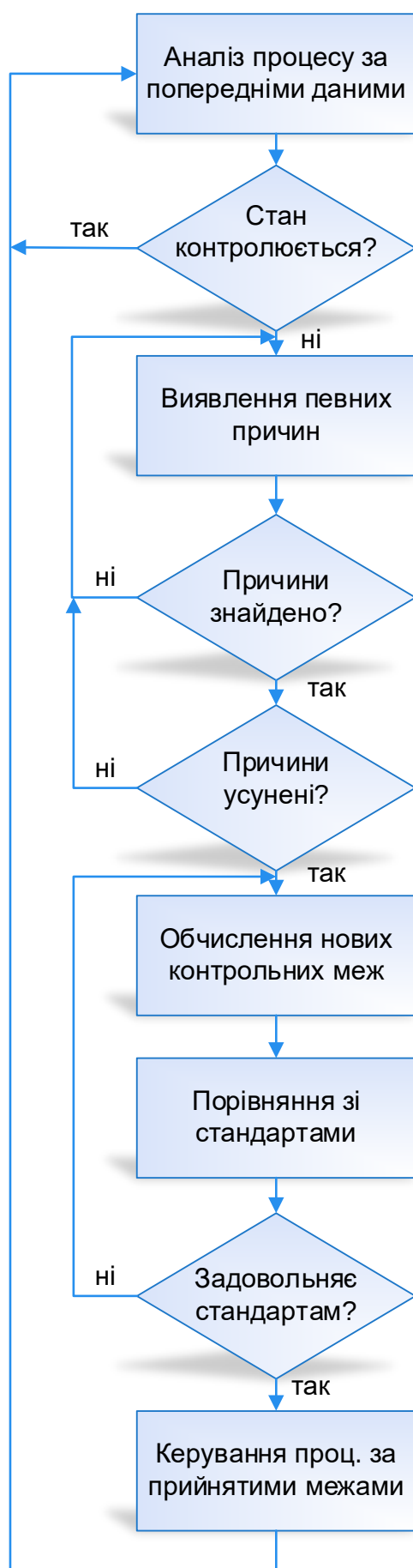


Рис. 2.12. Алгоритм прийняття рішень при виявленні типових варіацій

Приклад 2.1

Відділ обробки замовлень фірми У складається з 20 працівників, а час обробки рахунків-фактур становить 5–8 днів. З метою скорочення часу обробки замовлень було визначено фактори, які впливають на час обробки рахунку-фактури, із застосуванням методу мозкового штурму.

Зокрема, термін оформлення значною мірою залежить від способу отримання замовлення: у разі отримання замовлення через сайт рахунок-фактура формується автоматично, час оформлення найкоротший; якщо замовлення отримано телефоном, то термін оформлення найдовший.

Результати обговорення представлено у вигляді діаграми Ісікави на рис. 2.13. Після проведення аналізу діяльність відділу була розділена на 4 сегменти, з урахуванням значущості та суми заказів: VIP-, великі, середні та маленькі замовлення.

Приклад 2.2. Цех № 1 підприємства Х виробляє кольоровий поролон у вигляді блоків. Поверхня блоків має чарункову структуру і забезпечує м'якість, пружність, зберігання форми та теплоізоляційні властивості матеріалу. За результатами контролю якості поролону встановлено наявність таких дефектів: нерівномірне фарбування, різна товщина блоків поролону, темні смуги по боках блоків, дефекти чарункової структури та інші. З метою аналізу проблеми було відібрано зразки поролону та підраховано кількість дефектів за кожним видом. Результати контролю представлено у табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Контрольний листок причин дефектів

Вид дефекту	Результати контролю
Нерівномірне фарбування	10
Різна товщина блоків поролону	104
Темні смуги по боках блоків	42
Дефекти чарункової структури	6
Інші	8
Разом	170

Необхідно побудувати діаграму Парето за якістю поролону та проаналізувати отримані результати.

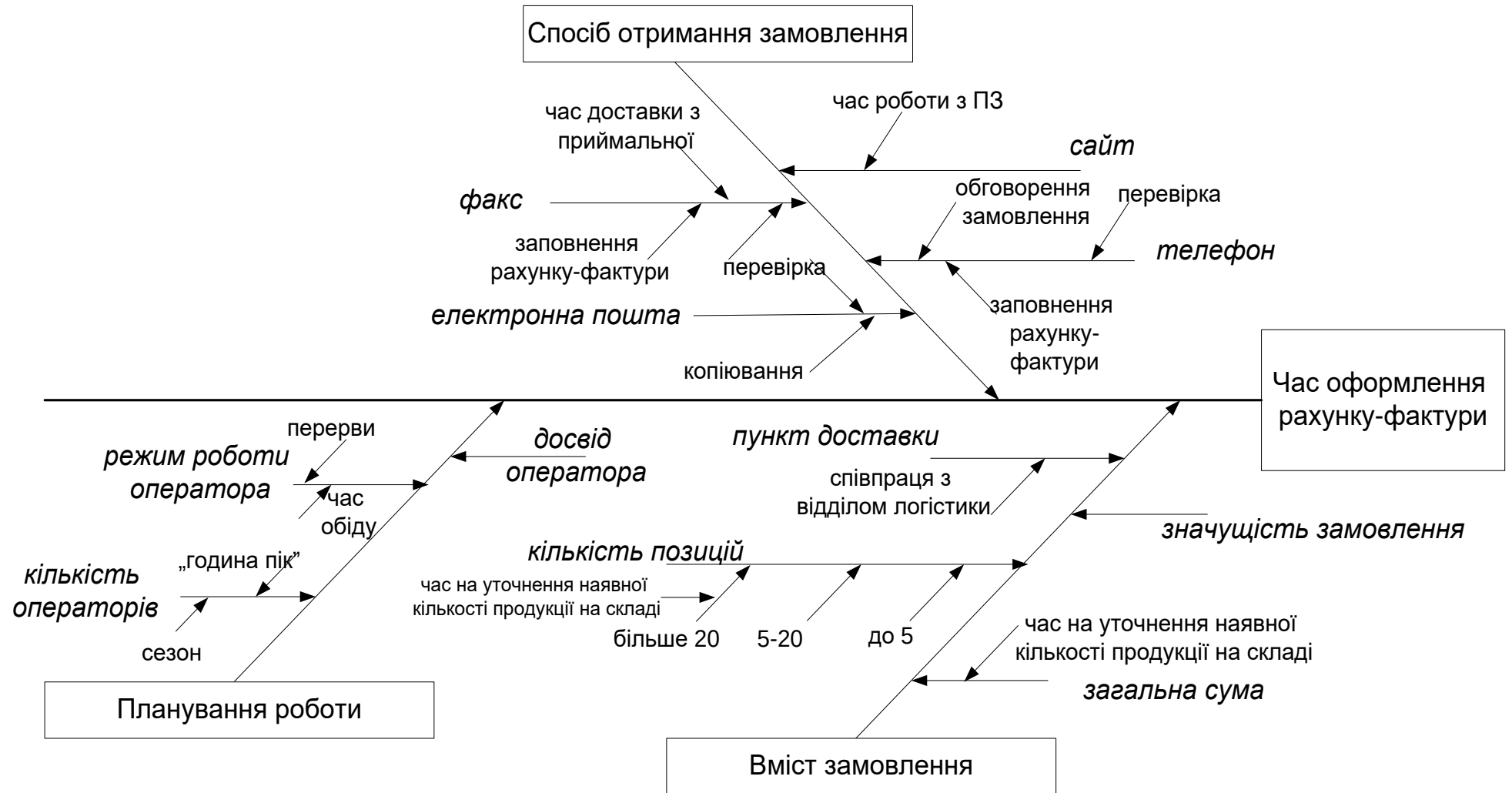


Рис. 2.13. Діаграма причин та результатів

Розв'язання. Заповнимо бланк для перевірки даних (табл. 2.5). При цьому розташуємо дані у порядку спадання кількості дефектів, причому групу «інші» залишимо на останньому місці.

Таблиця 2.5

Бланк перевірки даних

Вид дефекту	Кількість виробів із дефектом	Накопичена (кумулятивна) сума	Відсоток кількості дефектів	Накопичений (кумулятивний) відсоток
Різна товщина блоків поролону	104	104	61,2	61,2
Темні смуги по боках блоків	42	$104 + 42 = 146$	24,7	85,9
Нерівномірне фарбування	10	$146 + 10 = 156$	5,9	91,8
Дефекти чарункової структури	6	$156 + 6 = 162$	3,5	95,3
Інші	8	$162 + 8 = 170$	4,7	100
Всього	170	—	100	—

Побудуємо діаграму Парето за результатами (рис. 2.14). Позначення на діаграмі: А – різна товщина блоків поролону, В – темні смуги по боках блоків, С – нерівномірне фарбування, D – дефекти чарункової структури, Е – інші.

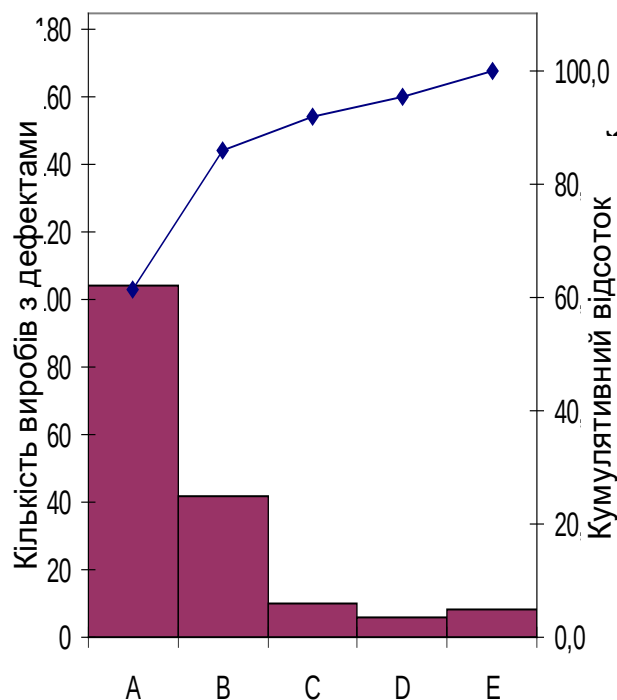


Рис. 2.14. Діаграма Парето

Як видно з діаграми, основною причиною низької якості поролону є різна товщина блоків поролону. Більше 60 % зразків, відібраних для аналізу, мають цей вид дефекту.

Отже, необхідно знайти причину появи дефектів та усунути її.

Приклад 2.3

Аналізується проблема складування на підприємстві з надання сервісних послуг технічного обслуговування та ремонту обладнання. У таблиці наведено результати дослідження ремонтних запасів 80 найменувань, які видаються зі складу (табл. 2.6).

Таблиця 2.6

Річний запас ремонтних одиниць на складі

Вартість, тис. грн.	7–8	6–7	5–6	4–5	3–4	2–3	1–2	0–1	Разом
Видано зі складу, одиниць	1	2	4	5	7	4	22	35	80

Побудуйте ABC-діаграму та проаналізуйте її – до якої групи ремонтних запасів слід застосувати жорстке управління, а за якими одиницями контроль може бути помірним?

Розв'язання

Підрахуємо окремо накопичену суму і накопичений відсоток за вартістю ремонтних запасів та за кількістю виробів. Результати представимо у табл. 2.7. За даними стовпчиків 4 і 6 побудуємо криву – ABC-діаграму (рис. 2.15).

Таблиця 2.7

Дані для побудови ABC-діаграми

Вартість ремонтних одиниць, тис. грн.	Кількість одиниць	Вартість ремонтних запасів (N)		Кількість виробів (M)	
		накопичена сума, тис. грн.	%	накопичена кількість одиниць	%
1	2	3	4	5	6
7,5	1	7,5	5,0	1	1,3
6,5	2	20,5	13,7	3	3,8
5,5	4	42,5	28,3	7	8,8
4,5	5	65,0	43,3	12	15,0
3,5	7	89,5	59,7	19	23,8
2,5	4	99,5	66,3	23	28,8
1,5	22	132,5	88,0	45	56,3
0,5	35	150,0	100,0	80	100,0

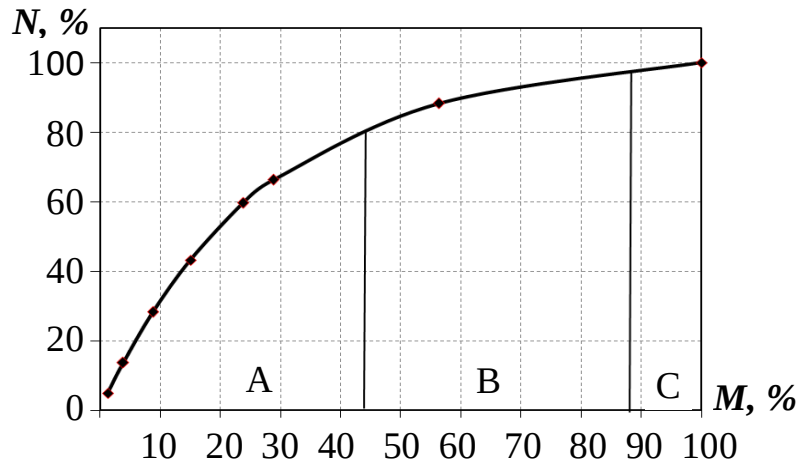


Рис. 2.15. ABC-діаграма

Як видно з діаграми, 80 % вартості запасів ремонтні одиниці за ціною до 5 тис. грн. Отже, основну увагу слід зосередити на управлінні запасами з групи А. Відносно запасів групи В (15 % вартості) контроль може бути періодичним, а щодо групи С – періодичність контролю може бути ще довшою.

Приклад 2.4. На підприємстві переробної промисловості проводили аналіз взаємозв'язку між рентабельністю виробництва (X , %) та преміями на 1 працівника (Y , тис. грн.). Результати досліджень наведені у таблиці.

Місяць	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
X , %	16	15	10	11	10	15
Y , тис. грн.	2,5	2,4	1,8	1,9	1,7	2,1
Місяць	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень
X , %	17	10	10	15,5	17	18
Y , тис. грн.	2,7	1,6	1,75	2,2	2,8	2,9

Побудуйте діаграму розсіювання, розрахуйте коефіцієнт кореляції та коефіцієнти рівняння регресії; побудуйте лінію регресії. Чи є зв'язок між рентабельністю та обсягом премій?

Розв'язання. Розрахуємо спочатку коефіцієнт кореляції за формулами (2.2)–(2.3):

$$\rho_{xy} = \frac{\sum n_{xy}xy - \bar{n}\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x^2} \quad \bar{x} = \frac{16+15+\dots+18}{12} \approx 13,71; \quad \bar{y} = \frac{2,5+2,4+\dots+2,9}{12} \approx 2,2;$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (16 - 13,71)^2 + (15 - 13,71)^2 + \dots + (18 - 13,71)^2 = 9,52,$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = (2,5 - 2,2)^2 + (2,4 - 2,2)^2 + \dots + (2,9 - 2,2)^2 = 0,19,$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = (16 - 13,71) \cdot (2,5 - 2,2) + (15 - 13,71) \cdot (2,4 - 2,2) + \dots + (18 - 13,71) \cdot (2,9 - 2,2) = 1,29.$$

Коефіцієнт кореляції:

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}} = \frac{1,29}{\sqrt{9,52 \cdot 0,19}} = 0,95.$$

Побудуємо діаграму розсіювання та розрахуємо коефіцієнти лінії регресії за формулами (2.5):

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{1,29}{9,52} = 0,1356,$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 2,2 - 0,1356 + 13,71 = 0,3375.$$

Тоді рівняння регресії матиме вигляд $y = 0,3375 + 0,1356 \cdot x$. Діаграму розсіювання подано на рис. 2.16.

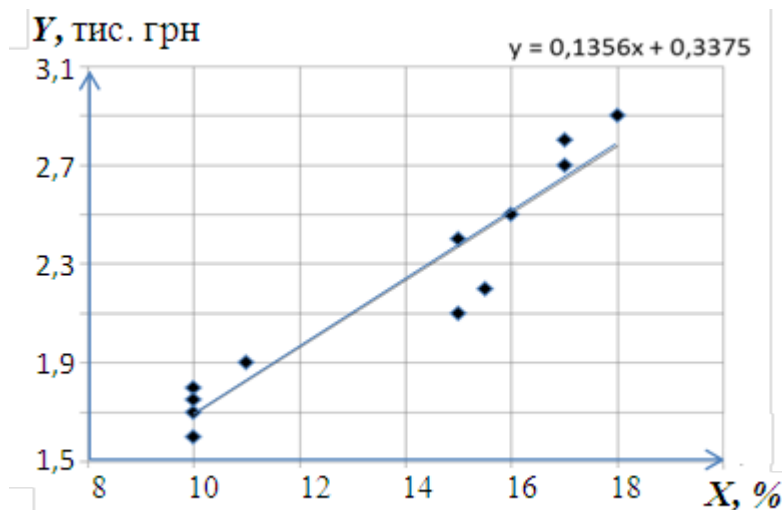


Рис. 2.16. Діаграма розсіювання

Отримане значення коефіцієнту кореляції дозволяє зробити висновок, що зв'язок між рентабельністю та обсягом премій на даному підприємстві існує, і він досить тісний.

Приклад 2.5

Результати моніторингу довжини виробу (560 вимірювань) були поділені на підгрупи по 10 значень у кожній. Результати наведені у табл. 2.8. Визначте тип контрольної карти та розрахуйте значення контрольних меж. Визначте, чи знаходиться процес у керованому стані. Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язання. Оскільки вимірюване значення – довжина є неперервною величиною, то оберемо для аналізу процесу $(\bar{x} - R)$ -карту. Для кожного стовпчика визначимо середнє значення і розмах. Результати наведені в табл. 2.9.

Далі розрахуємо загальне середнє значення і середній розкид:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{119.71 + 117.87 + \dots + 81.66 + 120.39}{56} = 129.77;$$

$$\bar{R} = \frac{192.82 + 229.15 + \dots + 241.18 + 209.33}{56} = 199.35$$

Значення коефіцієнтів для розрахунку контрольних меж оберемо з табл. Б.2 (Додаток Б) для $n = 10$: $A_2 = 0,308$, $D_3 = 0,223$, $D_4 = 1,777$ та обчислимо значення контрольних меж:

Контрольна межа	$\bar{x}$ -карта	R -карта
верхня	$UCL = 191.17$	$UCL = 354.25$
центральна лінія	$CL = 129.77$	$CL = 199.35$
нижня	$LCL = 68.37$	$LCL = 44.46$

Побудуємо контрольну карту: нанесемо на карту середні значення $\bar{x}$ та значення розкиду R з таблиці, а також контрольні межі (рис. 2.17).

Як видно, для даного процесу спостерігається наближення до центральної лінії; отже, процес є некерованим.

Таблиця 2.8

Результати вимірювань довжини виробу

№ у підгрупі (n) № підгрупи (k)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	198.22	19.27	93.27	59.80	239.05	52.03	8.15	131.32	93.28	195.41	87.89	218.41	94.80	52.17
2	228.24	238.98	46.90	130.56	231.33	69.58	70.55	66.97	40.00	163.65	209.62	135.11	126.29	108.49
3	160.33	28.64	49.06	64.28	27.03	147.01	228.19	177.73	202.68	23.66	123.15	229.13	76.08	238.19
4	78.30	182.81	207.24	75.84	53.99	96.86	227.97	99.23	127.66	214.49	79.99	23.51	247.91	228.31
5	79.41	116.49	139.31	65.48	207.45	61.78	19.86	157.84	239.02	156.92	124.59	225.87	53.15	31.49
6	108.40	207.45	35.22	241.55	135.47	1.80	192.15	241.61	239.19	61.02	145.42	21.91	117.24	125.92
7	50.93	14.17	243.40	84.60	33.50	205.03	96.63	23.97	239.72	95.44	98.06	138.69	229.53	247.61
8	55.49	212.78	142.23	184.52	191.39	217.64	138.91	133.00	223.36	182.38	201.98	184.76	40.77	118.60
9	35.42	148.25	54.60	220.40	125.46	132.13	71.31	218.27	102.26	111.41	138.74	4.12	232.83	210.13
10	202.33	9.82	161.80	99.59	217.27	94.84	218.05	130.09	74.77	189.61	184.85	77.89	47.95	197.74

Продовження таблиці 2.8

	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	111.39	202.82	156.74	26.41	182.49	14.64	248.29	54.10	169.77	6.75	166.89	38.47	77.99	207.04
2	48.59	166.17	240.15	159.93	210.50	38.50	77.07	239.60	121.17	165.11	109.51	195.27	39.83	177.40
3	229.08	145.90	60.25	115.44	26.74	33.83	59.20	146.57	210.20	35.34	61.45	64.39	206.64	137.05
4	248.88	195.94	159.70	193.52	235.02	182.74	132.39	43.36	118.69	179.61	151.00	28.50	93.17	176.44
5	81.41	74.38	157.61	9.28	102.38	173.54	96.03	43.07	223.88	123.54	176.89	246.03	182.26	80.25
6	59.22	107.79	236.89	213.88	22.41	2.69	139.42	71.66	160.27	118.19	162.47	183.89	106.69	63.19
7	93.60	170.35	68.62	175.81	236.76	218.04	154.30	160.97	103.39	106.56	4.82	40.17	107.23	74.30
8	23.38	182.64	245.86	115.00	165.91	160.40	202.14	27.89	142.07	222.45	152.22	127.42	127.09	37.04
9	179.13	236.04	192.88	114.69	58.09	160.71	231.51	196.01	78.08	246.70	223.58	19.55	162.07	152.32
10	143.37	125.71	248.22	221.82	75.52	0.32	93.71	95.45	109.01	242.02	227.29	3.45	155.12	102.30

Продовження таблиці 2.8

	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	109.90	185.03	140.43	107.65	145.19	23.98	2.61	237.28	169.85	99.19	237.85	204.17	122.94	144.58
2	64.80	147.58	195.85	77.78	190.28	6.88	28.54	102.34	1.29	66.50	196.82	131.47	243.44	85.64
3	158.49	242.26	104.25	79.38	48.55	67.55	32.68	195.41	70.36	102.64	54.67	71.86	135.09	209.23
4	204.28	124.23	164.27	138.18	189.40	90.05	102.56	153.81	172.02	73.20	166.09	4.70	101.03	237.59
5	149.50	128.10	194.24	209.58	212.20	107.10	77.40	145.54	223.59	212.24	51.51	23.67	37.51	165.18
6	246.63	78.53	110.31	45.51	170.22	141.38	202.04	102.23	167.11	142.26	37.37	249.25	104.16	238.95
7	119.04	0.54	124.02	101.50	37.38	187.49	138.29	127.88	25.99	146.22	247.01	71.33	150.27	227.23
8	47.29	155.55	194.14	131.53	146.24	110.17	20.39	169.09	107.47	181.80	51.42	217.26	140.42	49.99
9	95.21	155.24	71.95	15.03	214.60	137.57	120.38	50.53	234.79	203.75	49.32	247.41	203.75	206.35
10	209.32	220.86	19.54	212.46	204.56	169.92	8.59	80.10	16.60	181.95	235.11	246.76	203.62	48.49

Продовження таблиці 2.8

	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
1	175.94	105.01	202.54	118.71	95.86	100.26	105.63	224.39	234.09	154.03	229.73	84.33	17.20	43.918
2	184.94	205.04	149.63	193.47	140.26	42.16	207.98	34.15	34.540	52.25	40.36	122.82	9.45	124.49
3	218.72	147.68	249.99	152.33	157.61	167.79	129.73	179.59	16.059	44.92	203.38	248.27	166.30	121.88
4	211.99	150.02	51.92	104.21	48.39	48.08	107.52	216.45	50.861	106.43	30.76	78.349	215.36	98.24
5	131.77	59.11	139.21	14.26	118.18	188.27	134.95	186.72	185.27	61.65	83.86	187.10	174.09	10.11
6	198.92	146.12	187.90	181.37	195.00	214.95	50.14	207.52	125.27	164.99	88.85	2.69	54.308	156.78
7	209.64	85.77	192.47	181.41	130.22	169.50	64.60	15.98	132.23	55.363	13.21	8.89	2.029	150.00
8	167.22	53.46	204.07	10.38	236.42	36.97	220.88	229.49	213.53	128.52	61.57	137.59	1.18	219.43
9	170.39	53.58	184.33	9.16	87.72	103.75	17.60	146.11	125.03	102.85	167.87	156.38	41.21	130.71
10	125.23	234.03	28.91	206.70	43.51	202.82	28.20	168.96	46.1324	28.03	164.96	142.20	135.41	148.27

Таблиця 2.9

Результати розрахунку середнього значення та розкиду

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...	55	56
1	198.22	19.27	93.27	59.80	239.05	52.03	8.15	131.32	93.28	195.41	87.89	...	17.20	43.92
2	228.24	238.98	46.90	130.56	231.33	69.58	70.55	66.97	40.00	163.65	209.62	...	9.46	124.49
3	160.33	28.64	49.06	64.28	27.03	147.01	228.19	177.73	202.68	23.66	123.15	...	166.31	121.88
4	78.30	182.81	207.24	75.84	53.99	96.86	227.97	99.23	127.66	214.49	79.99	...	215.37	98.25
5	79.41	116.49	139.31	65.48	207.45	61.78	19.86	157.84	239.02	156.92	124.59	...	174.09	10.11
6	108.40	207.45	35.22	241.55	135.47	1.80	192.15	241.61	239.19	61.02	145.42	...	54.31	156.79
7	50.93	14.17	243.40	84.60	33.50	205.03	96.63	23.97	239.72	95.44	98.06	...	2.03	150.00
8	55.49	212.78	142.23	184.52	191.39	217.64	138.91	133.00	223.36	182.38	201.98	...	1.19	219.44
9	35.42	148.25	54.60	220.40	125.46	132.13	71.31	218.27	102.26	111.41	138.74	...	41.22	130.71
10	202.33	9.82	161.80	99.59	217.27	94.84	218.05	130.09	74.77	189.61	184.85	...	135.41	148.27
$\bar{x}$	119.71	117.87	117.30	122.66	146.19	107.87	127.18	138.00	158.19	139.40	139.43	...	81.66	120.39
Max	228.24	238.98	243.40	241.55	239.05	217.64	228.19	241.61	239.72	214.49	209.62	...	215.37	219.44
Min	35.42	9.82	35.22	59.80	27.03	1.80	8.15	23.97	40.00	23.66	79.99	...	1.19	10.11
R	192.82	229.15	208.18	181.75	212.02	215.84	220.04	217.64	199.72	190.83	129.62	...	214.18	209.33

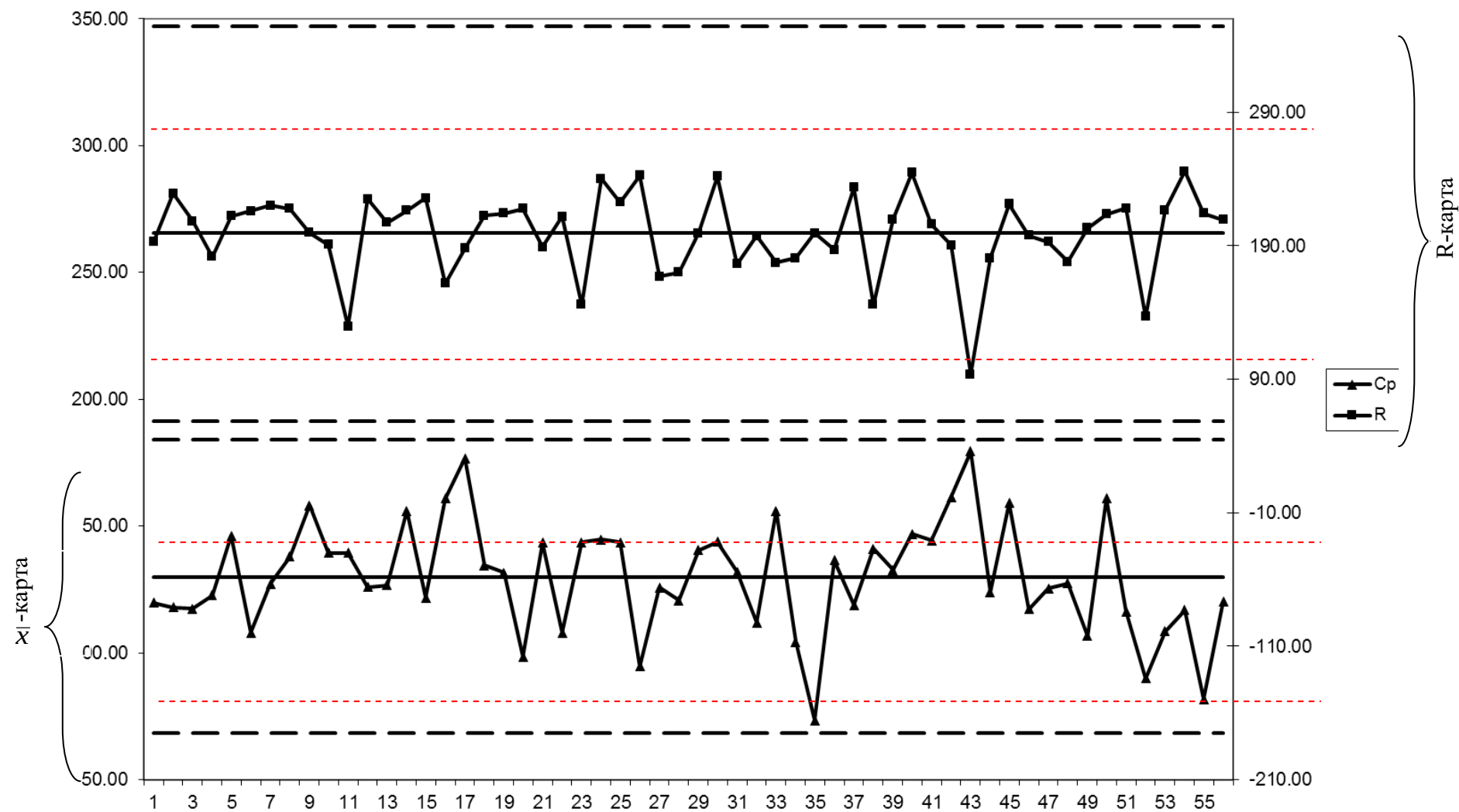


Рис. 2.17. Контрольна карта

Приклад 2.6

На якість накопичувачів на магнітних дисках фірми *X* надійшла значна кількість рекламаций. З метою аналізу проблеми було відібрано 100 виробів, які розділили на підгрупи по 10 шт. у кожній і розподілили на придатні та браковані відповідно до стандарту. Результати наведені в таблиці (0 – придатні; 1 – браковані). Визначте тип контрольної карти та розрахуйте значення контрольних меж.

Таблиця 2.10

Результати сортування накопичувачів на магнітних дисках фірми *X*

№ підгрупи		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Разом
Кількість у підгрупі, шт.		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100
Розподіл бракованих виробів за підгрупами	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
	9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
	10	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
Кількість дефектних виробів у підгрупі		1	1	1	1	0	2	2	1	0	1	10

Розв'язання. Оскільки аналізується кількість дефектних виробів, а кількість виробів у кожній підгрупі однакова, оберемо $\bar{p}n$ -карту.

Розрахуємо контрольні межі:

$UCL = 3.85$, $CL = 1$, $LCL = -1.85$. Оскільки $LCL < 0$, приймемо $LCL = 0$.

Остаточна відповідь: $UCL = 3.85$, $CL = 1$, $LCL = 0$.

Задачі

За завданнями задач 2.1–2.15 побудуйте діаграму причин та результатів і запропонуйте можливі дії щодо поліпшення показника якості.

2.1. Якість обслуговування у супермаркеті (складі-магазині).

2.2. Помилки при наборі тексту на комп'ютері.

2.3. Набір невірного номера телефону.

2.4. Систематичне запізнення на ділові зустрічі.

2.5. Низька швидкість інтернет-зв'язку.

2.6. Відмова промислового обладнання у гарантійні терміни.

- 2.7. Низька швидкість роботи програмного додатку.
- 2.8. Виток комерційної інформації.
- 2.9. Втрата долі ринку.
- 2.10. Помилки під час відвантаження товару зі складу.
- 2.11. Затримки у постачанні товару від виробника.
- 2.12. Низький рейтинг сайту підрозділу.
- 2.13. Невиконання запланованих завдань на підприємстві.
- 2.14. Запізнення автопоїзду.
- 2.15. Незадовільний результат атестації співробітника.

За завданнями задач 2.16–2.30 побудуйте діаграму Парето та проаналізуйте її.

2.16. Служба захисту прав споживачів проаналізувала скарги, що поступили з різних джерел. Дослідження показало, що кількість скарг, що поступили по телефону, склало 340, прийшли особисто – 15 осіб, подали заяви письмово – 170 осіб, записали в книгу скарг – 10; кількість скарг з інших закладів – 3. Визначте основний канал отримання скарг.

2.17. За результатами контролю якості поліпропіленових ліній підприємства X визначено наступні дефекти, випадків: непрорізані місця на плівці – 28; кількість обірваних стрічок – 17; смуги на плівці – 31; різна товщина плівки – 40; інші види дефектів – 10. Визначте найбільш поширені види дефектів.

2.18. Аналіз зносу інфраструктури транспортного господарства промислового підприємства показав, що знос устаткування приймання-розвантаження склав 70 %, вагонів, коперів та цистерн – 64,5 %, локомотивів – 77 %, електровозів – 54 %, іншого виду устаткування і технічних пристроїв – 55 %. Запропонуйте, з якого виду обладнання слід починати модернізацію інфраструктури.

2.19. За результатами контролю якості поліпропіленових ліній визначено причини, що впливають на товщину плівки. До погіршення якості в 10 випадках привели збої в роботі фільтруючого пристрою, в 6 випадках – нерівномірний обігрів циліндра екструдера, в 4 випадках – не відкалібрована щілина формувальної голівки, в 17 – несправності в роботі регулятора температури нагріву формувальної голівки і 3 випадки були обумовлені іншими причинами. Запропонуйте заходи щодо поліпшення якості плівки.

2.20. Керівництво підприємства Х проаналізувало обсяги продажу за рік та прийшло до висновку, що причинами невчасного постачання товару в 15 % випадків були помилки в кількості одиниць продукції; у 56 % випадків – помилки в назві моделі; 14 % випадків – у назві постачальника; у 5 % випадків невірно підрахована загальна сума замовлення; 10 % випадків – інші види помилок. На що насамперед слід звернути увагу?

2.21. Аналіз скарг на якість ремонтних послуг сервісного центру промислового обладнання показав, що 87 клієнтів незадоволено процесом діагностики, 10 – якістю заміненних деталей, 3 – організацією і проведенням самих ремонтних робіт, 18 – якістю кінцевого результату, 5 клієнтів назвали інші причини. Запропонуйте заходи для покращення якості обслуговування.

2.22. Аналіз якості питної води показав, що у 126 випадках причиною погіршення якості води було перевищення вмісту заліза, у 80 випадках – порушення бактеріологічних норм, у 93 випадках – перевищення загальної жорсткості, у 12 випадках – наявність важких металів та 5 випадків зумовлено іншими причинами. Визначте найбільш поширені види порушень.

2.23. Служба захисту прав споживачів проаналізувала скарги за квартал. Дослідження показало, що кількість скарг на продаж товарів через мережу Інтернет склала 1010; продажі, які пов'язані з акціями, – 160, продажі комплектів – 340, продажі за клубними картками – 50, продажі з торгових автоматів – 70, інші види – 60. Визначте найбільш поширені види скарг.

2.24. Аналіз скарг на вартість послуг транспортно-логістичного підприємства за півріччя показав, що 75 клієнтів незадоволено вартістю послуг, 13 – підготовкою супровідної документації, 2 – охороною товару під час транспортування, 10 – термінами доставки, 4 назвали інші причини. За рахунок яких складових можна зменшити ціну на послуги підприємства?

2.25. Керівництво підприємства Y за результатами аналізу діяльності підрозділу прийшло до висновку, що проблеми з постачальниками в 20 випадках були обумовлені невчасною оплатою рахунків, в 14 випадках – невчасним замовленням виробів, в 26 – невчасним постачанням замовленого товару, а в 36 випадках попит перевищував пропозицію. Інші

види проблем склали 8 випадків. Запропонуйте заходи щодо усунення проблем, пов'язаних із постачанням продукції.

2.26. Аналіз заходів з охорони праці на підприємстві за півріччя показав, що 57 осіб незадоволені компенсаційними виплатами за роботу у шкідливих умовах, 25 – порушенням умов техніки безпеки під час виконання виробничих завдань, 3 – рівнем санаторно-курортного оздоровлення, 19 – неритмічністю виробничих завдань у часі, 7 осіб назвали інші причини. Які недоліки слід усунути в першу чергу?

2.27. Аналіз скарг на виконання замовлення показав, що 126 клієнтів незадоволено рівнем обслуговування, 65 – станом матеріально-технічної бази, 97 – вартістю товару, 19 – відсутністю умов в зоні очікування замовлення, 5 клієнтів назвали інші причини. Які недоліки варто усунути у першу чергу?

2.28. Керівництво логістичної кампанії узагальнило причини затримки постачання товарів за рік. Виявилося, що у 78 випадках причиною затримки були неправильно оформлені документи, у 23 – відсутність товару складі на момент замовлення, у 69 – неузгодженість маршруту, у 43 – проблеми на митниці, у 8 – інші причини. Запропонуйте заходи щодо усунення проблем, пов'язаних із постачанням продукції.

2.29. За результатами аналізу скарг користувачів на якість програмного забезпечення фірми Z визначено найбільш поширені: проблеми при встановленні програми – 15 випадків, низька швидкість – 67 випадків, незручний інтерфейс програми – 98 випадків, проблеми при взаємодії з іншими програмними засобами – 36 випадків, інші причини – 6 випадків. Запропонуйте заходи щодо поліпшення якості програмного забезпечення.

2.30. Аналіз скарг на роботу фінансового відділу підприємства X за три роки показав, що у 345 випадках замовник послуг незадоволений непрозорістю наданих розрахунків, 236 – тривалістю виконання обробки необхідних фінансових даних, 124 – долею заохочувальних фінансових виплат цього підрозділу у вартості продукції підприємства, 54 – кваліфікації персоналу підрозділу, у 13 випадках було названо інші причини невдоволення. Визначте головні причини скарг на роботу фінансового відділу.

У задачах 2.31–2.45 за даними таблиць В1 та В2 (Додаток В) розробіть та заповніть бланк для перевірки даних. Побудуйте діаграму Парето на основі узагальнених даних та проаналізуйте її. Побудуйте криву Лоренца.

У задачах 2.46–2.60 побудуйте діаграму розсіювання, розрахуйте коефіцієнт кореляції та коефіцієнти рівняння регресії $y_x = \alpha + \beta \cdot x_x$, побудуйте лінію регресії. Чи є зв'язок між величинами X та Y ? Табличні дані відповідно до номеру задачі подано у додатку В, таблиця В3.

У задачах 2.61–2.75 Визначте, чи знаходиться процес у контрольованому стані, якщо контрольна карта має наступний вигляд (Додаток В, табл. В4). Якщо процес у неконтрольованому стані, поясніть причину):

У задачах 2.76–2.87 визначте тип контрольної карти для аналізу даного виду продукції і розрахуйте значення контрольних меж. Вихідні дані відповідно до номеру задачі подано у додатку В, таблиця В5.

2.76. З метою аналізу якості моніторів фірми Х на заводах Європи було відібрано певну кількість виробів, які розділили на підгрупи і класифікували на придатні й браковані відповідно до стандарту. Результати наведені в таблиці.

№ групи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість у групі, шт.	10	15	12	15	18	10	14	10	16	10
Дефектних виробів, шт.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0

2.77. З метою аналізу якості жорстких дисків, що випускаються фірмою І, було відібрано певну кількість виробів, які розділили на підгрупи і визначили кількість бракованих виробів у кожній підгрупі. Результати наведені в таблиці.

№ підгрупи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг підгрупи	105	100	95	95	105	110	90	100	90	95
Кількість дефектних виробів	3	7	0	2	3	3	1	6	1	3
№ підгрупи	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Обсяг підгрупи	105	105	110	105	100	95	100	95	100	100
Кількість дефектних виробів	2	0	1	4	1	6	2	3	4	2

2.78. Результати підрахунку розривів на поліпропіленовій плівці представлені в таблиці.

№ партії	1	2	3	4	5	6	7
Розмір, м×м	100×1,2	100×1,5	100×1,3	100×1,4	100×1,5	100×1,2	100×1,5
Кількість дефектів / м ²	2	0	1	4	1	3	7
№ партії	8	9	10	11	12	13	14
Розмір, м×м	200×1,3	200×1,4	200×1,2	200×1,5	200×1,1	200×1,3	200×1,2
Кількість дефектів / м ²	2	3	3	1	6	1	3

2.79. Результати підрахунку кількості жовтих плям на листах паперу наведені в таблиці.

№ групи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина листа, мм	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105
Кількість плям, шт.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1

2.80. Результати підрахунку числа дірок на листах картону наведені в таблиці.

№ партії	1	2	3	4	5	6	7	8
Розмір листа, мм	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200
Кількість дірок, шт.	3	7	0	2	3	3	1	6
№ партії	9	10	11	12	13	14	15	16
Розмір листа, мм	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200
Кількість дірок, шт.	1	3	2	0	1	4	1	0

2.81. Результати підрахунку числа нерівностей на поролоні представлені в таблиці.

№ партії		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина поролону, м		15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
Кількість дефектів на відрізу	0–3	1			1	1				1	1
	3–6		2			1	1	1			2
	6–9			1	1				2		
	9–12	2			1		1				
	12–15		1			1				1	

2.82. З метою аналізу якості вентиляторів фірми S на заводах Європи було відібрано 2000 виробів, які розділили на підгрупи і класифікували на придатні й браковані відповідно до стандарту (табл.).

№ підгрупи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг підгрупи	105	100	95	95	105	110	90	100	90	95
Кількість дефектних виробів	3	7	0	2	3	3	1	6	1	3
№ підгрупи	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Обсяг підгрупи	105	105	110	105	100	95	100	95	100	100
Кількість дефектних виробів	2	0	1	4	1	6	2	3	4	2

2.83. З метою аналізу якості материнських плат фірми A, було відібрано 60 виробів, які розділили на групи по 6 шт. і класифікували на придатні та браковані відповідно до стандарту. Результати наведені в таблиці.

№ групи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість у групі, шт.	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Дефектних виробів, шт.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0

2.84. Результати підрахунку розривів на поліпропіленовій плівці представлені в таблиці.

№ партії	1	2	3	4	5	6	7
Розмір, м×м	100×1,5	100×1,5	100×1,5	100×1,5	100×1,5	100×1,5	100×1,5
Кількість дефектів / м ²	2	0	1	4	1	3	7
№ партії	8	9	10	11	12	13	14
Розмір, м×м	200×1,2	200×1,2	200×1,2	200×1,2	200×1,2	200×1,2	200×1,2
Кількість дефектів / м ²	2	3	3	1	6	1	3

2.85. З метою аналізу якості магнітооптичних дисків, що випускаються фірмою І, було відібрано 60 виробів, які розділили на групи по 6 шт. і класифікували на придатні та браковані відповідно до стандарту. Результати наведені в таблиці.

№ групи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість у групі, шт.	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Дефектних виробів, шт.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0

2.86. Результати підрахунку числа подряпин на листах оргстекла наведені в таблиці.

№ партії	1	2	3	4	5	6	7	8
Розмір листа, см	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200
Кількість подряпин, шт.	3	7	0	2	3	3	1	6
№ партії	9	10	11	12	13	14	15	
Розмір листа, см	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	100×200	
Кількість подряпин, шт.	1	3	2	0	1	4	1	

2.87. Результати підрахунку кількості неякісних малюнків на тканинній матерії представлені в таблиці.

№ партії	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Довжина матерії в партії, м	15	16	14	12	18	17	16	13	11	15
Кількість дефектів на відрізу	0–2	1		1	1				1	1
	2–4		2		1	1	1			2
	4–6			1	1			2		
	6–8	2		1		1				
	8–10		1		1				1	
	10–12			1		1		2		
	12–14				1	1				1
	14–16	1	1			1		1		

3. СУЧАСНІ МЕТОДИ МЕНЕДЖМЕНТУ ЯКОСТІ ВИРОБІВ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА

План

3.1. Нові методи управління якістю виробів (метод мозкового штурму, діаграма спорідненості, діаграма зв'язків, дерево рішень, матричні діаграми, стрілочна діаграма, потокова діаграма процесу).

3.2. Новітні методи управління якістю виробів (розгортання функції якості, методологія реперних точок, аналіз форм і наслідків відмов, аналіз діяльності підрозділів, система «Нуль дефектів», система «Вчасно», функціонально-вартісний аналіз.

3.1. Нові методи управління якістю виробів

Більшість простих інструментів якості (контрольні листки, діаграми Ісікави, Парето, розсіювання, контрольні карти) засновано на аналізі численних даних, що відповідає принципу менеджменту якості: «Прийняття рішень, які ґрунтуються на фактах». Традиційно прості інструменти якості застосовуються послідовно, як набір спеціальних методів. Однак факти не завжди бувають численними, а рішення мають бути комплексними, тобто враховувати технічні, організаційні, управлінські та інші аспекти. Прийняття рішень у таких випадках має базуватися на знаннях закономірностей поведінки людей, а також методів статистики, теорії оптимізації, операційного аналізу тощо.

Відповідно до вимог часу розроблено ряд нових, а згодом і новітніх інструментів якості. Більшість з цих методів є частиною методології загального управління якістю і мають багато спільного у структурі та методології: лідерство та відповідність цілям, орієнтація на результат, мотивація співробітників тощо. На відміну від класичних методів, які аналізують минулі події (факти), нові та новітні пропонують діяти на основі уявлень про ідеальне майбутнє.

3.1.1. Пошук рішень за методом мозкового штурму

Метод мозкового штурму відноситься до основних способів збору інформаційних даних для нових методів управління якістю виробів. Цей метод детально розглянутий в п. 1.7.

Пошук рішень за методом мозкового штурму поділяється на три обов'язкових етапи, які відрізняються організацією та правилами їх проведення:

1. *Постановка проблеми.* Попередній етап. На початку цього етапу проблема повинна бути чітко сформульована. Відбувається відбір учасників штурму, визначення ведучого і розподіл інших ролей учасників залежно від поставленої проблеми та обраного способу проведення штурму.

2. *Генерація ідей.* Основний етап, від якого багато в чому залежить успіх всього мозкового штурму. Тому дуже важливо дотримуватися правила для цього етапу. Процес збору фактів за допомогою методу мозкового штурму регулюється так званими «табу».

3. *Групування, відбір і оцінка ідей.* Цей етап часто забувають, але саме він дозволяє виділити найбільш цінні ідеї і дати остаточний результат мозкового штурму. На цьому етапі, на відміну від другого, оцінка не обмежується, а навпаки, вітається. Дозволяється комбінувати й покращувати будь-які ідеї. Методи аналізу та оцінки ідей можуть бути дуже різними. Успішність цього етапу безпосередньо залежить від того, наскільки "однаково" учасники розуміють критерії відбору та оцінки ідей, тому для оцінювання результатів мозкової атаки створюють іншу групу, здатну обробляти запропоновані рішення.

3.1.2. Діаграма спорідненості

Японським союзом вчених та інженерів у 1979 р. діаграма спорідненості включена до складу семи методів управління якістю. Діаграма спорідненості – перший з інструментів серед семи методів управління якістю, який сприяє з'ясуванню більш точного розуміння проблеми і дозволяє виявляти основні порушення процесу шляхом збору, узагальнення та аналізу великої кількості усних даних на основі родинних (близьких) стосунків між кожним елементом. Це інструмент, який дозволяє визначити основні порушення процесу шляхом об'єднання споріднених даних, які були зібрані, наприклад, у процесі «мозкового штурму». Як і у методі мозкового штурму, проблему слід формулювати не дуже чітко, а у загальному вигляді.

Процес створення діаграми є творчим засобом організації значних якостей даних, таких як ідеї побажання споживачів або думки учасників

обговорюваної проблеми за принципом спорідненості різних усних даних, та ілюструє асоціації, а не логічні зв'язки. При формулюванні теми для обговорення використовувати «правило 7 плюс або мінус 2». Пропозиція повинна мати не менше 5 і не більше 9 слів, включаючи дієслово та іменник. Кожне повідомлення членів команди треба зареєструвати на картці. Потім картки групують; при цьому треба дотримуватися наступних умов:

- кількість груп не повинна перевищувати 10;
- одна картка не може складати групу;
- до кожної групи відносять взаємопов'язані карточки.

Далі до кожної групи добирають заголовок (можна вибрати з числа карточок), і переносять інформацію з карточок на аркуш паперу, упорядковуючи дані по групах (рис. 3.1).

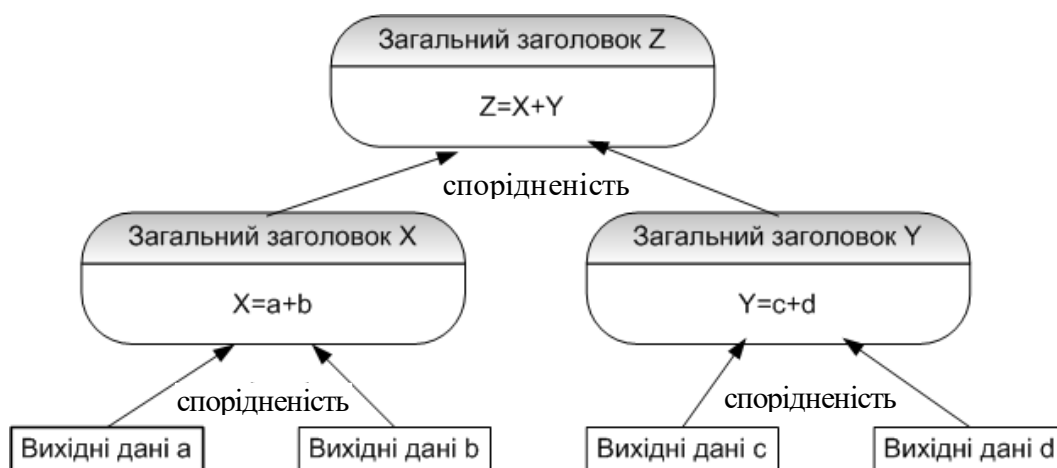


Рис. 3.1 Діаграма спорідненості

Робота вважається завершеною, коли всі дані будуть приведені у порядок, а конфлікти (наприклад, щодо спорідненості даних) будуть розв'язані.

3.1.3. Діаграма (графік) зв'язків – це інструмент, який дозволяє з'ясувати логічні зв'язки між загальною ідеєю, проблемою та різноманітними даними.

Основне завдання цього інструменту – встановлення відповідності між причинами та проблемами. Є певний зв'язок з діаграмою Ісікави, але графік зв'язків застосовують в інших випадках:

- тема (предмет, проблема) досить складна, і прямий зв'язок не може бути встановлений;
- проблема, що розглядається, є лише частиною більш фундаментальної проблеми;
- важливою є часова послідовність, відносно якої робляться певні кроки.

Загальний вигляд діаграми зв'язків представлено нарис. 3.2.

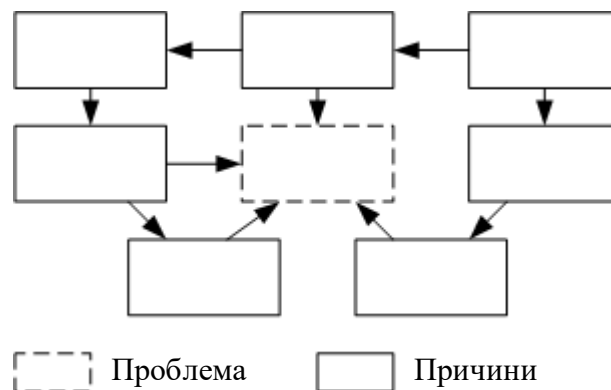


Рис. 3.2. Діаграма зв'язків

Робота щодо складання розглянутих діаграм виконується у команді по 6–8 осіб.

3.1.4. Дерево рішень є одним з методів автоматичного аналізу величезних масивів даних, інструмент що застосовується у наступних випадках:

- збереження інформації про вибірку даних в компактній і зручній для обробки формі, що містить точні описи об'єктів;
- класифікації, тобто відношення об'єктів до одного з описаних класів;
- визначення залежності цільової змінної від незалежних (вхідних) змінних.

В основу методу «дерева цілей» покладено підпорядкованість, розгортаємість і ранжування цілей. Дерево цілей з кількісними показниками, що використовуються в якості одного із засобів при прийнятті рішень, і носить назву «дерева рішень».

Подібні дерева рішень широко використовуються в інтелектуальному аналізі даних. Мета полягає в тому, щоб створити модель, яка прогнозує значення цільової змінної на основі декількох змінних на вході.

В інтелектуальному аналізі даних, дерева рішень можуть бути використані в якості математичних та обчислювальних методів, щоб допомогти описати, класифікувати і узагальнити набір даних, які можуть бути записані таким чином:

$$(x, Y) = (x_1, x_2, x_3 \dots x_k, Y)$$

Залежна змінна Y є цільовою змінною, яку необхідно проаналізувати, класифікувати й узагальнити. Вектор x складається з вхідних змінних x_1, x_2, x_3 тощо, які можна використовувати для підвищення якості виробів легкої промисловості.

Головна перевага «дерева рішень» перед іншими методами – можливість пов'язати ставлення цілі з діями, що підлягають реалізації в сьогоденні. При побудові багаторівневого «дерева рішень» досягнення мети кожного з рівнів моделі забезпечується комплексом заходів попереднього рівня. Кожен рівень «дерева рішень» повинен займати певне місце в ієрархічній послідовності, складеної на основі дотримання причинно-наслідкових зв'язків.

У методиці використовується ієрархічна структурна схема. Після побудови діаграми її необхідно ретельно проаналізувати, щоб пересвідчитися у правильності логіки та послідовності етапів.

3.1.5. Матричні діаграми (таблиці якості) використовують для організації та представлення великої кількості даних (елементів) з метою графічного зображення логічних зв'язків між різними елементами одночасно із зображенням важливості (тісноти) таких зв'язків. Матричні діаграми називають «серцем» нових інструментів якості.

Мета побудови матричної діаграми – табличне відображення логічних зв'язків і відносної важливості цих зв'язків між великою кількістю усних описів, які мають відношення до:

- задач (проблем) якості;
- причин проблем якості;
- встановлених та очікуваних вимог споживачів;

- характеристик і функцій продукції;
- характеристик і функцій процесів;
- характеристик і функцій виробничих операцій та обладнання.

Матрична діаграма має наступний загальний вигляд:

A	B			
	b_1	b_2	...	b_n
a_1	Δ			
a_2		$\circ$		
...				
a_k	Δ	$\circ$		$\diamond$

Позначення на діаграмі: $A(a_1, a_2, \dots, a_k)$ – основні причини проблеми; $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ – можливі засоби щодо усунення наслідків цих причин. Зв'язок між компонентами A та B: Δ – зв'язок слабкий (1); $\circ$ – середній зв'язок (3); $\diamond$ – міцний зв'язок (9), де 1, 3, 9 – значення вагових коефіцієнтів. Іноколи застосовують й розширену шкалу (слабкий – 1, помірний – 3, середній – 9, міцний – 16 та дуже міцний – 25 зв'язок), або додатні та від'ємні значення (міцний +9, середній +3, слабкий +1), зв'язок відсутній 0, міцний –9, середній –3, слабкий –1) тощо.

На практиці використовують різні за компоновкою матриці. Найбільш поширеними є – L-карти, T-карти, X-карти (на тип карти вказують відповідні літери L, T, X).

Матричні діаграми у вигляді L-карт найчастіше застосовують на практиці, зокрема при розгортанні функції якості (QFD-аналіз, «дім якості»), як описано у пункті 3.2.1. Матричні діаграми у вигляді T- і X-карт наведені на рис. 3.3.

Перелік компонентів A, B, C та D складають з використанням методу «мозкового штурму». Далі кожний учасник команди (експерт) заповнює таку карточку символами, що відображають тісноту зв'язку між компонентами. Після цього результати порівнюють і знаходять спільне рішення, яке оформляють у вигляді карти (остаточний варіант); вказують також всю необхідну інформацію.

процесу, що дає можливість підвищити якість технології за рахунок накопичення відомостей щодо фактичного протікання процесу.

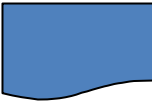
Цей інструмент застосовують як для існуючих процесів, так і для розробки нових. Для зображення використовуються прості та зрозумілі елементи, які наведені у табл. 3.1.

Діаграми потоків даних містять чотири типи графічних елементів:

- процеси – являють собою трансформацію даних в рамках описуваної системи;
- сховища даних (репозитарії);
- зовнішні по відношенню до системи сутності;
- потоки даних між елементами трьох попередніх типів.

Таблиця 3.1

Елементи графічного зображення етапів процесу

Зображення	Пояснення	Зображення	Пояснення
	початок чи закінчення процесу		документ (реєстрація даних)
	дія, операція (черговий етап процесу)		коментар
	рішення (розгалуження процесу)		напрямок протікання процесу
	контроль якості або кількості		

Слід зауважити, що діаграми цього типу використовуються також при розв'язанні складних проблем у науково-дослідницьких процесах, при проектуванні та розробці нових видів продукції, при виконанні великих промислових заказів тощо.

3.1.8. Матриця пріоритетів – інструмент для обробки великої кількості числових даних, отриманих при побудові матричних діаграм (таблиць якості), метою якого є виявлення пріоритетних даних.

Цей інструмент потребує великої кількості статистичних даних, тому застосовується значно рідше.

3.2. Новітні методи управління якістю виробів

3.2.1. Розгортання функції якості – це методологія систематичного та структурованого перетворення побажань споживачів у вимоги до якості продукції, послуги та/або процесу. У літературі зустрічаються також наступні назви – «Будинок якості», Quality Function Deployment, QFD-методологія. Базова структура QFD-діаграми зображена на рис. 3.4.

Зазвичай будинків якості будують декілька. Спочатку важливі побажання споживачів переводять у детальні технічні характеристики продукції, а потім – у детальні технічні характеристики способів контролю та управління виробництвом, а також вимоги до обладнання для реалізації цього виробництва.

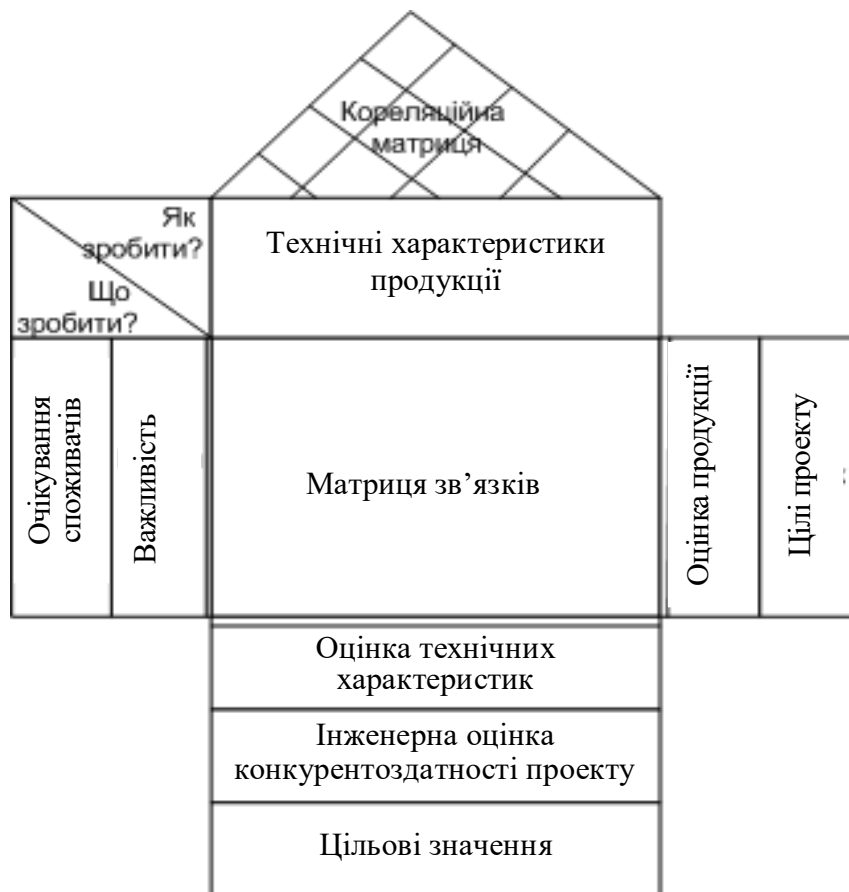


Рис. 3.4. Загальний вигляд будинку якості

Отже, *перший будинок якості* встановлює зв'язок між побажаннями споживачів та технічними умовами, які містять вимоги до характеристик продукції.

Для *другого будинку якості* центром уваги є зв'язок між характеристиками продукції та характеристиками компонентів (складових частин) цієї продукції.

За допомогою *третього будинку якості* встановлюються критерії виконання найважливіших (критичних) процесів.

Побудова *четвертого будинку якості* дозволяє перетворити характеристики процесу у характеристики обладнання та засоби контролю технологічних операцій виробництва.

Можливі й інші варіанти побудови будинків якості. Головною метою та задачею *QFD-методології* є реалізація принципу «все має бути виконано правильно, з першого разу та у вказаний термін»; необхідно також дозволити голосу споживача впливати на процес розробки та удосконалення як продукції, так і відповідних виробничих операцій.

3.2.2. Методологія реперних точок (бенчмаркінг або benchmarking) – це стратегія стимулювання змін та оптимізації діяльності у роботі підприємства (організації, установи тощо). Це процес систематичного, методичного та неперервного визначення найкращих видів діяльності, досвіду та вмінь, що є їх основою, та які застосовуються кращими у даній галузі підприємствами. За результатами порівняння виконують оцінку величини розриву в діяльності підприємства порівняно з кращими конкурентами.

Найчастіше бенчмаркінг застосовують для таких процесів:

- маркетинг;
- закупка;
- підвищення якості технології;
- підвищення якості продукції;
- матеріально-технічне забезпечення.

Залежно від виду об'єкту бенчмаркінгу розрізняють такі його види:

– *внутрішній*, що полягає у порівнянні внутрішніх складових частин, діяльності та процесів у межах даної організації. Цей вид бенчмаркінгу застосовують переважно у великих організаціях. Наприклад, з'ясовують, наскільки раціонально та ефективно інші відділи виконують подібну діяльність порівняно з оцінюваним;

– *конкурентний*: у рамках цього виду бенчмаркінгу здійснюють порівняння з прямими конкурентами; при цьому оцінюють виробничі процеси конкурентів, а результати порівнюють із власною ситуацією.

Наприклад, розробник програмних засобів може спробувати зрозуміти, що було зроблено фірмою Microsoft для того, щоб стати лідером на ринку програмних продуктів;

- *процесний* бенчмаркінг полягає у пошуку процесів, які є кращими для даного класу процесів, незалежно від галузі застосування. Наприклад, можна порівнювати процеси матеріально-технічного забезпечення на підприємстві легкої промисловості з аналогічними процесами компанії, яка працює в іншій галузі;

- *стратегічний* бенчмаркінг застосовують для досягнення швидкого прориву в певній сфері з метою посилення конкурентних позицій. Шляхи реалізації стратегічного бенчмаркінгу:

- порівняння власної стратегії та фінансової діяльності зі стратегією та фінансовою діяльністю конкурентів;

- шляхом визначення (виходячи з розуміння сили та слабкості конкурентів), в яких сферах діяльності компанія може перевершити конкурентів та які вдосконалення внесуть найбільший вклад у розширення можливостей компанії.

Бенчмаркінг – це циклічний неперервний процес. Порядок проведення бенчмаркінгу:

- визначення предмету бенчмаркінгу;
- ідентифікація партнерів по бенчмаркінгу;
- збір даних;
- аналіз даних;
- визначення розриву між кращими досягненнями конкурентів та власними результатами;
- формування конструктивних функціональних цілей;
- розробка плану дій;
- реалізація запланованих дій та моніторинг процесу;
- пошук нового предмету для виконання бенчмаркінгового дослідження.

3.2.3. Аналіз форм і наслідків відмов (Failure Mode and Effect Analysis, FMEA-методологія). Ця методологія відома також як «аналіз ризиків» і використовується як один з превентивних засобів для системного пошуку причин, можливих наслідків, а також для планування можливих протидій по відношенню до відмов.

Найчастіше цей інструмент застосовують на етапі проектування. При виконанні аналізу намагаються визначити приховані форми можливих відмов, а також наслідки (ризики, збитки) для споживачів продукції. Аналізуються проблеми, симптоми яких можуть розвинути тільки після того, як продукція надійшла до користувача.

Як приклад застосування *FMEA*-методології можна розглянути оцінювання роботи аварійної сигналізації. Команда складає перелік можливих відмов, їхні наслідки та критичність. Після цього намагаються дати відповіді на питання: «Чи більш критичні одні форми відмов, ніж інші?» та «Що ми можемо робити задля запобігання критичним наслідкам різних форм відмов?»

3.2.4. Аналіз діяльності підрозділів (АДП-методологія) – це основний засіб, який дозволяє працівникам підрозділу зрозуміти свою належність (відношення) до процесу щодо підвищення діяльності підрозділу і якості виробів. Методологія почала застосовуватися після того, як керівники зрозуміли, що не використовують великий потенціал співробітників.

Колективні рішення мають певні недоліки: по-перше, це завжди компроміс; по-друге, не завжди той, хто краще говорить, пропонує оптимальне рішення; по-третє, важко знайти відповідальних. Головний недолік таких колективних рішень – інколи потрібно зупинити роботу всього підрозділу, щоб провести засідання. Тому створюють спеціальну групу, мета роботи якої – визначення умов, при наявності яких всі працівники сприятимуть підвищенню ефективності роботи цього підрозділу. Група несе відповідальність за надані рекомендації, але повна відповідальність залишається за керівником підрозділу, який своїм розпорядженням робить рекомендацію обов'язковою до виконання рішення.

3.2.5. Система «Нуль дефектів» (Zero Defect або ZD-методологія)

ZD-методологія базується на таких положеннях:

- попередження дефектів, а не їх усунення;
- скорочення рівня дефектів на виробництві;

– розуміння того факту, що споживач очікує саме бездефектну продукцію, і що виробник має пропонувати споживачам тільки таку продукцію;

– фінансовий аналіз діяльності підприємства.

У США ця методологія була запропонована у 1964 р. Філіпом Кросбі; у 1955 р. в колишньому Союзі була розроблена система «бездефектного изготовления продукции» – БИП.

3.2.6. Система «Вчасно» (Just-in-Time або JT-методологія)

JT-інструмент контролю та управління якістю продукту, товару або послуги дозволяє виробляти тільки таку кількість продукції, такого обсягу та у такий час, які потрібні безпосередньому споживачу (зовнішньому та внутрішньому).

Такий підхід дозволяє забезпечити максимальну цінність об'єкту для споживача (та максимальний прибуток для виробника) при мінімальній собівартості. Причому система JT може набувати характеру «тягни» (коли ключовим є замовлення і встановлені споживачем терміни його виконання) або «штовхай» (ключовим є графік постачання сировини, комплектуючих, тощо).

3.2.7. Функціонально-вартісний аналіз (ФВА-методологія)

ФВА-методологія – один із методів евристичного аналізу, мета якого полягає у виборі оптимального варіанта, що забезпечує повноцінне виконання досліджуваним об'єктом (виробом, технологічним процесом, формою організації чи управління виробництвом тощо) своїх основних функцій при мінімальних затратах. Метою ФВА є досягнення оптимальної корисності при найменших витратах. Математично мету ФВА можна подати так:

$$\frac{Z}{PC} \Rightarrow \min, \text{ або } \frac{PC}{Z} \Rightarrow \max,$$

де Z – витрати на досягнення необхідних споживчих властивостей;

PC – сукупність споживчих властивостей об'єкту.

Цей інструмент системного контролю якості продукції дозволяє мінімізувати затрати на проектування, виробництво та експлуатацію продукту при збереженні та покращенні його якості.

Особливістю ФВА є поєднання при порівнянні як фінансових, так і техніко-технологічних параметрів виробничого процесу. Крім того при застосуванні ФВА-методології для порівняння даного підприємства з конкурентами з'являється можливість визначити пріоритетність цілей у діяльності підприємства.

Приклад 3.1

За допомогою діаграми спорідненості, складеної стосовно вимог до телефонного автовідповідача (ТА) аналізуються ідеї, думки та інтереси, зібрані під час «мозкового штурму» (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Діаграма спорідненості

Проблема, предмет	Групи вимог (або недоліків)	Ідеї, думки та інтереси, зібрані під час «мозкового штурму»
Які вимоги користувачів можуть бути висунуті щодо автовідповідачів?	Вхідні повідомлення	Повідомлення змінної довжини
		Фіксування дати та часу
		Не враховується кількість випадків «покладеної трубки»
		Вказує кількість повідомлень
	Конфіденційність	Секретний код доступу
		Розетка
	Інструкція	Чіткі інструкції
		Швидка довідка у вигляді карточки
	Елементи управління	Елементи управління мають чітке маркування
		Легко використовувати
		Може працювати від переносної телефонної трубки
	Стирання повідомлень	Легко стерти повідомлення
		Стирання окремих (вибраних) повідомлень

Приклад 3.2

З використанням діаграми зв'язків (рис. 3.5) аналізується проблема недостатнього розуміння студентами необхідності продовження навчання.

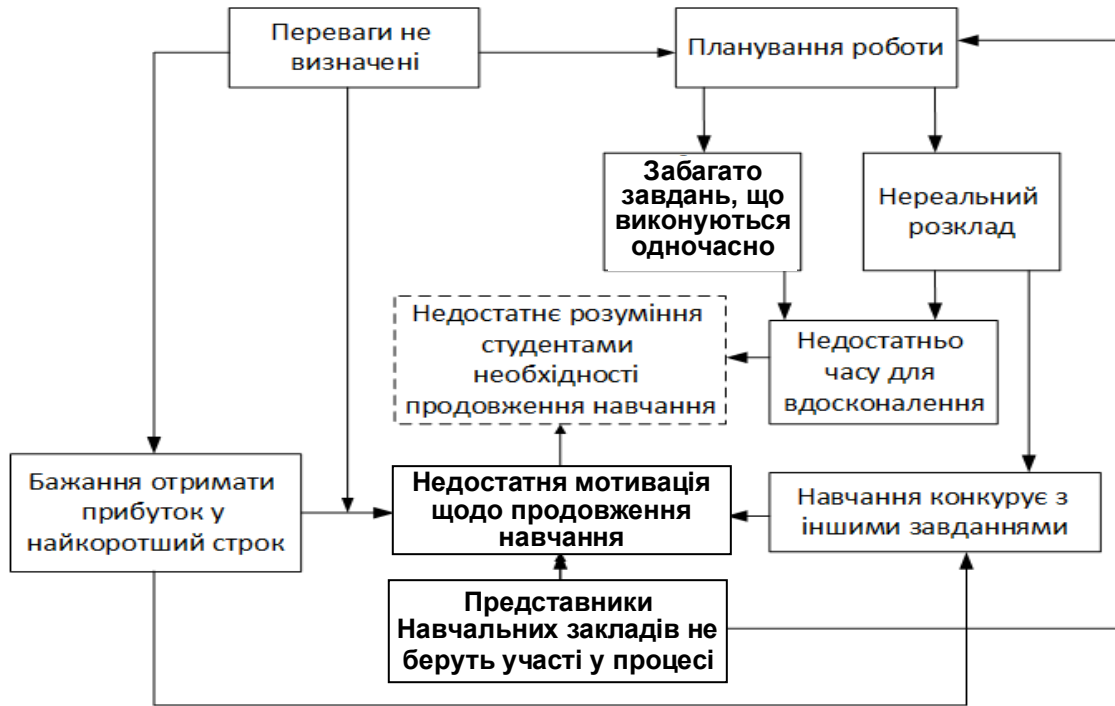


Рис. 3.5. Приклад діаграми зв'язків

Приклад 3.3

Дерево рішень, що складено стосовно вимог до телефонного автовідповідача – рис. 3.6.



Рис. 3.6. Дерево рішень стосовно вимог до телефонного автовідповідача

Приклад 3.4. Побудувати стрілочну діаграму для планування та виконання магістерської дипломної роботи у вигляді діаграми Ганта та сіткового графіку.

Розв'язання. Сітковий графік наведено на рис. 3.7, діаграму Ганта – в табл. 3.3.

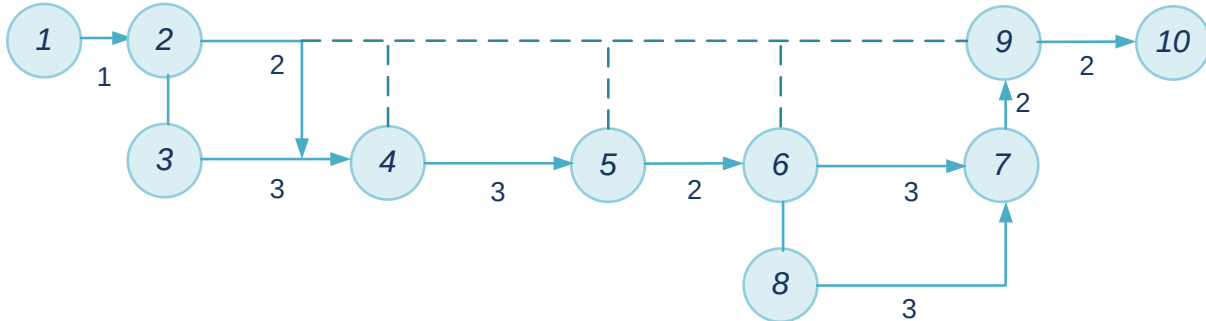


Рис. 3.7. Сітковий графік для планування та виконання магістерської дипломної роботи

Таблиця 3.3

Діаграма Ганта для планування та виконання магістерської дипломної роботи

Підпроцеси	декада	Місяці														
		лютий			березень			квітень			травень			червень		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1. Формулювання теми роботи		→														
2. Вивчення та аналіз літературних джерел за тематикою роботи			→													
3. Планування та виконання експериментальної частини			→													
4. Розрахункова частина						→										
5. Програмна реалізація								→								
6. Перевірка запропонованих рішень та випробування									→							
7. Адаптація отриманих результатів										→						
8. Частина з охорони праці									→							
9. Оформлення пояснювальної записки											→					
10. Нормоконтроль та підготовка до захисту													→			

На сітковому графіку (рис. 3.7) використано такі позначення:

- цифри, що розташовані у вузлах графу, відповідають порядковому номеру робіт;
- цифри, які розташовані під стрілками, відповідають кількості десятків днів для виконання тих чи інших видів робіт;
- суцільні стрілки – робота або захід; довжина стрілки пропорційна часу виконання;
- пунктирні стрілки – взаємозв'язок між роботами, що не займають часу; показує, до початку якої роботи має бути завершена попередня робота.

Приклад 3.5. Оформлення матриці пріоритетів для оцінки «ефективності» та «м'якості» дії різних знеболюючих засобів (рис. 3.8).

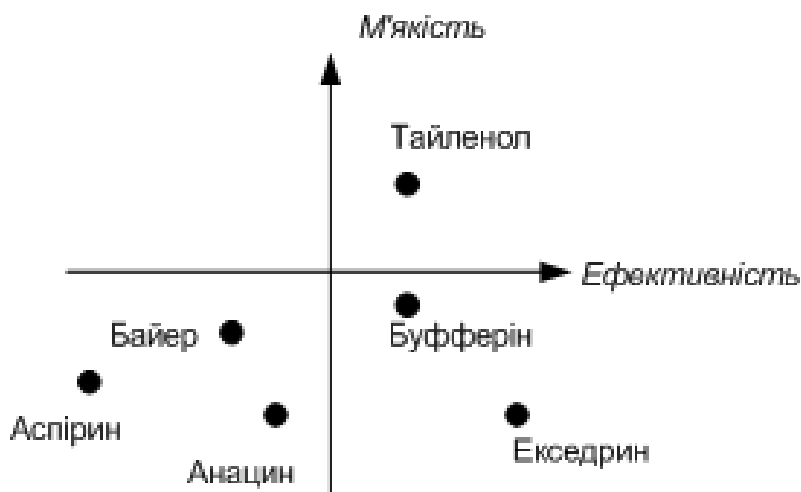


Рис. 3.8. Приклад матриці пріоритетів

Як видно з рис. 3.8, звичайний аспірин діє жорстко та неефективно. Найбільш ефективним є екседрин, але він діє дуже жорстко. Оптимальним є знеболюючий засіб Тайленол.

Приклад 3.6

Процес забезпечення успіху при отриманні замовлення. На рис. 3.9 наведена програма робіт при виконанні замовлення постачальника щодо виробництва, постачання та монтажу системи тощо.

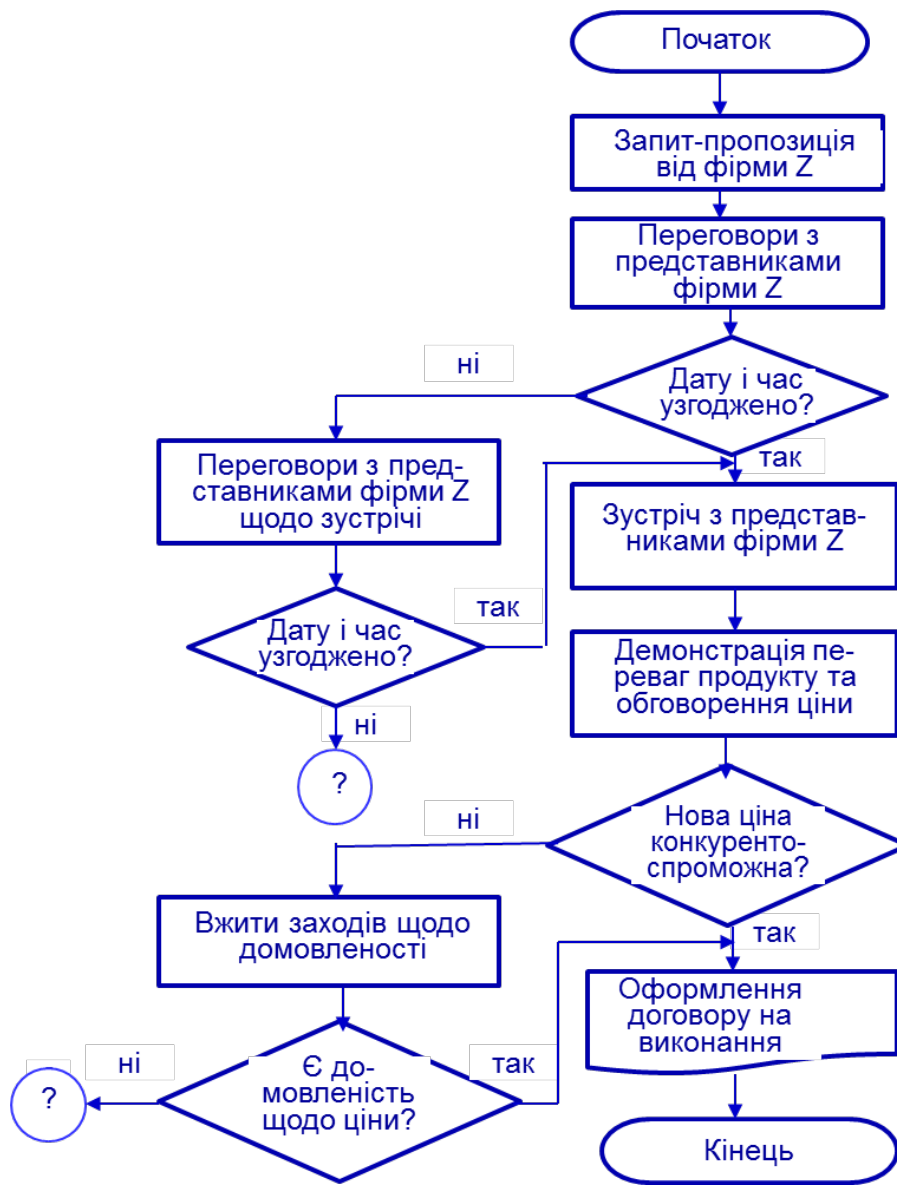


Рис. 3.9. Приклад потокової діаграми процесу

Приклад 3.7

З метою підвищення якості навчання з кредитного модуля розглянемо розгортання функції якості за *QFD-методологією*. При розгортанні функції якості оцінюються проблеми, які виникають у аспірантів при вивченні кредитного модуля «Теоретичні основи технологічного забезпечення якості та ефективності виробництва» та їх очікування від процесу навчання.

Алгоритм застосування QFD-методології

I. На підготовчій стадії необхідно чітко сформулювати цілі, задачі та область застосування *QFD*-проекту. Головними питаннями при практичному застосуванні *QFD*-методології є:

1. Чи взяло керівництво на себе обов'язки з якості?

2. Яку важливу продукцію ми намагаємося вдосконалювати?
3. Для яких сегментів ринку?
4. Хто є основними споживачами?
5. Яку конкурентну продукцію ми збираємося порівнювати з власною?
6. Часові терміни виконання проекту.
7. Якою має бути структура та склад звітів з виконаної роботи?

II. Побудова першого «Будинку якості»:

1. Визначте конкретну групу споживачів та складіть перелік встановлених та очікуваних потреб споживачів, а також визначте шкалу оцінювання пріоритетності цих очікувань із застосуванням вагових коефіцієнтів. Необхідна інформація може бути отримана як письмово, так і усно. На цьому етапі можуть бути корисними результати робіт, виконаних у рамках бенчмаркінгу.

2. Порівняйте характеристики (експлуатаційні показники) власної продукції з показниками конкуруючих видів продукції. Оцініть та запишіть у числовому вигляді якості вашої продукції, а потім у письмовому вигляді зафіксуйте її сильні та слабкі сторони з точки зору зацікавлених сторін: покупців, замовників та клієнтів.

3. Ідентифікуйте та кількісно визначте цілі й задачі планованих удосконалень. Сформулюйте у письмовому вигляді, які з потреб покупців мають бути покращені порівняно із конкуруючими видами продукції у першу чергу.

4. Переведіть очікування споживачів на мову технічних параметрів та характеристик (технічних умов) продукції. Чітко визначте, як очікування споживачів можуть бути використані для досягнення переваг у конкурентній боротьбі. Прикладами технічних параметрів і характеристик можуть бути:

- геометричні розміри;
- маса виробу;
- кількість вузлів (деталей, складових частин);
- споживання енергії;
- місткість, ємність, об'єм, тощо.

5. Дослідить залежність між очікуваннями споживачів та параметрами технічних умов на продукцію. Відмітьте у матриці зв'язків, наскільки сильно технічні параметри та характеристики впливають на рівень задоволеності споживачів.

6. Ідентифікуйте тісноту взаємодії між технічними параметрами та відобразіть силу такої взаємодії у трикутній кореляційній матриці (дах «будинку якості»).

7. Оформіть у письмовому вигляді отримані значення всіх технічних параметрів та характеристик продукції, вказуючи одиниці їх вимірювання. Виразіть ці параметри і характеристики у вигляді вимірюваних даних. Наприклад, об'єкт повинен мати геометричні розміри:

- довжина 550 мм;
- ширина 320 мм;
- висота 150 мм;
- маса 15 кг.

8. Визначте цільові (планові) показники при проектуванні нової продукції. Визначте у письмовому вигляді відмінні признаки (характеристики) пропонованих поліпшених технічних параметрів продукції, що проектується.

III. Побудова другого «Будинку якості»

1. Отримані технічні характеристики продукції переносять у відповідну субтаблицю наступної діаграми, як показано на рис. 3.10.

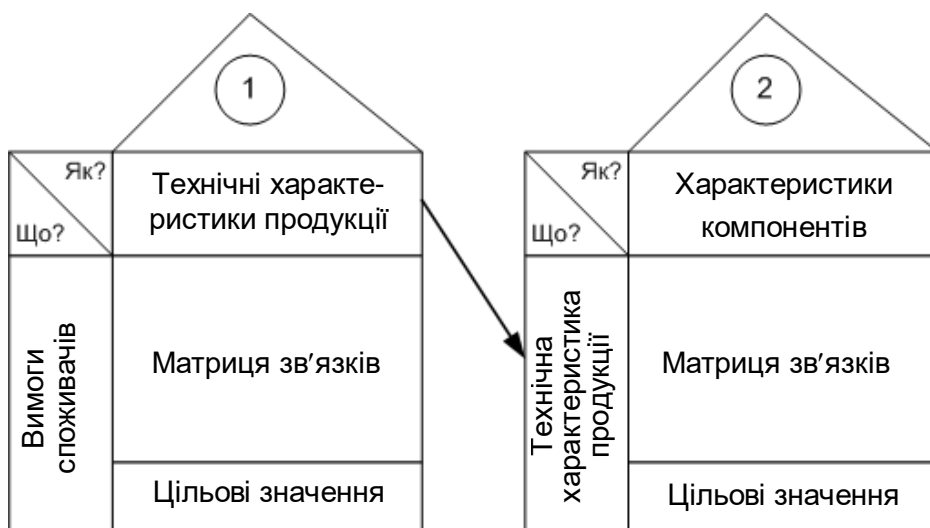


Рис. 3.10. Побудова другого будинку якості

2. Побудова діаграми на 2, 3 та 5–8 етапах виконується аналогічно побудові першого «Будинку якості». На четвертому етапі *QFD*-команда має виявити характеристики компонентів продукції.

IV. Побудова третього та четвертого «Будинків якості» виконується аналогічно другому будинку якості, тільки на 4 етапі для 3 будинку якості

QFD-команда формує характеристики виробництва, а для 4 «Будинку» – характеристики обладнання.

Отже, шляхом побудови чотирьох «Будинків якості» здійснюється розгортання функцій якості з метою послідовного перетворення потреб споживача у характеристики продукції, потім у характеристики компонентів продукції, характеристики процесів виробництва й характеристики технологічного обладнання та способи контролю технологічних операцій контролю цієї продукції.

Всі розрахунки виконуються у програмі Ms Excel.

1. Визначаємо побажання аспірантів: лекції мають бути цікавими; вміння, які знадобляться у практичній діяльності; нічого не робити вдома; отримувати гарні оцінки.

2. Складаємо матрицю пріоритетів:

ЩО? (побажання аспірантів)	важливість
цікаві лекції	0,1
практичні навички	0,5
відсутність домашніх завдань	0,2
гарні оцінки	0,2

3. Визначаємо характеристики освітньої послуги: наявність мультимедійного обладнання, індивідуальних завдань (ДКР, РГР, ...), досвід та лояльність викладача, тощо.

4. Заповнюємо матрицю пріоритетів (9 – зв'язок тісний, 3 – середній, 1 – слабкий):

		ЯК?							
		Інтерактивна дошка	Наявність РГР, ДКР	Досвід викладача	Лояльність викладача	Викладач-практик	Кількість навчальних годин	...	Кількість комп'ютерів
ЩО?	важливість								
цікаві лекції	0,1	9	1	9	3	9	1	...	1
практичні навички	0,5	1	9	9	1	9	9	...	9
відсутність дом. завдань	0,2	1	9	1	3	1	9	...	3
гарні оцінки	0,2	1	1	1	9	1	1	...	1

5. Заповнюємо кореляційну матрицю:

	Інтерактивна дошка	Наявність РГР, ДКР	Досвід викладача	Лояльність викладача	Викладач-практик	Кількість начальних годин	...	Кількість комп'ютерів
Інтерактивна дошка	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0
Наявність РГР, ДКР	0,0	1,0	0,2	0,0	0,2	0,7		0,0
Досвід викладача	0,0	0,0	1,0	0,5	0,7	0,0		0,0
Лояльність викладача	0,0	0,2	0,5	1,0	0,7	0,0		0,0
Викладач-практик	0,0	0,2	0,7	0,7	1,0	0,0		0,0
Кількість начальних годин	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	1,0		0,0
...							1,0	
Кількість комп'ютерів	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		1,0

6. Розраховуємо інтегральний показник важливості кожної характеристики:

		ЯК?							
ЩО?	важливість	Інтерактивна дошка	Наявність РГР, ДКР	Досвід викладача	Лояльність викладача	Викладач-практик	Кількість начальних годин	...	Кількість комп'ютерів
цікаві лекції	0,1	9	1	9	3	9	1	...	1
практичні навички	0,5	1	9	9	1	9	9	...	9
відсутність дом. завдань	0,2	1	9	1	3	1	9	...	3
гарні оцінки	0,2	1	1	1	9	1	1	...	1
абс.		1,8	6,6	5,8	3,2	5,8	6,6	...	5,4
відн.		5,11	18,75	16,48	9,09	16,48	18,75	...	15,34
СКІЛЬКИ?									

7. Порівнюємо вимоги з конкурентами:

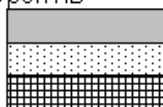
ЩО?		ЯК?										
		Інтерактивна дошка	Наявність РГР, ДКР	Досвід викладача	Лояльність викладача	Викладач-практик	Кількість початкових годин	...	Кількість комп'ютерів	Гірше	Так само	Краще
цікаві лекції	0,1	9	1	9	3	9	1	...	1			
практичні навички	0,5	1	9	9	1	9	9	...	9			
відсутність дом. завдань	0,2	1	9	1	3	1	9	...	3			
гарні оцінки	0,2	1	1	1	9	1	1	...	1			
	абс.	1,8	6,6	5,8	3,2	5,8	6,6	...	5,4			
	відн.	5,11	18,75	16,48	9,09	16,48	18,75	...	15,34			
СКІЛЬКИ?												

Пояснення до оцінки конкурентів

ПБФ

ММІ

ІХФ



Отже, в першу чергу слід звернути увагу на практичні навички, які отримують в процесі навчання.

Приклад 3.8

Відділ доставки фірми *RX* складався з 20 службовців; час обробки рахунків-фактур при оформленні документів на доставку коливався в межах 5–8 днів. Предметом бенчмаркінгового дослідження була невдоволеність значним терміном обробки рахунків-фактур.

Після проведення бенчмаркінгу діяльність у рамках відділу була розділена на 4 сегменти, з урахуванням значущості та суми заказів. В результаті чисельність робітників скоротилася, а 95 % рахунків-фактур обробляли протягом 24 годин. Скорочення часу оформлення рахунків-фактур дало наступні результати:

- зменшився час виконання замовлень;
- збільшилась кількість замовлень;
- скоротилась чисельність співробітників;
- підвищилась задоволеність споживачів;
- скоротився час оплати замовлень;
- зросли обсяги продаж.

Задачі

У задачах 3.1–3.15 побудуйте діаграму спорідненості за вказаними проблемами. Запропонуйте можливі дії щодо поліпшення якості.

- 3.1. Незадовільне обслуговування у поліклініці.
- 3.2. Невчасне замовлення товару.
- 3.3. Проблеми при отриманні кредиту у банку.
- 3.4. Як досягти успіху під час переговорів?
- 3.5. Низька швидкість інтернет-зв'язку.
- 3.6. Відмова промислового обладнання у гарантійний термін.
- 3.7. Низька швидкість програмного забезпечення.
- 3.8. Виток комерційної інформації.
- 3.9. Втрата долі ринку.
- 3.10. Помилки під час відвантаження товару зі складу.
- 3.11. Затримки у постачанні товару від виробника.
- 3.12. Низький рейтинг сайту підрозділу.
- 3.13. Невиконання запланованих завдань на підприємства.
- 3.14. Затримка постачання залізницею.
- 3.15. Якість навчання в університеті.

У задачах 3.16–3.30 побудуйте діаграму зв'язків за темами задач 3.1–3.15. Запропонуйте можливі дії щодо поліпшення якості.

У задачах 3.31–3.45 побудуйте дерево рішень за темами задач 3.1–3.15. Запропонуйте можливі дії щодо поліпшення якості.

У задачах 3.46–3.60 побудуйте стрілочну діаграму за вказаними темами. Запропонуйте можливі дії щодо підвищення якості.

- 3.46. Підготовка публікації в науковий журнал.
- 3.47. Поїздка на конференцію.
- 3.48. Відрядження.
- 3.49. Побудова бази відпочинку.
- 3.50. Успіх на діловій зустрічі.
- 3.51. Підготовка дисертації доктора філософії.
- 3.52. Відпочинок у найближчі вихідні.
- 3.53. Ремонт виробничого приміщення.
- 3.54. Планування наукової роботи.
- 3.55. Плани на найближчий рік.
- 3.56. Планування найближчого 10-ліття.
- 3.57. Як отримати міжнародний сертифікат відповідності?

3.58. Як сформуувати систему корпоративної соціальної відповідальності?

3.59. Золота медаль міжнародної виставки.

3.60. Отримання гранту на наукові дослідження.

У задачах 3.61–3.75 побудуйте потокову діаграму процесу за темами задач 3.46–3.60. Запропонуйте можливі дії щодо підвищення якості.

У задачах 3.76–3.90 складіть таблиці якості за темами задач 3.1–3.15. Запропонуйте можливі дії щодо підвищення якості.

У задачах 3.91–3.105 побудуйте перший будинок якості за темами задач 3.1–3.15 із застосуванням таблиць якості, складеними у задачах 3.76–3.90. Запропонуйте можливі дії щодо підвищення якості.

Контрольні питання до розділів 1–3

1. Що таке «статистичні методи та інструменти»?
2. Які області застосування статистичних методів в управлінні якістю продукції?
3. Які статистичні методи контролю й аналізу ви знаєте?
4. Що таке контрольний листок і для чого він призначений?
5. Які види контрольних листків ви знаєте?
6. Розкажіть про основні етапи збору даних при заповненні контрольного листка.
7. Які символи використовують при заповненні контрольних листків?
8. Що таке гістограма і для чого вона застосовується?
9. Розкажіть про основні етапи побудови гістограми.
10. Поясніть порядок обчислення основних характеристик якості процесу за гістограмою:
 - індексу C_p придатності процесу задовольняти технічний допуск (без урахування становища середнього значення);
 - показника до налаштованості процесу на цільове значення;
 - індексу C_{pk} придатності процесу задовольняти технічний допуск з урахуванням положень середнього значення;
 - індексу C_p відтворюваності процесу, що оцінює можливість задовольняти технічний допуск без урахування становища середнього значення X_i , застосовуваного для стабільних по розкиду процесів;
 - індексу C_{pk} відтворюваності процесу, що оцінює можливість задовольняти технічний допуск з урахуванням фактичного положення

середнього значення X_i , застосовуваного для стабільних за розкидом і з налаштування процесів.

11. Розкажіть про основні форми (за видом) гістограм.

12. Розкажіть про використання гістограм при оцінці та аналізі якості процесів.

13. Розкажіть про зміст і області застосування методу розшаровування (угруповання, стратифікації).

14. У чому полягає використання мнемонічного прийому 4М–6М?

15. Поясніть зміст основних етапів виконання стратифікації.

16. Наведіть приклад успішного застосування методу стратифікації.

17. Хто перший запропонував причинно-наслідковий діаграму?

18. Розкажіть про те, як графічно зображується причинно-наслідковий діаграма?

19. Поясніть зміст основних етапів побудови причинно-наслідкового діаграми.

20. Поясніть, як може бути використана «мозкова атака» при побудові діаграми Ісікава.

21. Перерахуйте основні поради з побудови діаграми Ісікава.

22. Розкажіть про основні поради з використання діаграми Ісікава.

23. Що таке діаграма Парето і чому вона так називається?

24. Розкажіть про основні етапи побудови діаграми Парето.

25. Перерахуйте основні поради з побудови діаграми Парето.

26. Поясніть основні рекомендації з використання діаграми Парето.

27. Що таке діаграма розкиду (розсіювання) і для чого вона може бути використана?

28. Перерахуйте основні етапи побудови діаграми розкиду (розсіювання).

29. Які числові характеристики можуть бути обчислені по таблиці парних даних при роботі з діаграмою розкиду (розсіювання)?

30. Що таке часовий ряд і для чого він будується?

31. Що таке контрольні карти і для чого вони можуть бути використані?

32. Які види контрольних карт ви знаєте?

33. Розкажіть про основні етапи побудови X-карти.

34. У чому полягає основна рекомендація оператору, якій він повинен дотримуватися при управлінні процесом із застосуванням контрольної картки?

4. ОПТИМІЗАЦІЯ РІВНЯ ЯКОСТІ ВИГОТОВЛЕННЯ ВИРОБІВ

План

- 4.1. Метод найменших квадратів у матричній формі
 - 4.1.1. Визначення коефіцієнтів моделі
 - 4.1.2. Статистична обробка моделі, лінійної за параметрами
- 4.2. Планування оптимального експерименту
 - 4.2.1. Побудова плану експерименту
 - 4.2.2. Обробка і статистичний аналіз результатів ПФЕ
- 4.3. Методи оптимізації нелінійних функцій
- 4.4. Функція бажаності

4.1. Метод найменших квадратів в матричній формі

МНК дозволяє знаходити коефіцієнти будь-яких моделей лінійних за параметрами. Якщо для вивчення залежної змінної від впливу вектора незалежних змінних $\bar{x} = \|x_1, x_2, \dots, x_k\|$ розмірністю k було проведено n дослідів, то експериментальні дані можна подати у вигляді табл. 4.1.

Таблиця 4.1

**Експериментальні дані для дослідження
залежності вхід $\bar{x}$ – вихід y**

№	Фактори – незалежні змінні				Залежна змінна y
	x_1	x_2	x_j	x_k	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}	y_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}	y_2
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ik}	y_i
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nk}	y_n

Примітка. В таблиці: i – лічильник дослідів ($i = 1, 2, \dots, n$), j – лічильник факторів ($j = 1, 2, \dots, k$), k – кількість факторів, що впливають на залежну змінну y

Експериментальні дані наведені в табл. 4.1 можна записати у вигляді двох матриць: матриці плану експерименту $X_{n \times k}$ і вектора-колонки значень залежної змінної Y_n :

$$\text{При } X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & x_{ij} & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix} \text{ маємо } Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Припустимо, що аналітичний вид функції для опису залежності вхід $\bar{x}$ – вихід y за експериментальними даними, наведеними в табл. 4.1, відомий $\hat{y} = \varphi(\bar{x})$ і вона лінійна⁹ за параметрами, тобто:

$$\hat{y} = \varphi(B, \tilde{f}(\bar{x})) = B^T \times \tilde{f}(\bar{x}) = \|b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_l\| \times \begin{pmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \\ \vdots \\ f_l(\bar{x}) \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^l b_j f_j(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (4.2)$$

де $\hat{y}$ – значення залежної змінної y , розраховане за математичною моделлю (4.2) при заданій комбінації факторів $\bar{x}$;

$B^T = \|b_1, b_2, \dots, b_l\|$ – вектор шуканих коефіцієнтів моделі;

$\tilde{f}^T(\bar{x}) = \|f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_l(\bar{x})\|$ – вектор¹⁰ відомих функцій від входу $\bar{x} = \|x_1, x_2, \dots, x_k\|$;

l – кількість коефіцієнтів моделі;

« T » – операція транспонування матриці.

Сутність МНК полягає в підборі вектору коефіцієнтів B моделі (4.2) таким чином, щоб забезпечити мінімум суми квадратів відхилень (залишків, нев'язок) ε експериментальних даних y від прогнозованих за математичною моделлю (4.2) – $\hat{y}$, тобто:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \rightarrow \min \text{ чи } \varepsilon = \sum_{i=1}^n [b_1 f_1(\bar{x}_i) + b_2 f_2(\bar{x}_i) + \dots + b_l f_l(\bar{x}_i) - y_i]^2 \rightarrow \min, \quad (4.3)$$

де y_i , $\hat{y}_i$ – відповідно значення (при заданій в i експерименті комбінації факторів) вихідної змінної: експериментальне, отримане в результаті реалізації i досліду в k -вимірному просторі факторів і прогнозоване за

⁹ $\hat{y} = b_1 f_1(x_1, x_2, \dots, x_k) + b_2 f_2(x_1, x_2, \dots, x_k) + \dots + b_l f_l(x_1, x_2, \dots, x_k)$, де $b_1, b_2, \dots, b_l$ – невідомі коефіцієнти; $f_1, f_2, \dots, f_l$ – відомі функції, від вектора незалежних змінних $\bar{x} = \|x_1, x_2, \dots, x_k\|$. Зокрема, для моделі $\hat{y} = b_1 + b_2 x_1 + b_3 x_2 + b_4 x_1 x_2 + b_5 x_1^2 + b_6 x_2^2$ відомі функції, що стоять після коефіцієнтів b_j : $f_1 = 1, f_2 = x_1, f_3 = x_2, f_4 = x_1 x_2, f_5 = x_1^2, f_6 = x_2^2$.

¹⁰ Наприклад, для функції виноски $\tilde{f}^T(\bar{x}) = \|1, x_1, x_2, x_1 x_2, x_1^2, x_2^2\|$.

моделлю (4.2); n – кількість дослідів; $\bar{x}_i = \|x_1, x_2, \dots, x_k\|_i$ – значення факторів в i досліді ($i = 1, 2, \dots, n$).

4.1.1. Визначення коефіцієнтів моделі

Необхідною умовою мінімуму функції (4.3) є¹¹ одночасне виконання наступних умов:

$$\underbrace{\frac{\partial \varepsilon}{\partial b_1} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial b_2} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial b_l} = 0}_{(4.4)}$$

Знаходячи відповідні похідні (4.4) від функції (4.3) і записуючи їх у явному¹² виді, отримаємо систему рівнянь для знаходження невідомих коефіцієнтів моделі (4.2) *аналітичним*¹³ способом:

$$\begin{cases} b_1 \sum_{i=1}^n f_1^2(\bar{x}_i) & + b_2 \sum_{i=1}^n f_1(\bar{x}_i) f_2(\bar{x}_i) & + \dots & + b_l \sum_{i=1}^n f_1(\bar{x}_i) f_l(\bar{x}_i) & = \sum_{i=1}^n f_1(\bar{x}_i) y_i \\ b_1 \sum_{i=1}^n f_2(\bar{x}_i) f_1(\bar{x}_i) & + b_2 \sum_{i=1}^n f_2^2(\bar{x}_i) & + \dots & + b_l \sum_{i=1}^n f_2(\bar{x}_i) f_l(\bar{x}_i) & = \sum_{i=1}^n f_2(\bar{x}_i) y_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_1 \sum_{i=1}^n f_l(\bar{x}_i) f_1(\bar{x}_i) & + b_2 \sum_{i=1}^n f_l(\bar{x}_i) f_2(\bar{x}_i) & + \dots & + b_l \sum_{i=1}^n f_l^2(\bar{x}_i) & = \sum_{i=1}^n f_l(\bar{x}_i) y_i \end{cases} \quad (4.5)$$

Система рівнянь (4.5) містить стільки ж рівнянь, скільки невідомих коефіцієнтів $b_1, b_2, \dots, b_l$ входить до математичної моделі (4.2), і називається в математичній статистиці *системою нормальних рівнянь* (СНР). Як видно з умови МНК (4.3) функція $\varepsilon \geq 0$ за будь-яких коефіцієнтів $b_1, b_2, \dots, b_l$, отже, у неї обов'язково має існувати хоча б один мінімум. Тому якщо система нормальних рівнянь (4.5) має єдиний розв'язок, то він і є мінімумом¹⁴ для функції ε .

¹¹ Система рівнянь (4.5) отримана з умови екстремуму функції кількох змінних; у даному випадку змінні – це коефіцієнти моделі.

¹² Щодо знаку « $\Rightarrow$ » невідомі зліва, а відомі справа.

¹³ З точки зору виведення самої системи нормальних рівнянь.

¹⁴ Оскільки функція ε завжди більше 0, тому що сума квадратів залишків $\varepsilon = \sum \varepsilon_i^2 = \sum (\hat{y}_i - y_i)^2 \geq 0$.

В *матричній*¹⁵ формі система нормальних рівнянь (4.5) для визначення невідомих коефіцієнтів b_j ($j = 1, 2, \dots, l$) набуває виду:

$$(F^T F)B = F^T Y, \quad (4.6)$$

де

$$F = \begin{pmatrix} f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}) & f_2(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}) & \dots & f_l(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}) \\ f_1(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k}) & f_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k}) & \dots & f_l(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k}) \\ \vdots & \vdots & f_j(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) & \vdots \\ f_1(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nk}) & f_2(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nk}) & \dots & f_l(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nk}) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$F_{n \times l}$ – матриця експериментальних даних X , узагальнена¹⁶ видом моделі $\tilde{f}^T(\bar{x})$, тобто матриця, рядки якої $\|f_1(\bar{x}_i), f_2(\bar{x}_i), \dots, f_l(\bar{x}_i)\|_i$, де індекс дослідів $i = 1, 2, \dots, n$; Y – колонка значень залежної змінної, які спостерігались у дослідях.

Розв'язок системи (4.6) (вона ж 4.5) у матричному виді визначається за допомогою методу оберненої матриці:

$$B = (F^T F)^{-1} F^T Y = D F^T Y, \quad (4.8)$$

де $F^T F = I$ – інформаційна матриця Фішера;

$(F^T F)^{-1} = D$ – дисперсійна (коваріаційна) матриця з елементами d_{ij} ;

«–1» – операція знаходження матриці, оберненої до інформаційної.

Дисперсійна матриця залежить тільки від плану експерименту X і вектора відомих функцій $\tilde{f}(\bar{x})$, тобто D не залежить від результатів експерименту а, отже, може бути досліджена до його реалізації¹⁷.

¹⁵ Універсальний машинний підхід для визначення коефіцієнтів будь-яких математичних моделей, *лінійних за параметрами*, без знаходження аналітичних похідних, зведення подібних тощо.

¹⁶ Іншими словами матриця плану експерименту X побудована відповідно до виду моделі $\tilde{f}^T(\bar{x})$.

¹⁷ Для отримання найкращої у деякому сенсі моделі коефіцієнти мають бути: не залежними один від одного в моделі, і просто обчислюватися (властивість *ортogonalності*); максимально точно визначатися, тобто дисперсія коефіцієнтів $s^2\{b_j\} = d_{jj} s_{експ}^2$ має бути мінімальною (властивість *D-оптимальності*); що в свою чергу забезпечує максимальну точність прогнозу вихідної змінної $\hat{y}$ – мінімальна теоретична дисперсія $\xi = \tilde{f}^T(\bar{x}) D \tilde{f}(\bar{x})$ в досліджуваній ділянці (властивість *G-оптимальності*) і однакову в

Після визначення коефіцієнтів моделі за формулою (4.8) і підстановки їх у функцію (4.2) одержимо аналітичну залежність між входами $\bar{x}$ і виходом y .

4.1.2. Статистична обробка моделі, лінійної за параметрами

Статистична обробка моделі виду (4.2) передбачає перевірку значущості її складових $f_j(\bar{x})$, виключення їх в разі незначущості з наступним перерахунком значень коефіцієнтів, що залишились, і перевірку адекватності моделі.

Перевірка значущості коефіцієнтів за t -критерієм. Деякі із складових $f_j(\bar{x})$ моделі (4.2) можуть слабо впливати на залежну змінну y , тобто статистично незначуще, а отже деякі розраховані коефіцієнти b_j відмінні від 0 тільки за рахунок того, що експериментальні дані для отримання моделі, отримані з якоюсь експериментальною похибкою $s_{\text{експ}}^2$, і вид теоретичної моделі, можливо, насправді дещо відрізняється від обраного $\tilde{f}(\bar{x})$. Тому далі експериментатору потрібно встановити: чи дійсно всі складові $f_j(\bar{x})$ моделі статистично значуще впливають на залежну змінну. Для цього слід перевірити статистичну гіпотезу¹⁸ $\beta_j = 0$ ¹⁹ для всіх коефіцієнтів моделі і якщо вона приймається, то складова моделі $f_j(\bar{x})$ виключається з моделі, а отже ця складова моделі не впливає на залежну змінну y .

еквідистантних (що знаходяться на рівних відстанях) точках від центра плану в будь-якому напрямку руху факторного простору (властивість *ротатабельності*).

¹⁸ Припущення, яке перевіряється статистичними методами, тобто імовірністними математичними розрахунками. Ці розрахунки коректні тільки якщо відомо що залежна змінна y розподілена нормально: найбільш імовірне до теоретичного (дійсного) – середнє значення випадкової величини. Нормальний закон розподілу є теоретичною основою точності вимірювання(отримання) будь яких даних. Отже, якщо дані розподілені нормально, то їх можливо максимально точно виміряти за паралельними дослідями(теорема Чебишева – середнє значення декількох вимірів більш точніше наближається до теоретичного, ніж будь-який з цих вимірів) і це в свою чергу, дозволяє отримати точнішу математичну модель, яка в свою чергу буде робити точніші прогнози.

¹⁹ β_j – дійсний (теоретичний, генеральний) коефіцієнт математичної моделі.

Для перевірки значущості коефіцієнтів математичної моделі (4.2) слід знайти відношення $t\{b_j\}$ абсолютного значення коефіцієнту b_j до його похибки знаходження $s\{b_j\}$, і, порівнюючи його з теоретичним критерієм, прийняти рішення про значущість коефіцієнту. В математичній статистиці доведено, що кожне з таких відношень є випадковою величиною, котра має t -розподіл Стюдента. Тому для перевірки гіпотези про значущість коефіцієнта b_j кожне з розрахованих відношень $t\{b_j\}$ порівнюють з теоретичним²⁰ значенням $t_{табл}[q; f]$ (при $f = f_{експ}$) і, якщо виконується умова

$$t\{b_j\} = \frac{|b_j|}{s\{b_j\}} > t_{табл}[q; f_{експ}], \quad (4.9)$$

то коефіцієнт b_j визнається значущим (нуль-гіпотеза $\beta_j = 0$ відкидається).

Похибка знаходження коефіцієнту $s\{b_j\}$ розраховується за формулою:

$$s\{b_j\} = \sqrt{s^2\{b_j\}} = \sqrt{d_{jj}s_{експ}^2} \quad (4.10)$$

де $s^2\{b_j\}$ – дисперсія²¹ знаходження коефіцієнта b_j ;

d_{jj} – відповідний діагональний елемент дисперсійної матриці D ;

$s_{експ}^2$ – дисперсія відтворюваності²² експерименту, яка розраховується за формулою:

²⁰ Знаходять за таблицею розподілу Стюдента (додаток Г, таблиця Г.1) для обраного рівня значущості q – похибка критерію (4.9) (так якщо $q = 0,05$, то в 5 випадках із 100 при виконанні умови (4.9) в дійсності коефіцієнт b_j не є значущим) і числом ступенів вільності (ЧСВ) f критерію – кількість експериментальних даних, котрі пішли на підрахунок критерію, що розраховується, мінус кількість накладених зв'язків на критерій, тобто скільки допоміжних величин прийшлося розрахувати, щоб підрахувати цей критерій.

²¹ Квадрат похибки.

²² Відомо, що якщо m раз поставити досліди в будь якій i точці факторного простору $\bar{x}_i$, то значення вихідної змінної $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}$ будуть трохи відрізнятися один від одного за рахунок всіляких випадковостей. Підрахуємо

середнє значення вихідної змінної $\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij}$. Тоді, чим менша буде сума квадратів відхилень поточного значення y_{ij} від їх середнього $\bar{y}_i$, тобто

$\sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$, тим буде краща відтворюваність дослідів і відповідно менша

$$s_{експ}^2 = \frac{1}{n(m-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.11)$$

з числом степенів вільності $f_{експ} = n(m-1)$.

В розгорнутому виді співвідношення, що зв'язує дисперсію коефіцієнтів $s^2\{b_j\}$ з елементами дисперсійної матриці D має вигляд:

$$\mu\{(B-\beta) \cdot (B-\beta)^T\} = \begin{vmatrix} s^2\{b_1\} & \text{cov}(b_1b_2) & \cdots & \text{cov}(b_1b_l) \\ \text{cov}(b_2b_1) & s^2\{b_2\} & \cdots & \text{cov}(b_2b_l) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{cov}(b_lb_1) & \text{cov}(b_lb_2) & \cdots & s^2\{b_l\} \end{vmatrix} = Ds_{експ}^2 = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1l} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2l} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ d_{l1} & d_{l2} & \cdots & d_{ll} \end{vmatrix} s_{експ}^2$$

де $\beta = \mu(B)$ – вектор-колонка дійсних значень коефіцієнтів математичної моделі, μ – математичне очікування²³ вектора B .

Необхідно відмітити, що $s^2\{b_j\}$ пропорційна діагональним елементам d_{jj} коваріаційної матриці D , коли остання діагональна, тобто у випадку відсутності кореляції $\text{cov}(b_i b_j) = 0$ між будь-якими двома коефіцієнтами²⁴ в математичній моделі. Тому у випадку, коли дисперсійна матриця недіагональна і, відповідно, всі коефіцієнти моделі взаємно зв'язані, то не можна перевірити значущість окремо кожного коефіцієнта. Тому відношення (4.9) можна розглядати тільки як засіб ранжування коефіцієнтів.

В теорії планування експерименту в загальному випадку використовується процедура послідовного виключення незначущих складових моделі: складова, для якої величина $t\{b_j\}$ виявляється найменшою, виключається, і далі проводиться наново перерахунок всіх коефіцієнтів моделі. Виключення складових проводиться до тих пір, доки зменшується залишкова дисперсія.

похибка (більша точність) експерименту $\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$ за виміром значення залежної змінної y_i .

²³ В теорії математичної статистики припускається, що β знаходяться усередненням параметрів векторів B , знайдених для великої кількості моделей подібних досліджень об'єкту, отриманих незалежно, наприклад, в різних лабораторіях.

²⁴ Сила кореляційного зв'язку між коефіцієнтами b_i і b_j характеризується коефіцієнтом кореляції $r_{ij} = d_{ij} / \sqrt{d_{ii} d_{jj}}$, абсолютне значення якого змінюється в межах $[0; 1]$. Чим більше r_{ij} , тим сильніше взаємозв'язок між b_i і b_j в моделі.

Перевірка адекватності математичної моделі експериментальним даним. Адекватність, тобто відповідність експериментальним даним, моделей подібних (4.2) за відсутності паралельних дослідів²⁵, зазвичай, перевіряють за F -відношенням:

$$F_p = \frac{s_{y-\bar{y}}^2}{s_{\text{зал}}^2} > F_{\text{табл}}[q; f_{y-\bar{y}}; f_{\text{зал}}], \quad (4.12)$$

де F_p і $F_{\text{табл}}$ – розрахункове і табличне (теоретичне) значення критерію Фішера (додаток Г, таблиця Г.2) відповідно; $s_{y-\bar{y}}^2$ і $s_{\text{зал}}^2$ – дисперсії навколо середнього²⁶ і залишкова²⁷, а також відповідні їм степені вільності $f_{y-\bar{y}}$ і $f_{\text{зал}}$ визначаються за формулами:

$$s_{y-\bar{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad s_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-l}; \quad f_{y-\bar{y}} = n-1; \quad f_{\text{зал}} = n-l, \quad (4.13)$$

де $\bar{y}$ – середнє значення залежної змінної в експерименті;

l – кількість коефіцієнтів у моделі.

Перевірка адекватності математичної моделі у випадку постановки *паралельних дослідів* проводиться, наприклад, за умовою (4.14). При цьому паралельні досліди потрібні для:

– точнішого визначення значення залежної змінної y , у зв'язку з тим, що на неї впливають всілякі випадковості;

²⁵ Кілька замірів залежної змінної y , при одній й тій же комбінації факторів $\bar{x}$.

²⁶ Розсіювання (розкид) даних y_i навколо їх середнього значення $\bar{y}$ віднесене до їх ЧСВ $f_{y-\bar{y}} = n-1$, де n – кількість експериментальних даних (КЕД); 1 – кількість накладених зв'язків (КНЗ): для розрахунку цієї дисперсії, потрібно розрахувати *одну* допоміжну величину, а саме середнє значення залежної змінної $\bar{y}$.

²⁷ Похибка модельного прогнозу – критерій МНК (4.3) віднесена до свого числа степенів вільності $f_{\text{зал}}$. Оскільки ця похибка залежить від кількості та якості експериментальних даних n і виду моделі, яка складається з l складових, то ЧСВ $f_{\text{зал}}$ визначається як КЕД n мінус КНЗ, тобто скільки потрібно розрахувати допоміжних величин, щоб визначити дисперсію $s_{\text{зал}}^2$. Оскільки для цього, власне кажучи, (окрім самих даних кількістю n) потрібна тільки сама модель, для отримання якої необхідно розрахувати l коефіцієнтів, то КНЗ дорівнює l . Тому ЧСВ залишкової дисперсії $f_{\text{зал}} = n-l$.

²⁸ В Ms Excel замість $s_{y-\bar{y}}^2$ використовується $s_{\hat{y}-\bar{\hat{y}}}^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2 / (l-1)$ де

$$\bar{\hat{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{y}_i.$$

– розрахунку, так званої, похибки всього експерименту $s_{експ}^2$.

Внаслідок порівняння розрахованої похибки експерименту з похибкою прогнозу за моделлю (4.2), за яку відповідає дисперсія залишків $s_{зал}^2$ (4.13) за певним теоретичним статистичним критерієм, наприклад F , можна зробити висновок про адекватність. Це можна прокоментувати так: якщо похибка прогнозу за моделлю $s_{зал}^2$ в якійсь допустимій статистичній межі порівняння чи точніше є більшою (оскільки в похибку прогнозу за моделлю вже закладена похибка експерименту, оскільки модель побудована за даними експерименту) за похибку експерименту $s_{експ}^2$, то модель можна вважати адекватною експерименту за умови:

$$F_p = \frac{s_{зал}^2}{s_{експ}^2} \leq F_{табл}[q; f_{зал}; f_{експ}]. \quad (4.14)$$

Похибка прогнозу за моделлю (4.2) в будь-якій контрольній точці²⁹ $\bar{x}$ розраховується за формулою:

$$s\{\hat{y}\} = \sqrt{\xi \cdot s_{експ}^2}, \quad (4.15)$$

де ξ – теоретична³⁰ похибка прогнозу вихідної змінної залежно від розташування контрольної точки $\bar{x}$ в факторному просторі, що визначається за залежністю:

$$\xi = \tilde{f}^T(\bar{x}) D \tilde{f}(\bar{x}), \quad (4.16)$$

де $\tilde{f}^T(\bar{x})$ – значення вектора відомих функцій в контрольній точці $\bar{x}$;

D – дисперсійна матриця плану експерименту X ;

індекс « T » – операція транспонування вектора.

²⁹ Значення незалежної змінної $\bar{x}$, яке є цікавим для дослідника. Тобто контрольна точка, це, наприклад, режим процесу чи склад композиції, який відсутній в плані експерименту X , їх може бути скільки завгодно. За цими точками також перевіряється адекватність моделі, особливо, у випадку

насиченого плану експерименту, оскільки $\varepsilon = SS_{зал} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = 0$ (4.3), тобто для всіх точок плану експериментальне і прогнозне за моделлю (3.112) значення співпадають: $y_i = \hat{y}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). В цьому випадку адекватність моделі перевіряється в i -контрольній точці за формулою $t_p^{(i)} = |\bar{y}_i - \hat{y}_i| \sqrt{m_i} / (s_{експ} \sqrt{1 + \xi}) < t_{табл}[q; f_{експ}]$.

³⁰ Похибка прогнозу в контрольній точці $\bar{x}$ за рахунок МНК, яка викликана видом моделі $\tilde{f}^T(\bar{x})$ та планом експерименту X .

Приклад 4.1. На основі статистичних даних показника y і факторів x_1 та x_2 , наведених у табл. 4.2, знайти оцінки параметрів моделі, якщо припустити, що стохастична залежність між факторами і показником має вигляд:

$$\hat{y} = b_0 + \frac{b_1}{x_1} + b_2 x_2^2. \quad (4.17)$$

Таблиця 4.2

План експерименту X і результати дослідів Y

x_1	14,5	13	15,5	16	14,5	17	17,5	15,5	18,5	19	20
x_2	13	15	10,7	9	14	15,3	15	17	19	21	25
Y	47,5	58,5	68,5	48,5	83,5	108	122	110	125	144	?

Використовуючи критерій Фішера, з надійністю $p = 0,95$ оцінити адекватність прийнятої математичної моделі статистичним даним. Якщо модель адекватна, то знайти залежну змінну в заданих умовах.

Розв'язок

- *Оцінка коефіцієнтів моделі та перевірка її адекватності.*

На основі виду апроксимуючої функції (4.1) вектор відомих функцій запишеться так: $\tilde{f}^T(\bar{x}) = \|1, 1/x_1, x_2^2\|$. За даними плану експерименту X з врахуванням вектора $\tilde{f}^T(\bar{x})$ складемо узагальнену матрицю F (табл. 4.3).

Таблиця 4.3

Узагальнена вектором відомих функцій $\tilde{f}^T(\bar{x})$ матриця плану експерименту X

i	План X		Узагальнена матриця F			Y
	x_1	x_2	$f_1 = 1$	$f_2 = 1/x_1$	$f_3 = x_2^2$	
1	14,5	13	1	$6,896552 \cdot 10^{-2}$	169	47,5
2	13	15	1	$7,692308 \cdot 10^{-2}$	225	58,5
3	15,5	10,7	1	$6,451613 \cdot 10^{-2}$	114,49	68,5
4	16	9	1	0,0625	81	48,5
5	14,5	14	1	$6,896552 \cdot 10^{-2}$	196	83,5
6	17	15,3	1	$5,882353 \cdot 10^{-2}$	234,09	108
7	17,5	15	1	$5,714286 \cdot 10^{-2}$	225	122
8	15,5	17	1	$6,451613 \cdot 10^{-2}$	289	110
9	18,5	19	1	$5,405406 \cdot 10^{-2}$	361	125
10	19	21	1	$5,263158 \cdot 10^{-2}$	441	144
			b_0	b_1	b_2	

Отже, використовуючи дані³¹ табл. 4.3 і зробивши відповідні матричні перетворення³² (4.6) отримуємо систему нормальних рівнянь (4.2) і дисперсійну матрицю (4.3):

$$\begin{pmatrix} 10 & 0,6290384 & 2335,58 \\ 0,6290384 & 0,040078 & 142,9254 \\ 2335,58 & 142,9254 & 651017,1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 915,49475 \\ 55,74161 \\ 242476,58 \end{pmatrix}; \quad (4.18)$$

$$D = \begin{pmatrix} 14,98899 & -200,3396 & -9,791394 \cdot 10^{-3} \\ -200,3396 & 2792,64 & 0,1056347 \\ -9,791397 \cdot 10^{-3} & 0,1056348 & 1,34723 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Розв'язуючи систему (4.18) через матрицю (4.19) знаходимо: $b_0 = 180,9059$; $b_1 = -2129,684$; $b_2 = 0,190997$.

Підставляючи знайдені коефіцієнти в модель (4.1) знаходимо аналітичну залежність між незалежними $\bar{x}$ та залежною y змінними:

$$\hat{y} = 180,9059 - \frac{2129,684}{x_1} + 0,190997x_2^2. \quad (4.20)$$

Оцінимо відповідність моделі (4.20) експериментальним даним табл. 4.2 за F -відношенням (4.12). Результати допоміжних розрахунків наведено в табл. 4.4.

Таблиця 4.4

Оцінка точності моделі (4.20)

i	y_i	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	47,5	66,310	18,810	353,816	-44,050	1940,403
2	58,5	60,058	1,558	2,427	-33,050	1092,303
3	68,5	65,374	-3,126	9,772	-23,050	531,303
4	48,5	63,271	14,771	218,182	-43,050	1853,303
5	83,5	71,467	-12,033	144,793	-8,050	64,803
6	108,0	100,341	-7,659	58,660	16,450	270,602
7	122,0	102,184	-19,816	392,674	30,450	927,202
8	110,0	98,705	-11,295	127,577	18,450	340,402
9	125,0	134,738	9,738	94,829	33,450	1118,902
10	144,0	153,047	9,047	81,848	52,450	2751,002
Σ	915,5			1484,579		10890,226

³¹ Матрицю F та вектор спостережень Y .

³² Аналог розрахунків див. в [9] (приклад 3.15).

З цією метою розраховуємо:

– середнє значення залежної змінної Y за всіма дослідями в експерименті:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{915,5}{10} = 91,55;$$

– дисперсії залишкової і навколо середнього:

$$s_{\text{зал}}^2 = \frac{SS_{\text{зал}}}{n-l} = \frac{1484,579}{10-3} = 212,0827; \quad s_{y-\bar{y}}^2 = \frac{SS_{y-\bar{y}}}{n-1} = \frac{10890,226}{10-1} = 1210,025; \quad (4.21)$$

– розрахункове і табличне³³ значення критерію Фішера:

$$F_p = \frac{s_{y-\bar{y}}^2}{s_{\text{зал}}^2} = \frac{1210,025}{212,0827} = 5,71 > F_{\text{табл}} [5\%; 9; 7] = 3,68. \quad (4.22)$$

Оскільки $F_p > F_{\text{табл}}$, то отримана модель (4.17) адекватно³⁴ описує залежність між виходом y та входами x_1 та x_2 .

Розрахунки коефіцієнтів моделі (4.17) матричним способом наведено в додатку Д (приклад Д.1).

•Точкова оцінка прогнозу

Для того, щоб прогнозувати залежну змінну y при $x_1 = 20$ та $x_2 = 25$ скористаємося (4.20):

$$\hat{y}|_{(20; 25)} = 180,9059 - \frac{2129,684}{20} + 0,190997 \cdot 25^2 = 193,795. \quad (4.23)$$

Завдання з МНК в матричній формі

За даними таблиці 4.5 визначити аналітичну залежність між незалежною змінною x і залежною y у вигляді емпіричної формули, що наведена в табл. 4.6, та оцінити її адекватність за F -відношенням.

³³ Користуючись таблицею розподілу Фішера, наведеного в додатку Г (табл. Г.2).

³⁴ Щоб модель була задовільною експериментальним даним за формулою (3.121) F_p має перевищувати $F_{\text{табл}}$ у 3–4 рази.

Таблиця 4.5

Варіанти завдання

1		2		3		4		5	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	0	0	-1,3	0	0	0	0	0,15	2
1	2,750	0,1	-0,13	0,1	0,713	0,7	1,205	0,30	0,4
2,5	9,175	0,2	0,58	0,2	1,043	1,4	1,707	0,45	-16,9
5	7,255	0,3	0,98	0,4	1,196	2,1	2,023	0,60	-16,2
7,5	6,170	0,4	1,11	0,6	1,131	2,8	2,254	0,75	13,2
10	7,593	0,5	1,03	0,8	1,040	3,5	2,429	0,90	47,1
12,5	6,760	0,6	0,83	1,0	0,976	4,2	2,563	1,05	51,4
15	7,022	0,7	0,57	1,2	0,946	4,9	2,665	1,20	18,3
17,5	7,050	0,8	0,32	1,4	0,950	5,6	2,744	1,35	-21,5
20	6,952	0,9	0,13	1,6	0,982	6,3	2,804	1,50	-27,3
22,5	7,023	1,0	0,04	1,8	1,038	7,0	2,850	1,65	11,8
25	6,994			2,0	1,113	7,7	2,885	1,80	63,7
				2,2	1,205	8,4	2,912	1,95	81,2
				2,4	1,311	9,1	2,932		
				2,6	1,427	9,8	2,948		
						10,5	2,960		

Продовження таблиці 4.5

6		7		8		9		10	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	30,0	1,0	6,66	0,8	20,0	0,01	3,0	0	-1,0
0,5	22,7	1,5	5,74	1,6	9,3	0,13	-1,920	5,0	109,8
1	18,6	2,0	4,44	2,4	-5,7	0,25	1,787	10,0	172,2
1,5	16,2	2,5	3,38	3,2	-31,1	0,37	-0,962	20,0	204,9
2	14,6	3,0	2,60	4,0	-6,8	0,49	0,462	40,0	144,6
2,5	13,6	3,5	2,05	4,8	2,0	0,61	-0,721	60,0	79,2
3	12,9	4,0	1,64	5,6	5,7	0,73	0,158	80,0	41,6
3,5	12,5	4,5	1,34	6,4	4,1	0,85	0,031	100,0	23,5
4	12,1	5,0	1,11	7,2	-0,7	0,97	0,375	120,0	15,5
4,5	11,9	5,5	0,94	8,0	-5,5	1,09	0,108	140,0	12,2
5	11,7	6,0	0,80	8,8	-4,2	1,21	-0,139	160,0	10,8
5,5	11,5	6,5	0,69			1,33	-0,291	180,0	10,3
						1,45	-0,191	200,0	10,1
						1,57	0,123		
						1,69	0,277		
						1,81	0,222		

**Емпіричні формули до завдання з МНК
в матричній формі**

Варіант	Емпірична формула
1	$\hat{y} = A + \ell^{-x/4} (B \cos x + C \sin x)$
2	$\hat{y} = A + \ell^{-x} [B \sin x + C \ln(x + 0,1)] \cos 3x$
3	$\hat{y} = Ax + B\ell^{-x} + Cx\ell^{-3x}$
4	$\hat{y} = A + B\ell^{\frac{1}{2}x} + C\ell^{\frac{5}{2}x}$
5	$\hat{y} = Ax + \ln x (B \sin x + C \cos x)$
6	$\hat{y} = A + \frac{B}{x+1} + C\ell^{-x}$
7	$\hat{y} = \frac{100x}{A + Bx + Cx^2 + Dx^3}$
8	$\hat{y} = \frac{100 \cos x}{A + Bx + C \sin^2 x + D \cos^3 x}$
9	$\hat{y} = \ell^{-x/3} (A \cos 3x + B \sin 3x) + C \cos x + D \sin x$
10	$\hat{y} = A + B\ell^{\frac{1}{20}x} + C\ell^{\frac{1}{10}x} + D\ell^{\frac{3}{20}x}$

Примітка. У формулах таблиці необхідно визначити значення коефіцієнтів A, B, C, D

4.2. Планування оптимального експерименту

Для математичного опису результатів експерименту використовують математичні моделі різних порядків. З цією метою для конкретного виду моделі експеримент необхідно планувати. При цьому, насамперед, використовують моделі першого порядку, для побудови яких застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ), який являє собою систему дослідів з реалізацією всіх можливих комбінацій *рівнів факторів*, що не повторюються. Суть методу ПФЕ полягає: в одночасному варіюванні всіх факторів в досліді, отриманні математичної моделі у вигляді лінійного чи неповного квадратичного поліному і його дослідженні методом математичної статистики. В загальному вигляді математична модель, отримана за результатами ПФЕ, має вигляд:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} b_{ij} x_i x_j + \dots + b_{ij, \dots, k} x_i x_j \dots x_k, \quad (4.24)$$

де b_0 – вільний член;

b_i – лінійні ефекти ($i = 1, 2, 3, \dots, k$);

b_{ij} – ефекти парної взаємодії між двома будь-якими факторами x_i, x_j ($i, j = 1, 2, 3, \dots, k; i < j$);

$b_{ij\dots k}$ – ефекти взаємодії вищих порядків (потрійні, четвертинні, ..., k);

k – число факторів.

Під *рівнем фактору* розуміють його певне значення, яке фіксується при проведенні експерименту. Рівні факторів являють собою межі досліджуваної ділянки даного технологічного фактору. Наприклад, вивчається залежність поглинання пластифікатора хутровою овчиною – u , %, від двох факторів: X_1 – початкова концентрація пластифікатора в композиції в діапазоні 2–10, г/л, X_2 – співвідношення хімічно інертного індустриального масла П2А і етиленгліколевого естеру в композиції в діапазоні 0,5–20,0 %. Верхній рівень за початковою концентрацією пластифікатора $X_1^{\max}$ дорівнює 10 г/л, нижній $X_1^{\min}$ дорівнює 2 г/л. Тоді, для X_1 маємо

$$X_1^0 = \frac{X_1^{\max} + X_1^{\min}}{2} = \frac{10 + 2}{2} = 6; \quad \Delta X_1 = \frac{X_1^{\max} - X_1^{\min}}{2} = \frac{10 - 2}{2} = 4$$

чи для будь-якого фактора X_i

$$X_i^0 = \frac{X_i^{\max} + X_i^{\min}}{2}; \quad \Delta X_i = \frac{X_i^{\max} - X_i^{\min}}{2} \quad (i = 1, 2, \dots, k). \quad (4.25)$$

Точка с координатами $(X_1^0, X_2^0, \dots, X_k^0)$ називається центром плану чи основним рівнем; ΔX_i – інтервал варіювання фактора X_i чи масштаб.

4.2.1. Побудова плану експерименту

Для проведення дослідження необхідно вибрати ділянку експерименту (рис. 4.1а), яка є деякою частиною факторного простору, за межі якої не будуть виходити значення факторів при проведенні дослідів.

При виборі ділянки експерименту враховуються наступні обмеження на ділянку визначення факторів, які не можуть бути порушені ні за яких обставин:

- пов'язані з техніко-економічними показниками, наприклад, якщо в експерименті використовуються дороговартісні реагенти, то їх витрата повинна бути обмежена, інакше вартість експерименту буде великою;

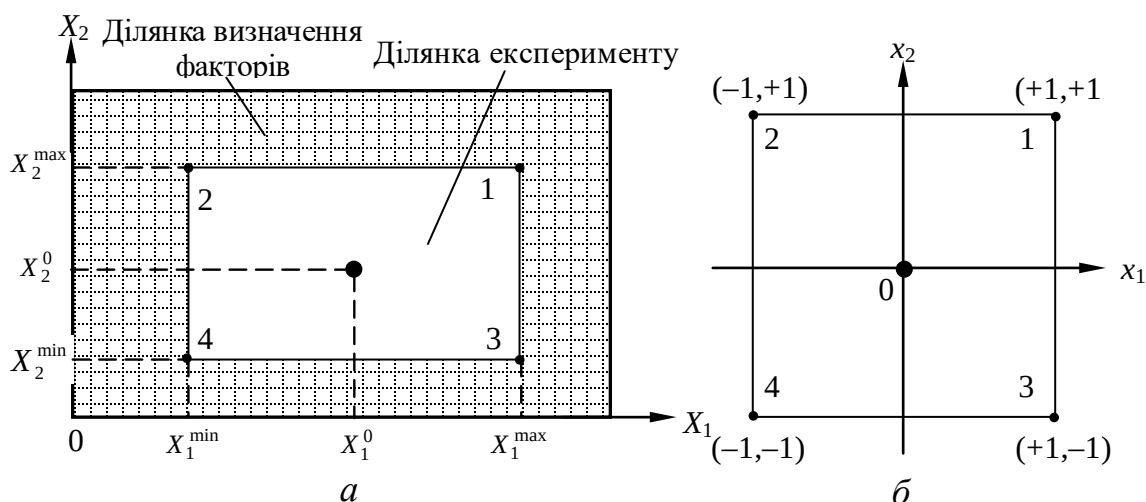


Рис. 4.1. Розташування досліджуваної ділянки в системах координат:
а – натуральній; б – кодованій

- *технологічні* – пов'язані з умовами виконання процесу. Враховуючи всі обмеження можна вибрати достатньо вдалу ділянку експерименту, яка визначається основним рівнем факторів і інтервалами варіювання факторів. Як основний рівень можна прийняти такі величини факторів, які за результатами попередніх досліджень забезпечують найкращі значення вихідної змінної (найвищий вихід продукту реакції, найменші затрати на проведення процесу). Основна ж, вимога до інтервалу варіювання полягає в тому, щоб він перевищував подвоєну середньоквадратичну похибку фактора, тобто $\Delta X_i > 2|s\{x_i\}|$. Ця вимога, зумовлена тим, що фактори, які мають близькі значення, знаходячись на верхньому і нижньому рівнях, повинні не випадковим чином впливати на вихідну змінну. Вдалий вибір інтервалу варіювання гарантує достовірність математичної моделі.

В теорії планування експерименту для спрощення розрахунків коефіцієнтів математичної моделі, можливості використання, під конкретний вид моделі, одних і тих же планів незалежно від експериментальної ситуації, запобігання виродженості³⁵ інформаційної матриці I , синтезу³⁶ оптимальних планів для моделі заданого виду і т.п.,

³⁵ Якщо I вироджена (визначник $|I|=0$), тоді стає неможливим отримання дисперсійної матриці D , яка визначає коефіцієнти моделі, їх точність визначення, властивості майбутньої моделі.

³⁶ Синтез – отримання оптимального плану для моделі заданого виду, реалізуючи досліди за яким і обробивши результати експерименту, можна отримати модель, що має деякі оптимальні властивості.

переходять з натуральної системи координат $X_1, X_2, \dots, X_k$ до нової кодової (безрозмірної) системи координат $x_1, x_2, \dots, x_k$ (рисунок 4.1б), шляхом наступного лінійного перетворення координат:

$$x_i = \frac{X_i - X_i^0}{\Delta X_i}; \quad (i = 1, 2, \dots, k), \quad (4.26)$$

де x_i – кодоване значення фактора; X_i , X_i^0 , ΔX_i – відповідно верхній чи нижній і нульовий рівень натуральної змінної та її інтервал варіювання.

З врахуванням (4.26) в кодованій системі координат верхній рівень дорівнює «+1», нижній рівень «-1», координати центра плану рівні нулю і співпадають з початком координат.

Як відомо, через дві точки на площині xOy можна провести тільки одну пряму, і тільки третя визначає, чи дійсно це пряма. Тому для отримання лінійної моделі вигляду (4.24) необхідно варіювати фактори мінімум на двох рівнях (+1 і -1). Якщо число рівнів кожного фактора два, то загальна кількість дослідів n визначиться за формулою $n = 2^k$, де k – кількість факторів, і тоді кажуть, що реалізується ПФЕ типу 2^k . Після вибору основних рівнів факторів та інтервалів варіювання переходять до побудови матриці планування. Умови проведення експерименту можна записати у вигляді таблиці, в якій строки відповідають різним дослідом, а колонки – значенням факторів. Така таблиця називається планом експерименту (X). В ній використовуються кодовані значення факторів. Складання матриці планування виконується на основі деяких принципів *оптимальності*, про які йтиме мова нижче. В табл. 4.7 запропонований універсальний спосіб побудови матриці X для ПФЕ на двох рівнях до 4 факторів, яка легко узагальнюється на k факторів.

З наведених даних табл. 4.7 видно, що наступна матриця ПФЕ 2^k отримується добудовою матриці ПФЕ 2^{k-1} . Для розрахунку вільного члена b_0 (середнього арифметичного³⁷ всіх спостережень) в матрицю X вводиться «фіктивна» колонка x_0 , що складається з «+1». Для спрощення записи рівнів факторів будемо писати «+» і «-» відповідно замість «+1» і «-1».

³⁷ Вільний член b_0 , у випадку якщо вихідна змінна в дійсності змінюється по лінійному закону, співпадає зі значенням вихідної змінної в центрі плану в межах похибки досліду, і може бути непрямым критерієм лінійності процесу.

Плани ПФЕ типів 2^2 – 2^4

Тип ПФЕ	n	x_0	План експерименту				$\bar{y}$
			x_1	x_2	x_3	x_4	
2^2	1	+	+	+	+	+	$\bar{y}_1$
	2	+	–	+	+	+	$\vdots$
	3	+	+	–	+	+	
	4	+	–	–	+	+	$\bar{y}_4$
2^3	5	+	+	+	–	+	$\vdots$
	6	+	–	+	–	+	
	7	+	+	–	–	+	
	8	+	–	–	–	+	$\bar{y}_8$
2^4	9	+	+	+	+	–	$\vdots$
	10	+	–	+	+	–	
	11	+	+	–	+	–	
	12	+	–	–	+	–	
	13	+	+	+	–	–	
	14	+	–	+	–	–	
	15	+	+	–	–	–	
	16	+	–	–	–	–	$\bar{y}_{16}$
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	

Побудована вище матриця планування для різної кількості факторів має ряд важливих властивостей, які дозволяють вважати, що її побудова виконувалась оптимально з точки зору отриманої за нею математичної моделі. Для отримання найкращої, в деякому сенсі, моделі коефіцієнти повинні: бути незалежними один від одного, і просто розраховуватись (властивість ортогональності); максимально точно визначатись, тобто дисперсія коефіцієнтів $s^2\{b_j\}$ повинна бути мінімальною (властивість D -оптимальності); що в свою чергу забезпечує максимальну точність прогнозу вихідної змінної $\hat{y}$ – мінімальна дисперсія $s^2\{\hat{y}\}$ в досліджуваній ділянці (властивість G -оптимальності) і однакову в еквідистантних (рівновіддалених) точках від центра плану в будь-якому напрямку руху факторного простору (властивість ротатабельності).

Всім перерахованим вище критеріям задовольняє план експерименту, наведений в табл. 4.7. Розглянемо ці й деякі інші властивості матриці планування:

- симетричність розташування експериментальних точок відносно центра плану

$$\sum_{u=1}^n x_{iu} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k); \quad (4.27)$$

- умова нормування

$$\sum_{u=1}^n x_{iu}^2 = n \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k), \quad (4.28)$$

тобто сума квадратів елементів кожної колонки рівна числу дослідів;

- ортогональність – рівність нулю суми скалярних добутків всіх вектор-колонок

$$\sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} = 0 \quad (i < j; i, j = 1, 2, \dots, k). \quad (4.29)$$

Ця властивість значно зменшує труднощі, пов'язані з розрахунком коефіцієнтів регресійного рівняння, оскільки інформаційна матриця I стає діагональною, а її діагональні елементи, з врахуванням властивості (4.28), рівні числу дослідів n в плані. Внаслідок цього коефіцієнти математичної моделі розраховуються просто і не взаємозв'язані між собою в моделі, тобто видно вплив кожної складової моделі на вихідну змінну y . Тому відкидання чи додавання складової в модель, виконується без перерахування коефіцієнтів при складових, які вже є в моделі;

- D -оптимальність

$$D = I^{-1} = (F^T F)^{-1} = n^{-1} E, \quad (4.30)$$

де E – одинична матриця; D – дисперсійна матриця. Критерій D -оптимальності вимагає такої матриці $F_{n \times k}$ – матриця експериментальних даних X , узагальнена виглядом моделі $\tilde{f}^T(\bar{x})$, що містить n дослідів, при якому визначник дисперсійної матриці D має мінімальну величину. План, що відповідає цьому критерію, дозволяє мінімізувати дисперсії коефіцієнтів³⁸ математичної моделі $s^2\{b_j\}$, що в свою чергу забезпечує

³⁸ В даному випадку похибки визначення коефіцієнтів, що не залежать від експериментальної ситуації (результатів дослідів), а від планування

мінімальну дисперсію прогнозу вихідної змінної $s^2\{\hat{y}\}$. Теоретично доведено еквівалентність G - і D -оптимальних планів;

- G -оптимальність забезпечує найменше значення максимальної дисперсії прогнозованої вихідної змінної в ділянці планування:

$$G = \min \max s^2\{\hat{y}\} = \min \max [\tilde{f}^T(\bar{x}) D \tilde{f}(\bar{x})],$$

де $\tilde{f}^T(\bar{x})$ – вектор відомих функцій;

- ротатабельність

$$s^2\{\hat{y}\} = \text{const}; \quad \tilde{f}^T(\bar{x}) D \tilde{f}(\bar{x}) = n^{-1} r^2 = \text{const}, \quad (4.31)$$

де $r^2 = \sum_{i=1}^k x_i^2$, r – радіус гіперсфери, з центром в центрі плану експерименту.

Критерій ротатабельності погоджується з вимогою рівнозначності всіх напрямків від центра плану з точки зору точності визначення вихідної змінної, інакше кажучи, властивість ротатабельності плану забезпечує на еквідистантних відстанях r від центра плану однаковий рівень інформації $1/s^2\{\hat{y}\}$ незалежно від напрямку руху по факторному простору. Необхідно відмітити, що прогнозна здатність моделі зменшується при русі від центру плану, тобто $s^2\{\hat{y}\}$ збільшується, але вона однакова для всіх точок, розташованих на гіперсфері радіуса r .

Після побудови матриці планування приступають до проведення експерименту. Для цього на основі кодованого плану складають *робочу* матрицю плану експерименту, яка являє собою план X , записаний для натуральних (дійсних) значень факторів X_i і ставлять експеримент. Для самоконтролю, визначення похибки експерименту $s_{експ}$ і більш точного визначення вихідної змінної реалізують паралельні досліди, тим самим, отримують m значень вихідного параметра, які потім усереднюють. За звичай приймають число паралельних дослідів $m = 2-4$, і при перевірці відтворюваності дослідів число паралельних дослідів уточнюється (за необхідності). Після цього результати експериментів обробляються і аналізуються.

експерименту – вибору точок в факторному просторі, в яких будуть поставлені спостереження за вихідною змінною.

4.2.2. Обробка і статистичний аналіз результатів ПФЕ

Розрахунок коефіцієнтів математичної моделі та її статистичний аналіз є основними задачами обробки результатів активного³⁹ експерименту.

Розглянемо особливості розрахунку коефіцієнтів за МНК при ортогональному плануванні. Поглянемо на структуру матриць і вид розрахункових формул на прикладі ПФЕ 2² і перевіримо план на критерій оптимальності. В цьому випадку лінійна модель буде мати вигляд: $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ (без врахування ефекту взаємодії x_1x_2) чи в матричному запису $XB = Y^{40}$, де з врахуванням таблиці 4.2 маємо

$$X = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}.$$

Для визначення коефіцієнтів рівняння згідно (4.8) отримаємо наступні матриці інформаційну I , дисперсійну D і добуток X^TY .

$$I = X^T X = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix};$$

$$D = I^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix};$$

$$X^TY = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \\ y_1 - y_2 + y_3 - y_4 \\ y_1 + y_2 - y_3 - y_4 \end{bmatrix}.$$

Тоді за формулою (4.8) отримаємо

³⁹ На відміну від пасивного експерименту потребує від дослідника втручання в нормальний перебіг процесу, тобто активної участі в дослідженні вихідної змінної за допомогою факторів за певним планом.

⁴⁰ Оскільки модель лінійна, то матриці F і X співпадають.

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \\ y_1 - y_2 + y_3 - y_4 \\ y_1 + y_2 - y_3 - y_4 \end{pmatrix}.$$

Звідки коефіцієнти визначаються за виразами

$$b_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}; \quad b_1 = \frac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4}; \quad b_2 = \frac{y_1 + y_2 - y_3 - y_4}{4},$$

а дисперсії коефіцієнтів

$$s^2\{b_j\} = d_{jj}s_{експ}^2 = \frac{1}{4}s_{експ}^2 \quad (i = 0, 1, 2)$$

де d_{jj} – діагональні елементи дисперсійної матриці D ;

$s_{експ}^2$ – дисперсія відтворюваності (похибка) експерименту.

В загальному вигляді для ортогональних планів розрахунок коефіцієнтів виконується за формулою (4.32), а дисперсій коефіцієнтів за формулою (4.33)

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij} \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij} \bar{y}_i}{n} \quad (4.32)$$

$$s^2\{b_j\} = \frac{s_{експ}^2}{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2} = \frac{s_{експ}^2}{n} \quad (j = 0, 1, 2, \dots, k), \quad (4.33)$$

де x_{ij} – величина, розташована на перетину i стрічки і j колонки матриці планування;

$\bar{y}_i$ – середнє значення y за m паралельними дослідями i строки матриці планування, що визначається за формулою (4.34).

Необхідно відмітити, що за формулами (4.32, 4.33) також розраховуються коефіцієнти $b_{ij\dots k}$ при ефектах взаємодії будь-якого порядку $x_i x_j \dots x_k$ і їх дисперсії, оскільки з їх врахуванням інформаційна матриця I також діагональна.

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij} \quad (4.34)$$

З формули (4.33) видно, що при отриманні лінійних моделей, дисперсії всіх коефіцієнтів однакові, залежать тільки від дисперсії відтворюваності експерименту (квадрат похибки⁴¹ $s_{експ}$) і кількості дослідів

⁴¹ $s_{експ}$ – похибка експерименту, що має розмірність розглянутої змінної; часто за похибку експерименту в розрахунках приймають дисперсію експерименту

n , причому зі збільшенням дослідів точність визначення коефіцієнтів збільшується.

Із розглянутого вище прикладу при отриманні лінійної моделі $\hat{y} = \sum_{i=0}^2 b_i x_i$ за планом ПФЕ 2^2 видно, що інформаційна матриця I діагональна, а значить план – ортогональний; виконується умова $I = n^{-1}E = 4^{-1}E$ – план D -оптимальний, а за теоремою еквівалентності він буде і G -оптимальний, а з врахуванням

$$s^2\{\hat{y}\} = \left\| \begin{matrix} 1 & x_1 & x_2 \end{matrix} \right\| \times \left\| \begin{matrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{matrix} \right\| \times \left\| \begin{matrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{4}(1 + x_1^2 + x_2^2) = \frac{1}{4}(1 + r^2) = \text{const}_r$$

переконуємося що план ротатабельний, тобто похибка передбачення за моделлю залежить від радіуса гіперсфери r (необхідно відмітити, що моделі неповного другого порядку втрачають властивість ротатабельності).

Статистичний аналіз отриманого рівняння передбачає:

- визначення дисперсії відтворюваності дослідів і похибки експерименту;
- перевірку значимості коефіцієнтів регресійного рівняння;
- перевірку адекватності моделі.

Основою судження про похибку експерименту є паралельні досліди, які можна ставити: в центрі плану (досліджуваної ділянки), будь-якій іншій точці в ділянці експерименту (контрольні точки), або в кожній експериментальній точці плану. Останнє, здійснюють головним чином у випадках, коли досліди незадовільно відтворювані й необхідно проконтролювати точність отримання експериментальних даних за кількома вимірюваннями вихідної змінної (далі будемо розглядати цей випадок при $m = \text{const}$). В статистиці похибку (експерименту, вимірювання (вихідної чи будь-якої іншої величини), прогноз) характеризує дисперсія, що являє собою розсіювання (сума квадратів відхилень) дослідних даних навколо їх середнього значення віднесене до числа степенів вільності. Розрахунок похибки відтворюваності дослідів в кожній точці плану виконується за формулою:

$s_{\text{експ}}^2$, Оскільки в статистиці за звичай порівнюють відношення дисперсії, для якого корінь зовсім не обов'язково добувати.

$$s_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.35)$$

де s_i^2 – дисперсія відтворюваності досліду i строки матриці планування (відрядкові дисперсії);

$\bar{y}_i$ – середнє значення вихідної змінної y за m паралельними вимірами y_{ij} , реалізованих в i експериментальній точці плану, розраховуються за формулою (4.34).

Від того наскільки точно проведено експеримент, залежить точність моделі, точність визначення її складових. Тому необхідно відкинути з розгляду грубі⁴² вимірювання, які можуть бути результатом поломки приладу чи недосвідченості експериментатора. Перед розрахунком похибки експерименту необхідно переконатись, що похибки дослідів в кожній експериментальній точці плану порівнянні (однорідні). Однорідність відрядкових дисперсій s_i^2 перевіряють за критерієм Кохрена (застосовний у випадку однакової кількості паралельних дослідів m в кожній стрічці матриці планування). Його розрахункове значення G_δ визначають як відношення:

$$G_p = \frac{s_{i \max}^2}{\sum_{i=1}^n s_i^2} \quad (4.36)$$

де $s_{i \max}^2$ – максимальна з розрахованих відрядкових дисперсій;

$\sum_{i=1}^n s_i^2$ – сума всіх дисперсій за n строками матриці планування.

Якщо виконується умова

$$G_p < G_{\text{табл}} \quad (4.37),$$

то гіпотеза про однорідність дисперсій приймається. $G_{\text{табл}}$ знаходиться за таблицею Г.3 додатку Г для $f_1 = m - 1$ і $f_2 = n$ числа степенів вільності (розмірність експериментальної ситуації) і рівня значущості q . В технічних розрахунках приймається 5 % рівень значущості – $q = 0,05$. Якщо умова (4.37) не виконується, то необхідно збільшити кількість паралельних дослідів, тобто ще раз чи кілька раз реалізувати матрицю планування. Якщо

⁴²Результат, що містить грубу похибку, різко відрізняється за величиною і на цьому основанні статистичні критерії їх оцінки і виключення.

відрядкові дисперсії s_i^2 однорідні, то похибка експерименту $s_{експ}^2$ буде середнім арифметичним значенням дисперсії s_i^2 :

$$s_{експ}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2 = \frac{1}{n(m-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.38)$$

з числом степенів вільності $f_{експ} = n(m-1)$.

У випадку ПФЕ і деяких інших планів, всі коефіцієнти яких визначаються з однаковою точністю $s\{b_j\} = const$ при перевірці їх значущості (див. 4.1.1) можна використовувати довірчий інтервал

$$\Delta b_j = \pm t_{табл} [q\%; f_{експ}] \cdot s\{b_j\}, \quad (4.39)$$

який покриває незначущі коефіцієнти з деякою довірчою імовірністю⁴³ p . В цьому випадку визначення значущості здійснюють за умовою порівняння абсолютного значення коефіцієнта і довірчого інтервалу:

$$|b_j| > |\Delta b_j| \quad (4.40)$$

і якщо умова (4.40) виконується, то коефіцієнт b_j визнається значущим з довірчою імовірністю p .

• Перевірка адекватності математичної моделі. Для перевірки адекватності (відповідності) математичної моделі експериментальним даним необхідно порівняти між собою похибку передбачення за моделлю з похибкою експерименту $s_{експ}^2$ і, якщо вони порівнянні в статистичному сенсі, то модель визнається адекватною. На основі критерію МНК похибкою передбачення за моделлю, є сума квадратів відхилень (залишків) $SS_{зал}$ дослідних даних y_{ij} від результатів отриманих за регресійним рівнянням $\hat{y}_i$, тобто

$$SS_{зал} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \hat{y}_i)^2$$

з числом степенів вільності $f_{зал} = nm - l$, де l – кількість значущих коефіцієнтів моделі. Відомо, що в самій моделі закладені дві похибки: похибка досліду, пов'язана з неточністю отриманих експериментальних

⁴³ $p = 1 - q$ – імовірність з якою здійснюється задане співвідношення; імовірність – відношення числа випадків, в яких подія, що розглядається, відбулась, до загальної кількості подій, наприклад, у нашому випадку в q -випадках із 100 співвідношення (4.39) не буде покривати тільки незначущі коефіцієнти, або коефіцієнти, що не попали в цей інтервал с $\pm \varepsilon$ -точністю, неможна вважати значущими.

даних і похибка, що не залежить від експерименту (похибки вибору: виду моделі, плану експерименту, методу отримання коефіцієнтів, заокруглень тощо). Тому доцільно їх розділити, і на практиці за похибку моделі приймають не похибку відхилень $SS_{\text{зал}}$ (яка містить дві вказані вище похибки), а суму похибок адекватності, являє собою різницю похибок залишків і експерименту:

$$SS_{ad} = SS_{\text{зал}} - SS_{\text{експ}} \quad (4.41)$$

з числом степенів вільності $f_{ad} = f_{\text{зал}} - f_{\text{експ}}$, де на основі (4.38):

$$SS_{\text{експ}} = s_{\text{експ}}^2 f_{\text{експ}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

Формула (4.41) для визначення суми похибок адекватності у випадку однакової кількості паралельних дослідів m запишеться наступним чином

$$SS_{ad} = m \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.42)$$

з числом степенів вільності $f_{ad} = n - l$. Тоді дисперсія адекватності визначиться:

$$s_{ad}^2 = \frac{SS_{ad}}{f_{ad}} = \frac{m}{n-l} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.43)$$

де m – число паралельних дослідів;

n – число строк матриці планування;

l – число членів в математичній моделі, що залишились після виключення з неї незначущих коефіцієнтів;

$\bar{y}_i$ – усереднене значення вихідної змінної по m паралельним дослідом;

$\hat{y}_i$ – результат передбачений за моделлю.

Перевірка адекватності математичної моделі реальному процесу здійснюється порівнянням дисперсій (4.43) і (4.38) за критерієм Фішера, розраховане значення якого F_p визначають за формулою:

$$F_p = \frac{s_{ad}^2}{s_{\text{експ}}^2} \quad (4.44)$$

і якщо виконується умова $F_p < F_{\text{табл}}[q, \%; f_{ad}; f_{\text{експ}}]$ для вибраного рівня значущості q і числа степенів вільності $f_{ad} = n - l$, $f_{\text{експ}} = n(m - 1)$, то отримана математичну модель вигляду (4.24) визнається адекватною експериментальним даним.

Приклад 4.2. Досліджувався процес структурування біополімеру з метою створення екологічно-орієнтованої технології у напіввиробничих умовах.

Вибір факторів, що впливають на процес. На основі аналізу літературних джерел основними регулюючими факторами процесу структурування біополімеру є: X_1 – витрата структуруючого реагенту, г/л; X_2 – витрата пластифікатора, г/л; X_3 – кислотність середовища, од. рН; X_4 – витрата води, % маси біополімеру.

Вибір вихідних змінних. Для оцінки екологічно-орієнтованої технології структурування біополімеру вибрані наступні показники:

y_1 – концентрація структуруючого реагенту у відпрацьованому розчині, г/л;

y_2 – концентрація пластифікатора у відпрацьованому розчині, г/л;

y_3 – гідротермічна стійкість, °С.

Перші два показники можуть указувати на відповідний рівень екологічної безпеки розробленої технології для довкілля під час отримання структурованого біополімеру за досягнення при цьому заданої гідротермічної стійкості.

Попередній експеримент і вибір виду математичної моделі. Після попереднього експерименту і його аналізу витрата води (X_4) може змінюватись у широких межах, але доцільно її скоротити до мінімуму, що сприятиме зниженню витрати хімічних матеріалів. При цьому необхідно забезпечити гідротермічну стійкість біополімеру не меншу ніж 70 °С. Як показали попередні досліди раціональною витратою води є 80 % від маси біополімеру, що забезпечує виконання технології і мінімізує не тільки витрати хімічних матеріалів, але й їх залишкову концентрацію у стічних водах підприємства. У зв'язку з попередніми експериментами доцільно цей фактор не розглядати під час постановки ПФЕ.

Таким чином, процес структурування біополімеру в першому наближенні може бути описаний неповною квадратичною моделлю⁴⁴ (4.24) вигляду:

$$\hat{y} = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_4 X_1 X_2 + B_5 X_1 X_3 + B_6 X_2 X_3, \quad (4.45)$$

де B_i ($i = 0, \dots, 6$) – невідомі коефіцієнти.

⁴⁴ Зазвичай лінійна модель з коефіцієнтами B_4 – B_6 , що дорівнюють нулю, використовується рідко; зручніше знайти коефіцієнти моделі (4.45) і відкинути з неї незначущі складові, хоча можна знаходити спочатку лінійну модель, а у випадку її неадекватності довизначити коефіцієнти за (4.32).

Експерименти з структурування біополімеру проводились з метою підсилення зв'язку між його структурними елементами.

Вибір плану експерименту. Для досліджуваного трьохфакторного процесу використаний план ПФЕ 2^3 (табл. 4.8). Для більш точного визначення значень вихідних змінних і оцінки похибки експерименту поставлено два паралельні досліди ($m = 2$) у кожній експериментальній точці.

Оцінка ділянки визначення факторів. На основі теоретичних положень і постановки попередніх експериментів прийнято наступні ділянки допустимих значень факторів: $0,5 \leq X_1 \leq 1,5$ г/л; $3,0 \leq X_2 \leq 5,0$ г/л; $3,25 \leq X_3 \leq 3,75$ од. рН.

Оцінка ділянки проведення експерименту. На основі результатів попередніх експериментів центр плану розташований у точці з координатами: $X_1^0 = 1,0$ г/л; $X_2^0 = 4,0$ г/л; $X_3^0 = 3,5$ од. рН. Інтервали варіювання факторів відносно центра плану прийнято наступні: $\Delta X_1 = 0,5$ г/л; $\Delta X_2 = 1,0$ г/л; $\Delta X_3 = 0,25$ од. рН. Реалізація експерименту проводилась за одну зміну без використання рандомізації⁴⁵. План і результати експерименту наведені у табл. 4.8.

Таблиця 4.8

План і результати експерименту

i	План в системі координат						Вихідна змінна					
	кодованій			натуральній								
	x_1	x_2	x_3	X_1	X_2	X_3	y_1		y_2		y_3	
1	+1	+1	+1	1,5	5,0	3,75	0,18	0,2	0,28	0,29	81	82
2	-1	+1	+1	0,5	5,0	3,75	0,06	0,07	0,38	0,38	66	67
3	+1	-1	+1	1,5	3,0	3,75	0,18	0,17	0,05	0,06	84	84
4	-1	-1	+1	0,5	3,0	3,75	0,04	0,04	0,14	0,14	69	69
5	+1	+1	-1	1,5	5,0	3,25	0,34	0,34	0,24	0,25	75	76
6	-1	+1	-1	0,5	5,0	3,25	0,08	0,08	0,34	0,35	59	60
7	+1	-1	-1	1,5	3,0	3,25	0,39	0,38	0,05	0,06	73	73
8	-1	-1	-1	0,5	3,0	3,25	0,06	0,07	0,09	0,09	59	58

Детальний хід розрахунків буде подано на прикладі розрахунку концентрації структуруючого реагенту у відпрацьованому розчині, г/л –

⁴⁵ Реалізація дослідів експерименту у довільному порядку.

y_1 , для вихідних змінних y_2 і y_3 , результати розрахунків наведені у табл. 4.12–4.14.

Розв'язок

Перевірка відтворюваності дослідів. Оскільки усі експериментальні дані визначаються з похибкою, то необхідно перевірити чи дійсно серед них немає таких, що містять статистично грубі похибки. Для цього скористаємося (4.14), і на основі табл. 4.9 складемо допоміжну табл. 4.8.

Визначимо за (4.36) розрахункове значення критерію Кохрена G_p

$$G_p = \frac{0,0002}{0,0004} = 0,5.$$

За таблицею Г.3 додатку Г знаходимо табличне значення G -критерію за $q = 0,05$; $f_1 = m - 1 = 2 - 1 = 1$; $f_2 = n = 8$, яке дорівнює $G_{\text{табл}}[5\%; 1; 8] = 0,6798$.

Оскільки умова (4.37) виконується:

$$G_p = 0,5 < G_{\text{табл}} = 0,6798, \quad (4.46)$$

то відрядкові дисперсії s_i^2 однорідні, а отже експериментальні дані у кожному з восьми дослідів плану отримані з статистично прийнятною експериментальною похибкою s_i^2 . Тому далі можна проводити розрахунки з їх використанням.

Таблиця 4.9

Розрахунок дисперсій залежної змінної у кожному досліді за (4.35)

i	y_{ij}		$\bar{y}_i$	$(y_{ij} - \bar{y}_i)^2$		$\sum_{j=1}^2 (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$	$s_i^2 = \frac{1}{2-1} \sum_{j=1}^2 (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$
1	0,18	0,2	0,19	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
2	0,06	0,07	0,065	0,000025	0,000025	0,00005	0,00005
3	0,18	0,17	0,175	0,000025	0,000025	0,00005	0,00005
4	0,04	0,04	0,04	0	0	0	0
5	0,34	0,34	0,34	0	0	0	0
6	0,08	0,08	0,08	0	0	0	0
7	0,39	0,38	0,385	0,000025	0,000025	0,00005	0,00005
8	0,06	0,07	0,065	0,000025	0,000025	0,00005	0,00005
Σ							0,0004

Обчислення коефіцієнтів. Оскільки у кожній експериментальній точці ставилось два паралельні досліди (табл. 4.8), то для спрощення⁴⁶ розрахунків усереднимо⁴⁷ результати спостережень y_{ij} за формулою (4.34), (табл.4.11, колонка $\bar{y}_i$). Використовуючи формулу (4.8) і кодований план, наведений у табл. 4.11, обчислимо коефіцієнти неповної квадратичної моделі (4.8) у кодованому вигляді

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1x_2 + b_5x_1x_3 + b_6x_2x_3. \quad (4.47)$$

Для цього побудуємо узагальнену видом моделі (4.47) матрицю F і вектор спостережень Y (табл. 4.10).

Таблиця 4.10

Узагальнена матриця F і вектор Y

i	X			F							$Y \equiv \bar{y}_i$
	x_1	x_2	x_3	$f_1=1$	$f_2=x_1$	$f_3=x_2$	$f_4=x_3$	$f_5=x_1x_2$	$f_6=x_1x_3$	$f_7=x_2x_3$	
1	+1	+1	+1	1	1	1	1	1	1	1	0,19
2	-1	+1	+1	1	-1	1	1	-1	-1	1	0,065
3	+1	-1	+1	1	1	-1	1	-1	1	-1	0,175
4	-1	-1	+1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	0,04
5	+1	+1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	0,34
6	-1	+1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	0,08
7	+1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0,385
8	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	0,065
				b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	

На основі матриць F і Y складемо систему в матричному вигляді (4.8) для визначення невідомих коефіцієнтів моделі (4.47) і розв'яжемо її за (4.8):

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,34 \\ 0,84 \\ 0,01 \\ -0,4 \\ -0,07 \\ -0,32 \\ 0,07 \end{pmatrix};$$

⁴⁶ Формули (4.32), (4.33), (4.41), (4.44) виведені через поняття (4.34) на основі застосування МНК у вигляді прикладу 3.17.

⁴⁷ Розрахунок можна проводити за формулами (4.8) чи (4.25), без усереднення результатів спостережень. У випадку постановки однакової кількості паралельних m дослідів, усереднення на точності результатів не відбивається. При $m \neq \text{const}$ результати експерименту усереднювати не можна.

$$D = \begin{vmatrix} 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 \end{vmatrix}.$$

звідки⁴⁸

$$\begin{vmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1,34 \\ 0,84 \\ 0,01 \\ -0,4 \\ -0,07 \\ -0,32 \\ 0,07 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,1675 \\ 0,105 \\ 0,00125 \\ -0,05 \\ -0,00875 \\ -0,04 \\ 0,00875 \end{vmatrix} \quad (4.48)$$

Розрахунок похибки експерименту. Оскільки дисперсії залежної змінної у кожному з 8 дослідів (табл. 4.7) однорідні за G -критерієм (4.36), то розрахуємо за (4.33) з використанням даних табл. 4.7 похибку всього експерименту:

$$s_{експ}^2 = \frac{1}{8} 0,0004 = 0,00005$$

з числом степенів вільності $f_{експ} = 8(2 - 1) = 8$.

Перевірка значущості коефіцієнтів моделі. Дисперсія усіх коефіцієнтів⁴⁹ математичної моделі (4.47) розраховується за (4.33):

⁴⁸ Отже, при використанні (4.25) підрахунок чисельника здійснюється поелементним множенням відповідної колонки матриці F на Y , так, наприклад, для визначення коефіцієнта b_3 необхідно (див. табл. 4.8): $\sum_{i=1}^n f_4(\bar{x}_i) \bar{y}_i = 1 \cdot 0,19 + 1 \cdot 0,065 + 1 \cdot 0,175 + 1 \cdot 0,04 - 1 \cdot 0,34 - 1 \cdot 0,08 - 1 \cdot 0,385 - 1 \cdot 0,065 = -0,4$, а чисельник $n = 8$ (видно також з інформаційної матриці I ; завдяки властивостям (4.21) і (4.22) усі її діагональні елементи i_{jj} дорівнюють n , а недіагональні i_{ij} – нулю), звідки $b_3 = -0,4/8 = -0,05$.

⁴⁹ Оскільки діагональні елементи i_{jj} інформаційної матриці I для моделі (4.17) побудованої за планом таблиці 4.6 однакові (дорівнюють n), завдяки властивостям (4.21), (4.22). У протилежному випадку слід користуватись (3.119).

$$s^2 \{b_j\} = \frac{0,00005}{8 \cdot 2} = 3,125 \cdot 10^{-6};$$

$$s \{b_j\} = \sqrt{3,125 \cdot 10^{-6}} = 1,767767 \cdot 10^{-3} \quad (j = 0, 1, \dots, 6).$$

Тоді, довірчий інтервал для усіх коефіцієнтів b_j :

$$\begin{aligned} \Delta b_j &= \pm t_{\text{табл}}[q; f_{\text{експ}}] s \{b_j\} = \pm t_{\text{табл}}[5\%; 8] \cdot 1,767767 \cdot 10^{-3} = \\ &= \pm 2,306 \cdot 1,767767 \cdot 10^{-3} = \pm 4,07647 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

За умовою значущості коефіцієнтів $|b_j| > |\Delta b_j|$, порівнюючи їх значення (4.48), знаходимо що незначущим виявляється коефіцієнт $b_2 = 0,00125$, а усі інші коефіцієнти значущі. При цьому модель (4.47) для y_1 набуває вигляду:

$$\hat{y} = 0,1675 + 0,105x_1 - 0,05x_3 - 0,00875x_1x_2 - 0,04x_1x_3 + 0,00875x_2x_3. \quad (4.49)$$

Перевірка адекватності математичної моделі. Для розрахунку дисперсії адекватності за (4.43) для моделі (4.49) і експериментальних даних табл. 4.9 побудуємо таблицю 4.11.

Таблиця 4.11

Перевірка адекватності моделі (4.49)

i	x_1	x_2	x_3	$\bar{y}_i$	$\hat{y}_i$	$\bar{y}_i - \hat{y}_i$	$(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \cdot 10^5$
1	+1	+1	+1	0,19	0,1825	0,0075	5,625
2	-1	+1	+1	0,065	0,07	-0,005	2,5
3	+1	-1	+1	0,175	0,1825	-0,0075	5,625
4	-1	-1	+1	0,04	0,035	0,005	2,5
5	+1	+1	-1	0,34	0,345	-0,005	2,5
6	-1	+1	-1	0,08	0,0725	0,0075	5,625
7	+1	-1	-1	0,385	0,38	0,005	2,5
8	-1	-1	-1	0,065	0,0725	-0,0075	5,625
Σ							32,5

При цьому дисперсія адекватності (4.43):

$$s_{ao}^2 = \frac{2}{8 - 6} \cdot 32,5 \cdot 10^{-5} = 3,25 \cdot 10^{-4}$$

буде мати число степенів вільності $f_{ao} = 8 - 6 = 2$.

Перевіримо адекватність математичної моделі (4.49) за (4.44):

$$F_p = \frac{3,25 \cdot 10^{-4}}{0,00005} = 6,5 > F_{\text{табл}}[5\%; 2; 8]^{50} = 4,46. \quad (4.50)$$

⁵⁰ Знаходиться за даними додатка Г, таблиця Г.2.

Оскільки умова адекватності (4.50) не виконується, то модель (4.49) неадекватна експериментальним даним табл. 4.8.

Для того, щоб адекватно описати експериментальні дані табл. 4.8 при незмінних⁵¹ інтервалах варіювання факторів слід підвищувати порядок⁵² моделі (4.17). Якщо проаналізувати експериментальні $\bar{y}_i$ і прогностні $\hat{y}_i$ дані табл. 4.11, то видно що вони відрізняються менше ніж на абсолютну похибку 0,01, тому у даному випадку це свідчить⁵³ про неправильний вибір виду моделі⁵⁴.

Для вихідних змінних y_2 , y_3 наведемо результати розрахунків без подробиць у таблицях 4.12–4.14.

Таблиця 4.12

**Допоміжні величини для розрахунку ПФЕ
для вихідних змінних y_2 і y_3**

Залежна змінна			
y_2		y_3	
$G_p = 0,2000003$	$t_{табл} [5\%; 8] = 2,306$	$G_p = 0,2$	$t_{табл} [5\%; 8] = 2,306$
$G_{табл} [5\%; 1; 8] = 0,6798$	$\Delta b_j = 3,222732 \cdot 10^{-3}$	$G_{табл} [5\%; 1; 8] = 0,6798$	$\Delta b_j = 0,3222733$
$s_{експ}^2 = 3,124998 \cdot 10^{-5}$	$s_{ад}^2 = 4,5625 \cdot 10^{-4}$	$s_{експ}^2 = 0,3125$	$s_{ад}^2 = 0,4375$
$f_{експ} = 8$	$f_{ад} = 2$	$f_{експ} = 8$	$f_{ад} = 4$
$s^2 \{b_j\} = 1,953124 \cdot 10^{-6}$	$F_p = 14,60001$	$s^2 \{b_j\} = 1,953125 \cdot 10^{-2}$	$F_p = 1,4$
$s \{b_j\} = 1,397542 \cdot 10^{-3}$	$F_{табл} [5\%; 2; 8] = 4,46$	$s \{b_j\} = 0,1397543$	$F_{табл} [5\%; 4; 8] = 3,84$

Спочатку для залежної⁵⁵ змінної y_2 .

⁵¹ Оскільки чим менші інтервали варіювання факторів, тим імовірніше що модель буде більш лінійною – це один вихід для підвищення адекватності, однак він нераціональний.

⁵² Повний збіг експериментальних даних буде у випадку знаходження моделі у вигляді (4.17) за насиченим планом, якщо не застосовувати підхід прикладу 3.17, у модель ще додати складову $x_1 x_2 x_3$ і незначущі коефіцієнти не виключати. Однак це не є виходом з ситуації стосовно адекватності, оскільки у цьому випадку адекватність перевіряється у так званих контрольних точках. Для задач технологія-властивість такий підхід зазвичай не застосовують, а тільки у випадку складної гіперповерхні.

⁵³ Якщо експериментальні дані звичайно коректні.

⁵⁴ У даному випадку слід підвищувати ступінь моделі, оскільки у плануванні експерименту зазвичай модель починають будувати із ПФЕ.

⁵⁵ Експериментальні дані однорідні за G-критерієм для обох залежних змінних y_2 і y_3

Результати розрахунків ПФЕ для y_2

i	$\bar{y}_i$	$s_i^2 \cdot 10^4$	b_{i-1}	значущий	$\hat{y}_i$	$\bar{y}_i - \hat{y}_i$	$(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \cdot 10^4$
1	0,285	0,5	0,199375	1	0,2750	0,0100	1,0000
2	0,38	0	-0,039375	1	0,3837	-0,0037	0,1406
3	0,055	0,5	0,114375	1	0,0650	-0,0100	1,0000
4	0,14	0	$1,562499 \cdot 10^{-2}$	1	0,1362	0,0038	0,1406
5	0,245	0,5	$-9,374999 \cdot 10^{-3}$	1	0,2550	-0,0100	1,0000
6	0,345	0,5	$-5,625002 \cdot 10^{-3}$	1	0,3413	0,0037	0,1406
7	0,055	0,5	$3,124996 \cdot 10^{-3}$	0	0,0450	0,0100	1,0000
8	0,09	0			0,0938	-0,0038	0,1406
Σ		2,5					4,5625

Примітка. У колонці «значущий» позначено 1 – так, 0 – ні.

Отже, модель для вихідної змінної y_2 набуває вигляду:

$$\hat{y}_2 = 0,199375 - 0,039375 x_1 + 0,114375 x_2 + 1,562499 \cdot 10^{-2} x_3 - 9,374999 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 5,625002 \cdot 10^{-3} x_1 x_3 \quad (4.51)$$

і вона неадекватна експериментальним даним таблиці 4.8.

А для залежної змінної y_3 подробиці розрахунків наведені у таблицях 4.12 і 4.14.

Результати розрахунків ПФЕ для y_3

i	$\bar{y}_i$	s_i^2	b_{i-1}	значущий	$\hat{y}_i$	$\bar{y}_i - \hat{y}_i$	$(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$
1	81,5	0,5	70,9375	1	81,75	-0,25	0,0625
2	66,5	0,5	7,5625	1	66,625	-0,125	0,015625
3	84	0	-0,1875	0	83,875	0,125	0,015625
4	69	0	4,3125	1	68,75	0,25	0,0625
5	75,5	0,5	0,1875	0	75,25	0,25	0,0625
6	59,5	0,5	-0,0625	0	60,125	-0,625	0,390625
7	73	0	-1,0625	1	73,125	-0,125	0,015625
8	58,5	0,5			58	0,5	0,25
Σ		2,5					0,875

Модель для вихідної змінної y_3 набуває вигляду:

$$\hat{y}_3 = 70,9375 + 7,5625 x_1 + 4,3125 x_3 - 1,0625 x_2 x_3 \quad (4.52)$$

і вона адекватна експериментальним даним таблиці 4.8.

Таким чином дві моделі неадекватно описують вихідні експериментальні дані таблиці 4.8, тому далі слід підвищувати порядок математичних моделей (4.49), (4.51), (4.52)⁵⁶ до другого порядку.

Завдання з оптимального планування експерименту

Розрахувати коефіцієнти моделі (4.45) за даними табл. 4.8, колонка y_1 (додаючи величину: варіант/100) і провести її статистичний аналіз.

4.3. Методи оптимізації нелінійних функцій

Розглянемо пошук мінімуму функції $y = \frac{1}{\sin(0,1 + 3x)}$ за методом

сканування на проміжку $[0; 1]$ з точністю пошуку $h = 0,1$. Для цього розбиваємо проміжок $[0; 1]$ на $n = (1 - 0) / 0,1 + 1 = 11$ точок й розраховуємо в них значення функції (таблиця 4.15).

Таблиця 4.15

Результати розрахунку мінімуму функції з однією незалежною змінною

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y	10,0167	2,5679	1,5523	1,1884	1,0378	1,0004	1,0568	1,2369	1,6709	2,9852	24,0496

Серед всіх значень y_i вибираємо найменше. Таким чином, мінімум функції $y_{min} = 1,0004$ при $x^* = 0,5$ з точністю пошуку 0,1.

У випадку кількості факторів $k > 1$ алгоритм розв'язку задачі подібний. Так, для $k = 2$ значення незалежних змінних x_1 і x_2 в межах $[a_i; b_i]$ ($i = 1, 2$), розраховують наступним чином: 1) фіксуємо $x_{21} = a_2$, змінюємо $x_{11} = a_1, x_{12} = a_1 + h, \dots, x_{1n} = b_1$; 2) фіксуємо $x_{22} = a_2 + h$, змінюємо $x_{11} = a_1, x_{12} = a_1 + h, \dots, x_{1n} = b_1$ і ...; ... n) фіксуємо $x_{2n} = b_2$, змінюємо $x_{11} = a_1, x_{12} = a_1 + h, \dots, x_{1n} = b_1$. При всіх комбінаціях x_{2i}, x_{1j} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) розраховуємо²⁶⁹ значення функції $y_{ij} = f(x_1, x_2)$. Потім серед них знаходимо шукане максимальне чи мінімальне значення функції і комбінацію $(x_{1j}; x_{2i})$.

⁵⁶ Цю модель також необхідно підвищувати до 2 порядку, оскільки експеримент ставиться для всіх залежних змінних y_i ($i = 1, 2, 3$), а якщо складові другого порядку не впливатимуть, то (4.15) залишиться у попередньому вигляді, однак усе необхідно перевіряти.

Для оптимізації технологічних процесів і композиційних складів, що характеризуються кількома вихідними змінними $y_1, y_2, \dots, y_m$, дослідники використовують узагальнену функцію бажаності, запропоновану Харрінгтоном. У цьому випадку пошук оптимуму функції бажаності також для невеликої кількості факторів проводиться за методом сканування.

Приклад 4.3. Знайти максимум функції $y = \left| \frac{1}{\sin(0,1 + 3x_1) + \cos(0,1 + 3x_2)} \right|$

за методом сканування на проміжку $a_i - b_i$ ($i = 1, 2$) $[0; 1]$ з точністю пошуку $h = 0,1$.

Розв'язок. Розбиваємо проміжок $[0; 1]$ на $(1 - 0) / 0,1 + 1 = 11$ точок по кожній незалежній змінній x_1, x_2 і розраховуємо в них значення функції (табл. 4.16).

Таблиця 4.16

**Результати розрахунку максимуму функції
з двома незалежними змінними**

$x_2 \backslash x_1$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	11,0217	3,5730	2,5573	2,1934	2,0428	2,0054	2,0618	2,2419	2,6759	3,9902	25,0547
0,1	11,1024	3,6536	2,6380	2,2741	2,1235	2,0861	2,1425	2,3226	2,7566	4,0709	25,1353
0,2	11,3241	3,8754	2,8597	2,4959	2,3453	2,3079	2,3642	2,5443	2,9784	4,2926	25,3571
0,3	11,8675	4,4187	3,4031	3,0392	2,8886	2,8512	2,9076	3,0877	3,5217	4,8360	25,9005
0,4	13,7550	6,3063	5,2906	4,9267	4,7762	4,7388	4,7951	4,9752	5,4093	6,7235	27,7880
0,5	24,230	31,679	32,695	33,059	33,209	33,2467	33,190	33,010	32,576	31,262	10,1975
0,6	6,9235	0,5253	1,5409	1,9048	2,0554	2,0928	2,0365	1,8563	1,4223	0,1080	20,9564
0,7	8,3175	0,8687	0,1470	0,5108	0,6614	0,6988	0,6425	0,4624	0,0283	1,2859	22,3504
0,8	8,7685	1,3197	0,3041	0,0598	0,2104	0,2478	0,1915	0,0114	0,4227	1,7370	22,8014
0,9	8,9554	1,5066	0,4909	0,1271	0,0235	0,0609	0,0046	0,1755	0,6096	1,9239	22,9883
1	9,0158	1,5671	0,5514	0,1875	0,0370	0,0004	0,0559	0,2360	0,6701	1,9843	23,0488

Серед всіх значень y_{ij} вибираємо найбільше.

Таким чином, максимум функції $y_{\max} = 33,2467$ при $\bar{x}^* = (0,5; 0,5)$ з точністю пошуку 0,1. Для підвищення точності зменшують крок сканування h , внаслідок чого зростає кількість обчислень.

Приклад 4.4. Необхідно знайти засобами Ms Excel (за методом Ньютона) максимум функції $y = -5x_1 - 2x_2 + 10$ при наступних обмеженнях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6 \end{cases}, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Введення обмежень:

- коефіцієнти при незалежних змінних розташовані в діапазонах $\$A\$3:\$B\6 ;
- праві частини рівнянь обмежені в діапазоні $\$D\$3:\$D\6 (рис. 4.2);

	A	B	C	D	E
1	ai	bi			
2	Обмеження:		формули	ci	
3	1	1	0	2	
4	4	3	0	24	
5	1	-2	0	2	
6	-2	3	0	6	
7	Функція:		формула		
8	-5	-2	10		
9	x1	x2			
10			- поточне значення змінних		
11					

Рис. 4.2. Введені дані з обмеженнями в Ms Excel

– ліві частини⁵⁷ формул обмежень в форматі Ms Excel – в діапазоні $\$C\$3:\$C\6 ⁵⁸; враховуючи, що поточні значення незалежних змінних x_1 ⁵⁹

⁵⁷Так, для обмеження $x_1 + x_2 \geq 2$ лівою частиною є $1-x_1 + 1-x_2$.

та x_2 будуть розміщуватись відповідно в клітинах A10 і B10, які до початку розрахунків залишаються пустими.

Введення функції:

– коефіцієнти при незалежних змінних розташовані в діапазонах \$A\$8:\$B\$8;

– формула в форматі Ms Excel розташована в комірці C8.

Вигляд цього вікна в формулах наведено⁶⁰ на рис. 4.3.

	A	B	C	D
1	ai	bi		
2	Обмеження:		формули	ci
3	1	1	=A3*A10+B3*B10	2
4	4	3	=A4*A10+B4*B10	24
5	1	-2	=A5*A10+B5*B10	2
6	-2	3	=A6*A10+B6*B10	6
7	Функція:		формула	
8	-5	-2	=A8*A10+B8*B10+10	
9	x1	x2		
10			- поточне значення змінних	
11				

Рис. 4.3. Вигляд вікна у формулах в позначеннях в Ms Excel

В меню «Сервис» \ «Поиск решения»⁶¹ вводимо:

⁵⁸ В клітинах C3–C6 при введенні формул Ms Excel відображає нулі, а самі формули додатково наведені на наступному рисунку.

⁵⁹ В клітинах A9 і B9 x_1 і x_2 є коментаріями до тексту, а їх дійсні поточні значення в нашому прикладі будуть розташовуватись в клітинах відповідно A10 і B10.

⁶⁰ Сервис \ Параметры... \ закладка «Вид» \ $\sqrt$ «Формулы»

⁶¹ «Сервис» \ «Надстройки...» \ $\vee$ «Поиск решения». Якщо компонент «Поиск решения» не знайдено, то необхідно доустановити його через Пуск \ Настройка \ Панель управління \ Установка и удаление программ.

- «Установить целевую ячейку» – клітина в якій розташована формула цільової функції;
- «Изменяя ячейки» – клітини, в яких розташовані поточні значення незалежних змінних;
- «Ограничения» \ кнопка «Добавить»: ліва частина формули поточного обмеження «Ссылка на ячейку», знак в обмеженні « $\geq$, $\leq$, $=$ » і права частина рівняння обмеження «Ограничение:»;
- вибрати «•» вид оптимуму: максимум чи мінімум (рис. 4.4).

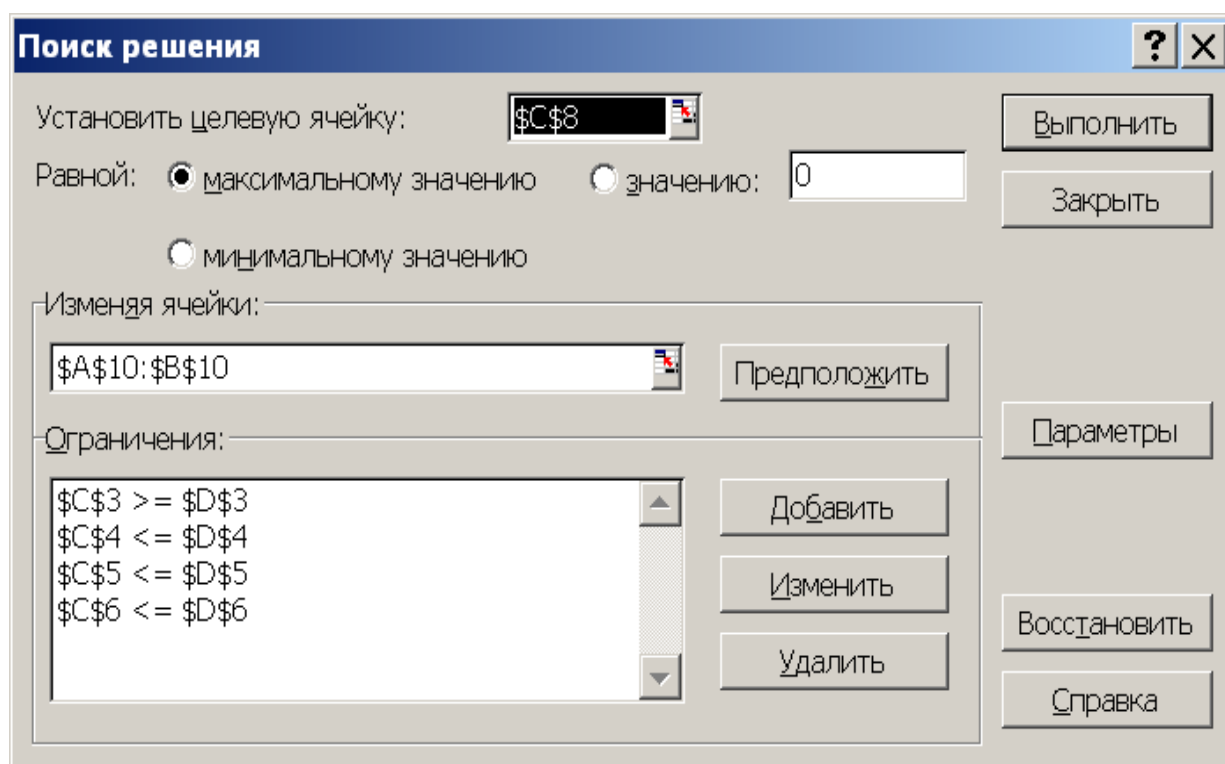


Рис. 4.4. Введені обмеження для оптимізації функції

При натисканні кнопки «Выполнить» результат пошуку оптимального значення функції виводиться на рис. 4.5.

В клітинах A10, B10 – значення незалежних змінних x_1 і x_2 , при яких функція набуває максимального значення в клітині C8, а також в клітинах C3–C6 – оптимальні значення кожного з обмежень.

Необхідно відмітити, що цільова функція може бути багатофакторною ($x_1, x_2, \dots$) і не тільки лінійною $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$, а будь-якою функцією лінійною за параметрами $y = b_0 + b_1f_1(x_1) + b_2f_2(x_2) + \dots$ та нелінійною за

Microsoft Excel - Оптимізація.xls

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервіс

A1 fx ai

	A	B	C	D	E
1	ai	bi			
2	Обмеження:		формули	ci	
3	1	1	2	2	
4	4	3	6	24	
5	1	-2	-4	2	
6	-2	3	6	6	
7	Функція:		формула		
8	-5	-2	6		
9	x1	x2			
10	0	2	- поточне значення змінних		
11					

Рис. 4.5. Результат оптимального значення функції

параметрами, наприклад $y = b_1 f_1(x_1)^a + b_2 f_2(x_2)^b + \dots$, де $f_1, f_2, \dots$ – відомі функції від незалежних змінних. Однак, не можна гарантувати, що знайдений оптимум є глобальним, тобто може бути знайдений один з локальних оптимумів.

Завдання з оптимізації функції при обмеженнях

Знайти екстремум цільової функції засобами MS Excel за даним табл. 4.17.

Таблиця 4.17

Варіанти завдання

Варіант	Екстремум	Цільова функція	Обмеження
1	$\max$	$y = 27x_1 + 24x_2$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 101 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 99 \\ x_1 + x_2 \leq 37 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
2	$\min$	$y = 5x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
3	$\min$	$y = 2x_1 + 3x_2 + 16$	$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 10 \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
4	$\min$	$y = -2x_1 - 4x_2 + 25$	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 4x_1 + 7x_2 \geq 28 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
5	$\max$	$y = 10x_1 + 12x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 415 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 1365 \\ 2x_1 + x_2 \leq 650 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
6	$\min$	$y = 2x_1 + 8x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq -1 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 3 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
7	$\max$	$y = 3x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ x_2 \leq 13 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
8	$\max$	$y = 24x_1 + 16x_2$	$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 \leq 864 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 945 \\ 6x_1 + 7x_2 \leq 864 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
9	$\min$	$y = 10x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + 2x_2 \geq 9 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$
10	$\max$	$y = 350x_1 + 150x_2$	$\begin{cases} 25x_1 + 10x_2 \leq 100 \\ 40x_1 + 20x_2 \leq 190 \end{cases} \quad x_1, x_2 \geq 0$

4.4 Функція бажаності

Для оптимізації технологічного процесу та складу, які характеризуються m вихідними змінними $y_1, y_2, \dots, y_m$, використовується функція бажаності:

$$D_f = \sqrt[m]{d_1 d_2 \dots d_m}, \quad (4.53)$$

де d_i ($i = 1, 2, \dots, m$) – частинна функція бажаності i -тої вихідної змінної y_i , яка приймає значення в інтервалі $[0; 1]$ і визначається за залежністю

$$d_i = \exp[-\exp(-y'_i)], \quad (4.54)$$

де y'_i – безрозмірне значення вихідної змінної y_i , що визначається, зазвичай, за лінійною залежністю:

$$y'_i = b_0^{(i)} + b_1^{(i)} y_i. \quad (4.55)$$

Коефіцієнти $b_0^{(i)}, b_1^{(i)}$ залежностей (4.55) визначають із систем рівнянь:

$$\begin{cases} y_i'^{\text{гірше}} = b_0^{(i)} + b_1^{(i)} y_i^{\text{гірше}} \\ y_i'^{\text{краще}} = b_0^{(i)} + b_1^{(i)} y_i^{\text{краще}} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (4.56)$$

де $y_i^{\text{гірше}}, y_i^{\text{краще}}$ – відповідно найгірше і найкраще значення вихідної змінної y_i , відповідно зменшити чи збільшити яке далі не є можливим за причиною технологічного характеру. Ці значення встановлюються дослідником.

Значення $y_i'^{\text{гірше}}, y_i'^{\text{краще}}$ визначається на підставі (4.54) за формулами:

$$y_i'^{\text{гірше}} = -\ln(-\ln d_{\text{гірше}}), \quad y_i'^{\text{краще}} = -\ln(-\ln d_{\text{краще}}) \quad (4.57)$$

де $d_{\text{гірше}}$ і $d_{\text{краще}}$ – гірше і краще значення частинної функції бажаності (4.54), які зазвичай, приймають на практиці відповідно значення 0,2 і 0,8.

Максимум функції бажаності D_f^* , побудованої за (4.53), відповідає оптимальному режиму процесу чи складу відповідної композиції $\bar{x}^*$, який має найкращі компромісні значення вихідних змінних y_i ($i = 1, 2, \dots, m$). За оптимальним значенням D_f^* можна судити про компромісну узгодженість вихідних змінних, яка може бути: дуже низька – 0–0,2, незадовільною – 0,2–0,37, задовільною – понад 0,37–0,63, доброю – понад 0,63–0,8 і дуже доброю – 0,8–1.

Програма для оптимізації за методом сканування досліджуваного об'єкту, який характеризується m вихідними змінними y_i в k -факторному просторі $\bar{x}$, з використанням функції бажаності наведено в [9] (додаток П).

Приклад 4.5

Під впливом температури x , що змінюється в межах 0–60 °С, властивості об'єкту y_1 та y_2 змінюються за експоненціальними залежностями $y_1 = 1,047e^{0,05x}$, $y_2 = 21,148e^{-0,05x}$. Знайти максимальні компромісні значення вихідних змінних об'єкту, за наступних обмежень $y_i^{\text{гірше}}$, $y_i^{\text{краще}}$ для y_1 і y_2 однакові значення⁶² – 3 і 6.

Розв'язок. Для розуміння задачі оптимізації зобразимо експоненціальні криві на рис. 4.6. Як видно з рис. 4.6, обидві функції y_1 та y_2 досягають максимуму, який ≈ 21 , але за різних значень температур, відповідно, $x = 60$ і 0. Отже, оскільки максимальні значення властивостей змінюються в протилежних напрямках, то компромісні властивості об'єкту будуть знаходитись на перетині кривих, що необхідно показати за допомогою функції бажаності.

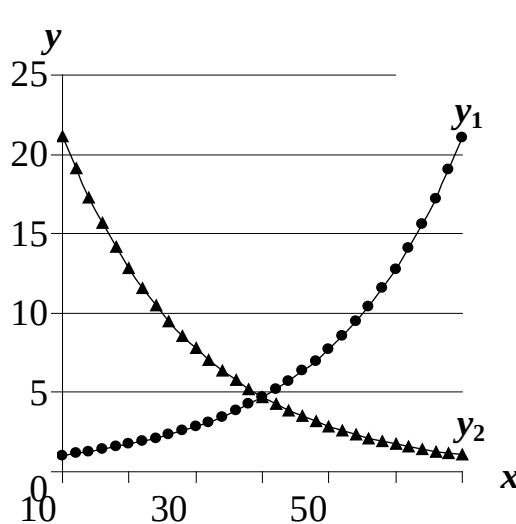


Рис.4.6. Залежність властивостей об'єкту від температури

Приймаючи $d_{\text{гірше}} = 0,2$ і $d_{\text{краще}} = 0,8$ за допомогою (4.57) знаходимо:

$$y' = -\ln(-\ln(d))$$

$$y'_{\text{гірше}} = -\ln(-\ln(0,2)) = -0,475885$$

$$y'_{\text{краще}} = -\ln(-\ln(0,8)) = 1,49994.$$

Приймаючи до уваги значення обмежень $y_i^{\text{гірше}}$, $y_i^{\text{краще}}$ ($i = 1, 2$) і формули (4.56), складемо системи рівнянь для знаходження коефіцієнтів b_0 і b_1 функцій безрозмірних вихідних змінних (4.55):

для y_1

$$\begin{cases} -0,475885 = b_0 + 3b_1 \\ 1,49994 = b_0 + 6b_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_0 = -2,45171 \\ b_1 = 0,6586083 \end{cases}$$

для y_2

⁶² Оскільки функції симетричні й перетинаються в центрі інтервалу x [0; 60].

$$\begin{cases} -0,475885 = b_0 + 3b_1 \\ 1,49994 = b_0 + 6b_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_0 = -2,45171 \\ b_1 = 0,6586083 \end{cases}$$

Примітка. Системи рівнянь однакові, оскільки умови обмежень $y_i^{\text{гірше}}$, $y_i^{\text{краще}}$ для y_1 і y_2 є однаковими – 3 і 6; в протилежному випадку вони відрізнятимуться правими частинами.

Підставляючи знайдені пари коефіцієнтів b_0 і b_1 і вихідні моделі в (4.55) а останні у (4.54), отримаємо аналітичні вирази частинних функцій бажаності.

$$d_1 = \exp[-\exp(-[-2,45171 + 0,6586083 \cdot 1,047 \exp(0,05x)])]$$

$$d_2 = \exp[-\exp(-[-2,45171 + 0,6586083 \cdot 21,148 \exp(-0,05x)])].$$

Підставляючи отримані функції d_i в (4.53) знаходимо критерій Харрінгтона, який і є цільовим критерієм оптимізації дослідженого об'єкту.

$$D_f = \sqrt[2]{d_1 d_2}$$

Знаходячи завжди максимум функції D_f за методом сканування для незалежної змінної x в межах $[0; 60]$ з точністю пошуку 0,01 за програмою, що наведена в [9] (додаток П), отримаємо компромісні властивості об'єкту $y_1 = 4,704214$, $y_2 = 4,706835$ і $D_f = 0,5924958$ за оптимальної температури $x = 30,05059$. Як бачимо отримані компромісні значення властивостей є задовільними, оскільки знайдене значення функція бажаності знаходиться в межах задовільного інтервалу 0,37–0,63.

В реальній ситуації важливо правильно вибрати інтервал оптимального значення (гірше, краще) кожної залежної змінної, що можна показати на цьому ж прикладі (таблиця 4.18). В таблиці наведено різні варіанти завдання інтервалів $y_i^{\text{гірше}}$ і $y_i^{\text{краще}}$ з метою спостереження їх впливу на отримані оптимальні результати об'єкту.

На основі даних, наведених в табл. 4.18 і апріорного знання оптимуму об'єкту, проаналізуємо отримані результати. У варіантах 1 і 8 для кожної залежної змінної інтервалами, що не містять оптимуму, $y_i^{\text{гірше}}$ і $y_i^{\text{краще}}$, але дослідник правильно визначився з напрямком до оптимуму і функція бажаності сама підводить його до оптимуму, що відображається значеннями x , y_1, y_2 і D_f . У варіантах 3 і 6 дослідник неправильно визначився з напрямком до оптимуму для кожної залежної змінної, на що вказує незадовільне значення функції $D_f = 0$. Варіанти 2 і 7 вказують на правильне визначення дослідником напрямку тільки для однієї залежної

змінної, але завчасно відомий нам оптимум, не знайдено, не дивлячись на те, що $D_f = 1$. Однак значення функції бажаності є оправданим, тому що, наприклад, у варіанті 2, дослідник, встановлюючи межі, задався збільшенням y_1 та зменшенням y_2 і функція бажаності розв'язок до цього підвела, що видно із значень y_1 та y_2 . І, нарешті, у варіантах 4, 5 в інтервалах, що містять оптимум, бачимо, що у варіанті 5 щодо варіанту 4, дослідник, неправильно задав напрямок до оптимуму і тому його не отримав, не дивлячись на те, що D_f є високим.

Таблиця 4.18

**Аналіз варіантів завдання інтервалів (гірше, краще)
оптимуму вихідної змінної**

Варіант	Інтервали оптимуму	$y_i^{гірше}$	$y_i^{краще}$	x	y_1	y_2	Df
1	менші	2	3	30,05059	4,704214	4,706835	0,9923542
		2	3				
2		2	3	59,99594	21,02529	1,053111	0,9829662
		3	2				
3		3	2	30,06059	4,706566	4,704482	$4,77132 \cdot 10^{-21}$
		3	2				
4	містять оптимум	6	3	30,06059	4,706566	4,704482	0,5035137
		6	3				
5		3	6	59,99594	21,02529	1,053111	0,9695169
		6	3				
6	більші	10	11	0	1,041	21,148	0
		10	11				
7		10	11	57,98627	19,01528	1,16443	1
		11	10				
8		11	10	29,98059	4,687778	4,723338	0,9999936
		11	10				

Таким чином, для дослідника головним є правильно визначитись з напрямком руху до оптимуму і функція бажаності максимально його

наблизить. Це є важливішим, ніж заключити оптимум апріорно відомими межами.

Завдання

Знайти максимальні компромісні значення вихідних змінних y_1 і y_2 об'єкту від вхідної змінної x за даними поданими в табл. 4.19 з точністю пошуку 0,01. Обмеження $y_i^{\text{гірше}}$, $y_i^{\text{краще}}$ обрати самостійно.

Таблиця 4.19

Варіанти завдання

Варіант	Інтервал x	Функції	
1	0,6 – 14,6	$y_1 = 24,19952x^{(-0,5353715)}$	$y_2 = \frac{x}{0,8202718 - 2,231294 \cdot 10^{-2}x}$
2	0,1 – 9,1	$y_1 = \frac{1}{0,1137171 - 7,995669 \cdot 10^{-3}x}$	$y_2 = 25,97811 \cdot 0,6812918^x$
3	1 – 50	$y_1 = 2,453233x^{0,349999}$	$y_2 = 12,99144 - 4,605148 \lg(x)$
4	0 – 30	$y_1 = 4,6x^{0,48}$	$y_2 = 22\ell^{-0,15x}$
5	1 – 26	$y_1 = 7,766982 \cdot 1,071774^x$	$y_2 = 36,68407 \lg(x) - 12,95212$
6	10 – 300	$y_1 = \frac{x}{0,5 + 0,002x}$	$y_2 = 542,8351 - 230,2601 \lg(x)$
7	0,5 – 24,5	$y_1 = 3,189343 + 10,18363 \lg(x)$	$y_2 = 13,52312 \cdot 0,9330329^x$
8	1 – 18,5	$y_1 = 5,398521 \cdot x^{0,2295372}$	$y_2 = \frac{1}{0,0675 + 0,001x}$
9	0,5 – 15	$y_1 = \frac{x}{0,025 + 0,005x}$	$y_2 = 100 - \frac{50}{x}$
10	0 – 25	$y_1 = 9,99407 \cdot \ell^{7,003149 \cdot 10^{-2}x}$	$y_2 = 30\ell^{-0,09x} + 0,005x^3$

ЛІТЕРАТУРА

1. Адлер Ю. П. Восемь принципов, которые меняют мир / Ю. П. Адлер // Стандарты и качество. – 2001. – № 5, 6. – С. 49–62.
2. Адлер Ю. П. Хороший потребитель – довольный потребитель / Ю. П. Адлер // Стандарты и качество. – 2005. – № 4. – С. 74–80.
3. Application of gradient method for solving constrained optimization tasks / O. Sanginova, A. Danylkovych, S. Bondarenko and S. Branovitskaia // Chemistry & Chemical Technology. – 2015. – Vol. 9. – № 3. – P. 375–381.
4. Бондаренко С. Г. Обчислювальна математика та програмування: методичні вказівки і завдання до практичних занять та самостійної роботи студентів з кредитного модуля Чисельні методи для студентів хіміко-технологічного факультету напряму підготовки 6.051301 «Хімічна технологія» / С. Г. Бондаренко, С. В. Брановицька, О. В. Сангінова // Рекомендовано вченою радою ХТФ НТУУ «КПІ», протокол № 5 від 26.05.2014 р. – 86 с.
5. Брановицька С. В. Методи оптимізації хіміко-технологічних процесів: методичні вказівки і завдання до виконання домашньої контрольної роботи та самостійної роботи для студентів напряму підготовки 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / С. В. Брановицька, С. Г. Бондаренко, О. В. Сангінова // Рекомендовано вченою радою ХТФ НТУУ «КПІ», протокол № 4 від 27.05.2013 р. – 48 с.
6. Векслер Е. М. Менеджмент якості : навч. посібник [Текст] + [Електронний ресурс] / Е. М. Векслер, В. М. Рифа, Л. Ф. Василевич. – Київ : ВД «Професіонал», 2008. – 320 с.
7. Гмурман В. Е. Теория вероятности и математическая статистика / В. Е. Гмурман : учеб. пособие для высш. шк. – М. : Высш. шк, 2004. – 479 с.
8. Данилкович А. Г. Методологія сучасних наукових досліджень з основами інтелектуальної власності : підручник / А. Г. Данилкович, Б. М. Злотенко. – К. : КНУТД, 2017. – 443 с.
9. Данилкович А. Г. Основи наукових досліджень у вищому навчальному закладі : навч. посібник / А. Г. Данилкович. – К. : КНУТД, 2010. – 296 с.
10. Danylkovych A. Optimization of filling-plasticizing leather material using disperse systems / A. Danylkovych, O. Sanginova, V. Chervinskyi // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – 5/6 (83). – P. 49–54. – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vejpte_2016_5\(6\)_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vejpte_2016_5(6)_9).
11. ДСТУ ISO 9000:2007 (ISO 9000:2005, IDT). Системи управління якістю Основні положення та словник термінів. Чинний від 01.01.2008. – К. : Держспоживстандарт України, 2008. – 36 с.

12. ДСТУ ISO 9001:2009 (ISO 9001:2008, IDT). Системи управління якістю. Вимоги. Чинний від 01.09.2009. – К. : Держспоживстандарт України, 2009. – 43 с.
13. ДСТУ ISO 9004:2001 (ISO 9004:2000, IDT). Системи управління якістю. Настанови щодо поліпшення діяльності. Чинний від 27.06.2001. – К. : Держспоживстандарт України, 2001. – 52 с.
14. ДСТУ ISO 9004-4-98 (ISO 9004-4:1993, IDT). Управління якістю та елементи системи якості. Ч. 4. Настанови щодо поліпшення діяльності. Чинний від 01.01.1999. – К. : Держспоживстандарт України, 1999. – 61 с.
15. Коноплёв С. П. Управление качеством : учеб. пособие / С. П. Коноплёв. – М. : ИНФРА-М, 2012. – 252 с.
16. Лойко Д. П. Управление качеством / Д. П. Лойко [и др.]. – Донецк : ДонНУЭТ, 2008. – 230 с.
17. Метрологія, стандартизація та управління якістю / Л. П. Клименко, Л. В. Пізінцалі, Н. І. Александровська, В. Д. Євдокимов. – Миколаїв : ЧДУ ім. Петра Могили, 2011. – 340 с.
18. Пономарёв С. В. Квалиметрия и управление качеством. Инструменты управления качеством : учеб пособие / С. В. Пономарёв, С. В. Мищенко, Б. И. Герасимов, А. В. Трофимов. – Тамбов : Тамбовский гос. техн. ун-т, 2005. – 80 с.
19. Репин В. В. Процессный подход к управлению. Моделирование бизнес-процессов. – М. : РИА «Стандарты и качество», 2008. – 408 с.
20. Сангинова О. В. Многокритериальная оптимизация в задачах формирования кожевенных и меховых материалов / О. В. Сангинова, А. Г. Данилкович, С. В. Брановицкая // Science Rise. – 2014. – № 2. – С. 43–50.
21. Сангинова О. Особливості розгортання функції якості на багатоасортиментних виробництвах / О. Сангінова, К. Дяченко // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2011. – Т. 4. – № 3(52). – С. 67–72.
22. Статистические методы повышения качества / под. ред. Хитоси Кумэ ; пер. с англ. и доп. Ю. П. Адлера, Л. А. Конаревой,. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 301 с.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Аналіз ABC 33
 - – приклад 48, 49
 - діяльності підрозділів 76
 - контрольних карт 41–44
 - Парето 15
 - – приклад 45, 47
 - результатів спостережень 20
 - ризиків 75
 - статистичний ПФЕ 113
 - – спостережень 20
 - форм і наслідків відмов 75
 - функціонально-вартісний 77
- Бенчмаркінг 74, 75
 - внутрішній 74
 - конкурентний 74
 - процесний 75
 - стратегічний 75
- Будинок якості 73, 74
- Відтворюваність технологічного процесу 9
 - індекс 9
- Гістограма 15, 18, 22, 23
 - приклади 25, 27
- Генеральна сукупність 20
- Дерево рішень 68
 - – приклад 79
- Діаграма зв'язків 68
 - – приклад 79
 - матрична 68
 - Ганта (приклад) 80
 - Ісікави 29
 - приклад 45, 46
 - Парето 31
 - – приклад 47
- Матрична форма системи рівнянь 94
 - потокова 72
 - – приклад 82
 - розсіювання 34
 - – приклад 49, 50
 - спорідненості 67
 - – приклад 78
 - стрілочна 71
 - – приклад 80
- Дисперсія 21
 - вибіркова 22
 - виправлена 22
- Завдання з МНК 102
- Задачі 1.1–1.10 27, 28
 - 2.1–2.87 56–63
 - 3.1–3.105 88–89
- Індекс відтворюваності 6
 - налагодженості 10
 - придатності 10
- Контрольні карти 14, 15
 - – застосування 38–41
 - – побудова 38–41
 - – приклад 51, 55, 56
- Контрольний листок 18, 19
 - – видів порушень 19
 - – причин дефектів 19, 20
 - питання 89–90
- Кореляційне поле 35
- Математична модель 104
- Математичне очікування 21
- Матриця плану експерименту 91
 - – – властивості 109, 110
 - пріоритетів (приклад) 81
 - дисперсійна (коваріаційна) 94
 - інформаційна 94
 - – – вибіркоче 22

- Менеджмент комплексний 29
 - графічні методи 29
 - якості 7
 - – продукції 11
- Метод мозкового штурму 64–66
 - – – приклад 45, 46
 - найменших квадратів 91
 - оптимізації нелінійних функцій 125
- Мода 21
- Медіана 21
- Модель управління процесами 9

- Нововведення системні 16
 - функціональні 15

- Обчислення коефіцієнтів моделі 120
- Оцінка точності моделі 101

- Перевірка адекватності моделі 98, 122
 - відтворюваності дослідів 119
 - значущості коефіцієнтів моделі 121
- Підвищення якості 15
- План експерименту 105, 108
- Планування експерименту 104
- Потреби 6
- Похибка знаходження коефіцієнтів 96
 - прогнозу за моделлю 99
- ПФЕ, вибір виду моделі 117
 - – вихідних змінних 117
 - – плану експерименту 118
 - – факторів 117
 - – визначення коефіцієнтів моделі 93, 112
 - статистичний аналіз моделі 113

- Розгортання функції якості 73
 - – – приклад 82–85

- Середнє квадратичне відхилення 22

- Система «Вчасно» 77
 - «Нуль дефектів» 76
- Статистична інформація
 - – етапи збору 17, 18
 - обробка моделі 95
 - – – за t -критерієм 95
- Стратифікація 14

- Технологічний процес
 - – відтворюваність 9
 - – налагодженість 10
 - – придатність 10

- Управління процесом 8
 - якістю 11–13
 - – аспекти 11
 - – – загальні 12
 - – – економічні 12
 - – – технічні 12
 - – – управлінські 12
 - – комплексне 13
 - – – фундаментальні принципи 13
 - – методи 13

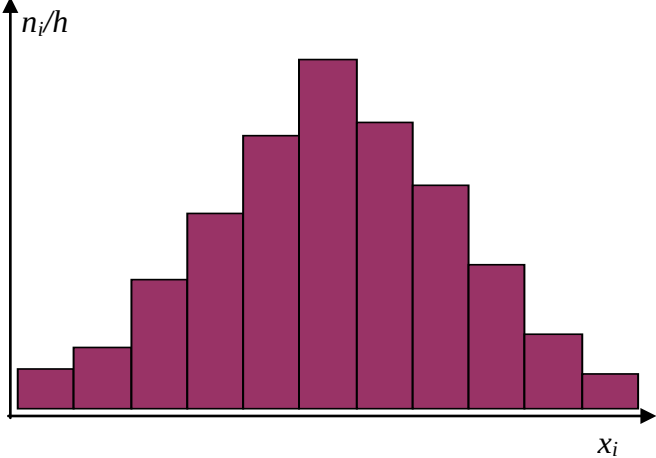
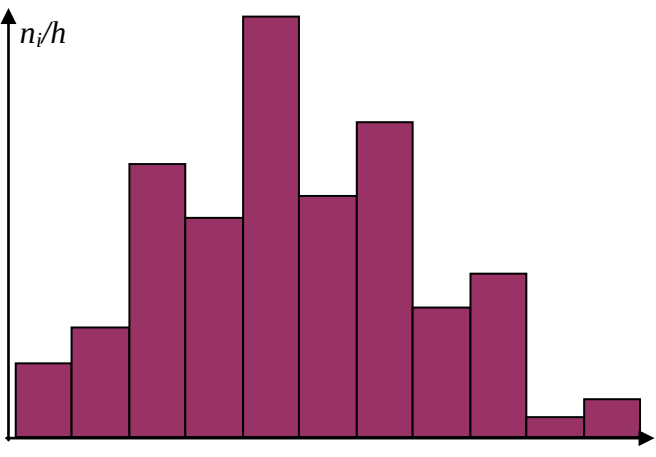
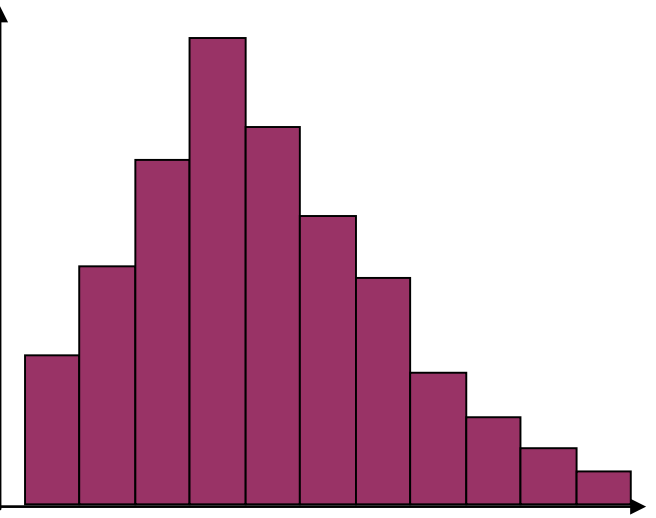
- Фактори технологічні 105, 106
 - – вибір 117
- Функція бажаності 132
 - приклад 133

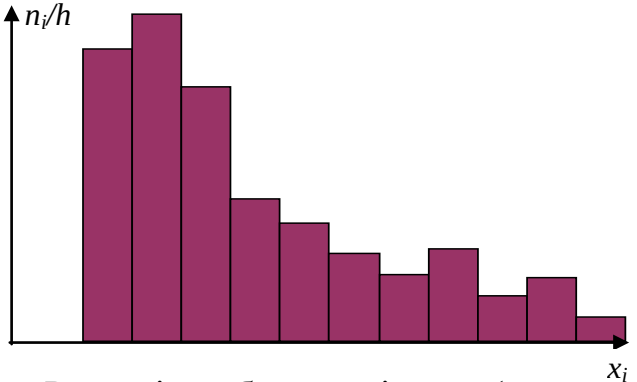
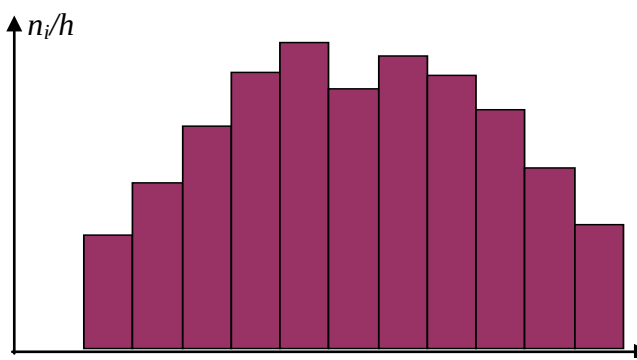
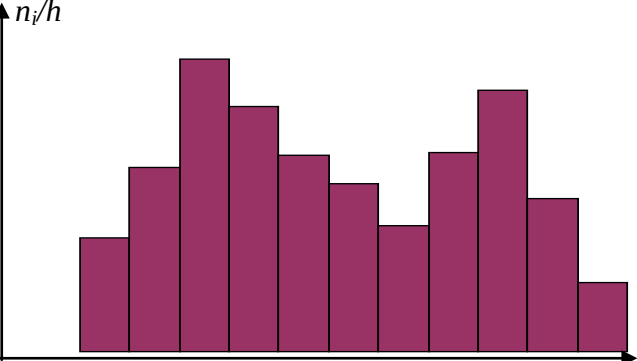
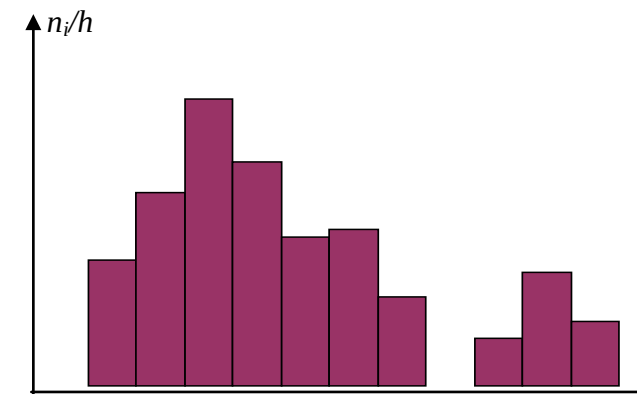
- Цикл Шухарта-Демінга 14

- Числові характеристики випадкової величини 21

- Якість 6
 - виконання технологічного процесу 11
 - вимоги 6
 - індекс 9
 - оптимізація 91, 125

Додаток А
Варіанти задач до теми 1
Таблиця А.1 – Типи гістограм

Загальний вигляд та назва	Опис
 Звичайний тип (нормальний розподіл)	Середнє значення гістограми розташовано на середині розмаху даних. Такий тип гістограм зустрічається найчастіше.
 Гребінка	Частинні інтервали (класи) через один мають нижчі частоти. Цей тип зустрічається, коли число одиничних спостережень, що потрапляють в клас, коливається від класу до класу або коли діє певне правило округлення даних.
 Від'ємно- чи додатньо-скошений розподіл	Середнє значення гістограми локалізується ліворуч (праворуч) від центру розмаху. Така форма зустрічається, коли нижня (верхня) межа регулюється або теоретично, або коли ліве (праве) значення неможливо досягнути (наприклад, за технологічних умов).

Загальний вигляд та назва	Опис
 Розподіл з обривом ліворуч (праворуч)	Середнє арифметичне локалізується далеко ліворуч (або праворуч у разі розподілу з обривом праворуч). Форма часто зустрічається при 100 % контролі виробів внаслідок незадовільної відтворюваності процесу.
 Плато	Рівномірний і прямокутний розподіл. Такий тип зустрічається в суміші декількох розподілів, що мають різні середні значення.
 Двопіковий	Бімодальний тип. Така форма зустрічається у разі змішення двох розподілів з далеко віддаленими середніми значеннями.
 З ізольованим піком	Поряд із розподілом звичайного типу з'являється маленький ізольований пік. Така форма зустрічається за наявності малих включень даних з іншого розподілу.

Таблиця А.2

Вихідні дані для задачі 1.11

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	I	№ 1	1	4	4	7	11	13	7
			№ 2	2	4	4	8	12	14	6
		II	№ 1	3	5	8	11	15	8	5
			№ 2	2	3	3	7	12	13	7
		III	№ 1	1	1	2	5	4	11	12
			№ 2	2	1	3	5	7	13	4
	П 2	I	№ 1	3	5	8	11	15	8	5
			№ 2	2	3	3	7	12	13	7
		II	№ 1	1	4	4	7	11	13	7
			№ 2	2	4	4	8	12	14	6
		III	№ 1	2	3	3	7	12	13	7
			№ 2	1	1	2	5	4	11	12
Б	П 1	I	№ 1	—	—	—	—	5	9	11
			№ 2	—	—	1	3	3	4	8
		II	№ 1	—	—	—	—	4	3	5
			№ 2	—	—	—	—	2	3	4
		III	№ 1	—	—	—	2	4	9	11
			№ 2	—	—	1	3	5	7	10
	П 2	I	№ 1	—	—	—	2	5	3	4
			№ 2	—	—	1	3	7	9	11
		II	№ 1	—	—	—	—	2	3	4
			№ 2	—	—	—	—	2	5	9
		III	№ 1	—	—	—	—	—	4	9
			№ 2	—	—	—	—	2	5	11

Таблиця А.3

Вихідні дані для задачі 1.12

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	4	4	7	11	13	7	1
			№ 2	4	4	8	12	14	6	1
		ІІ	№ 1	5	8	11	15	8	5	7
			№ 2	3	3	7	12	13	7	2
	П 2	І	№ 1	1	2	5	4	11	12	10
			№ 2	1	3	5	7	13	4	6
		ІІ	№ 1	5	8	11	15	8	5	7
			№ 2	3	3	7	12	13	7	2
Б	П 1	І	№ 1	4	4	7	11	13	7	1
			№ 2	4	4	8	12	14	6	1
		ІІ	№ 1	3	3	7	12	13	7	2
			№ 2	1	2	5	4	11	12	10
	П 2	І	№ 1	—	—	—	5	9	11	10
			№ 2	—	1	3	3	4	8	12
		ІІ	№ 1	—	—	—	4	3	5	15
			№ 2	—	—	—	2	3	4	8

Вихідні дані для задачі 1.13

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	7	11	13	7	1	2	—
			№ 2	8	12	14	6	1	—	—
		ІІ	№ 1	11	15	8	5	7	1	1
			№ 2	7	12	13	7	2	1	—
	П 2	І	№ 1	5	4	11	12	10	6	2
			№ 2	5	7	13	4	6	4	—
		ІІ	№ 1	11	15	8	5	7	1	1
			№ 2	7	12	13	7	2	1	—
Б	П 1	І	№ 1	7	11	13	7	1	2	—
			№ 2	8	12	14	6	1	—	—
		ІІ	№ 1	7	12	13	7	2	1	—
			№ 2	5	4	11	12	10	6	2
	П 2	І	№ 1	—	5	9	11	10	6	5
			№ 2	3	3	4	8	12	7	1
		ІІ	№ 1	—	4	3	5	15	8	4
			№ 2	—	2	3	4	8	12	7

Таблиця А.5

Вихідні дані для задачі 1.14

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	11	13	7	1	2	—	—
			№ 2	12	14	6	1	—	—	—
		ІІ	№ 1	15	8	5	7	1	1	—
			№ 2	12	13	7	2	1	—	—
	П 2	І	№ 1	4	11	12	10	6	2	2
			№ 2	7	13	4	6	4	—	—
		ІІ	№ 1	15	8	5	7	1	1	—
			№ 2	12	13	7	2	1	—	—
Б	П 1	І	№ 1	11	13	7	1	2	—	—
			№ 2	12	14	6	1	—	—	—
		ІІ	№ 1	12	13	7	2	1	—	—
			№ 2	4	11	12	10	6	2	2
	П 2	І	№ 1	5	9	11	10	6	5	2
			№ 2	3	4	8	12	7	1	2
		ІІ	№ 1	4	3	5	15	8	4	4
			№ 2	2	3	4	8	12	7	1

Таблиця А.6

Вихідні дані для задачі 1.15

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	I	№ 1	13	7	1	2	—	—	—
			№ 2	14	6	1	—	—	—	—
		II	№ 1	8	5	7	1	1	—	—
			№ 2	13	7	2	1	—	—	—
	П 2	I	№ 1	11	12	10	6	2	—	—
			№ 2	13	4	6	4	—	—	—
		II	№ 1	8	5	7	1	1	—	—
			№ 2	13	7	2	1	—	—	—
Б	П 1	I	№ 1	13	7	1	2	—	—	—
			№ 2	14	6	1	—	—	—	—
		II	№ 1	13	7	2	1	—	—	—
			№ 2	11	12	10	6	2	2	—
	П 2	I	№ 1	9	11	10	6	5	2	1
			№ 2	4	8	12	7	1	2	1
		II	№ 1	3	5	15	8	4	4	2
			№ 2	3	4	8	12	7	1	2

Таблиця А.7

Вихідні дані для задачі 1.16

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	1	4	4	7	11	13	7
			№ 2	2	4	4	8	12	14	6
		ІІ	№ 1	2	3	3	7	12	13	7
			№ 2	1	1	2	5	4	11	12
	П 2	І	№ 1	—	—	—	—	5	9	11
			№ 2	—	—	1	3	3	4	8
		ІІ	№ 1	—	—	—	—	4	3	5
			№ 2	—	—	—	—	2	3	4
Б	П 1	І	№ 1	—	—	—	2	4	9	11
			№ 2	—	—	1	3	5	7	10
		ІІ	№ 1	—	—	—	2	5	3	4
			№ 2	—	—	1	3	7	9	11
	П 2	І	№ 1	—	—	—	—	2	3	4
			№ 2	—	—	—	—	2	5	9
		ІІ	№ 1	—	—	—	—	—	4	9
			№ 2	—	—	—	—	2	5	11

Таблиця А.8

Вихідні дані для задачі 1.17

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	4	7	11	13	7	1	2
			№ 2	4	8	12	14	6	1	—
		ІІ	№ 1	3	7	12	13	7	2	1
			№ 2	2	5	4	11	12	10	6
	П 2	І	№ 1	—	—	5	9	11	10	6
			№ 2	1	3	3	4	8	12	7
		ІІ	№ 1	—	—	4	3	5	15	8
			№ 2	—	—	2	3	4	8	12
Б	П 1	І	№ 1	—	2	4	9	11	13	8
			№ 2	1	3	5	7	10	10	9
		ІІ	№ 1	—	2	5	3	4	8	12
			№ 2	1	3	7	9	11	13	8
	П 2	І	№ 1	—	—	2	3	4	8	12
			№ 2	—	—	2	5	9	11	13
		ІІ	№ 1	—	—	—	4	9	11	13
			№ 2	—	—	2	5	11	13	8

Таблиця А.9

Вихідні дані для задачі 1.18

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	3	3	7	12	13	7	2
			№ 2	4	4	7	11	13	7	1
		ІІ	№ 1	4	4	8	12	14	6	1
			№ 2	3	3	7	12	13	7	2
	П 2	І	№ 1	1	2	5	4	11	12	10
			№ 2	—	—	—	5	9	11	10
		ІІ	№ 1	—	1	3	3	4	8	12
			№ 2	—	—	—	4	3	5	15
Б	П 1	І	№ 1	—	—	—	2	3	4	8
			№ 2	—	—	2	4	9	11	13
		ІІ	№ 1	—	1	3	5	7	10	10
			№ 2	—	—	2	5	3	4	8
	П 2	І	№ 1	—	1	3	7	9	11	13
			№ 2	—	—	—	2	3	4	8
		ІІ	№ 1	—	—	—	2	5	9	11
			№ 2	—	—	—	—	4	9	11

Таблиця А.10

Вихідні дані для задачі 1.19

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	І	№ 1	3	7	12	13	7	2	1
			№ 2	4	7	11	13	7	1	2
		ІІ	№ 1	4	8	12	14	6	1	—
			№ 2	3	7	12	13	7	2	1
	П 2	І	№ 1	2	5	4	11	12	10	6
			№ 2	—	—	5	9	11	10	6
		ІІ	№ 1	1	3	3	4	8	12	7
			№ 2	—	—	4	3	5	15	8
Б	П 1	І	№ 1	—	—	2	3	4	8	12
			№ 2	—	2	4	9	11	13	8
		ІІ	№ 1	1	3	5	7	10	10	9
			№ 2	—	2	5	3	4	8	12
	П 2	І	№ 1	1	3	7	9	11	13	8
			№ 2	—	—	2	3	4	8	12
		ІІ	№ 1	—	—	2	5	9	11	13
			№ 2	—	—	—	4	9	11	13

Вихідні дані для задачі 1.20

Працівник	Поста- чальник	Зміна	Цех	Розмір виробу, м						
				10,0–10,1	10,1–10,2	10,2–10,3	10,3–10,4	10,4–10,5	10,4–10,5	10,4–10,5
А	П 1	I	№ 1	5	7	11	13	7	1	2
			№ 2	5	8	12	14	6	1	—
		II	№ 1	3	11	15	8	5	7	1
			№ 2	3	7	12	13	7	2	1
		III	№ 1	5	5	4	11	12	10	6
			№ 2	6	5	7	13	4	6	4
	П 2	I	№ 1	4	11	15	8	5	7	1
			№ 2	3	7	12	13	7	2	1
		II	№ 1	7	7	11	13	7	1	2
			№ 2	8	8	12	14	6	1	—
		III	№ 1	3	7	12	13	7	2	1
			№ 2	2	5	4	11	12	10	6
Б	П 1	I	№ 1	2	—	5	9	11	10	6
			№ 2	3	3	3	4	8	12	7
		II	№ 1	—	—	—	3	5	15	8
			№ 2	—	—	2	3	4	8	1
		III	№ 1	—	2	4	9	11	13	8
			№ 2	1	3	5	7	10	1	9
	П 2	I	№ 1	—	2	5	3	4	1	1
			№ 2	1	3	7	9	11	13	8
		II	№ 1	—	—	2	3	4	8	12
			№ 2	—	—	2	5	9	11	13
		III	№ 1	—	—	—	4	9	11	13
			№ 2	—	—	2	5	11	13	8

Додаток Б

Таблиця Б.1. Формули для розрахунку контрольних меж контрольних карт

Тип карти	Верхня контрольна межа (UCL), середня лінія (CL), нижня контрольна межа (LCL)	Примітка
$\bar{x}$	$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$ $CL = \bar{\bar{x}}$ $LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$	$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$, $\bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^k \bar{x}_i / k$ де n – об'єм групи, k – кількість груп; $R = R_{\max} - R_{\min}$, $\bar{R} = \sum_{i=1}^n R_i / n$ A, D_3, D_4 – коефіцієнти, які вибираються в залежності від n (таблиця Б.2)
R	$UCL = D_4 \bar{R}$ $CL = \bar{R}$ $LCL = D_3 \bar{R}$	
x	$UCL = \bar{x} + 2,66 \bar{R}_s$ $CL = \bar{x}$ $LCL = \bar{x} - 2,66 \bar{R}_s$	$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$, де n – об'єм вибірки, R_s – поточне значення розкиду.
pn	$UCL = \bar{p}n + 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})}$ $CL = \bar{p}n$ $LCL = \bar{p}n - 3\sqrt{\bar{p}n(1-\bar{p})}$	$\bar{p} = \frac{\sum pn}{kn}$, де $\sum pn$ – сумарна кількість дефектів; n – об'єм групи, k – кількість груп; Якщо нижня межа – від'ємне значення, то $LCL=0$.
p	$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$ $CL = \bar{p}$ $LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$	
c	$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$ $CL = \bar{c}$ $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} = \sum_{i=1}^n c_i / n$, n – об'єм вибірки. Якщо нижня межа – від'ємне значення, то $LCL=0$.
u	$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}}$ $CL = \bar{u}$ $LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}}$	$\bar{u} = \sum_{i=1}^n u_i / n$, n – об'єм вибірки. Якщо нижня межа – від'ємне значення, то $LCL=0$.

Таблиця Б.2

Значення коефіцієнтів для ($\bar{x}$ - R)-карт

Об'єм Підгрупи n	$\bar{x}$ -карта	R -карта	
	A_2	D_3	D_4
6	0,483	—	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777

Додаток В
Варіанти задач за темою 2

Таблиця В.1

Вихідні дані для задач 2.31–2.45

№ задачі	Проблеми, які аналізується у задачах
2.31–2.33	А – концентрація іонів Na^+ у теплоносії, мкг/дм ³ ; Б – значення рН; В – концентрація кисню у теплоносії, мкг/дм ³ ; Г – концентрація іонів Cl^- у теплоносії, мкг/дм ³ ; Д – інше
2.34–2.36	А – назва рахунку; Б – кількість товарів; В – ціна одиниці товару; Г – підсумок; Д – інше.
2.37–2.39	А – вартість сировини; Б – заробітна платня; В – податки; Г – доставка; Д – інше.
2.40–2.42	А – несвоєчасне замовлення; Б – несвоєчасна сплата рахунків; В – попит перевищує пропозицію; Г – несвоєчасна доставка; Д – інше.
2.43–2.45	А – фільтрування; Б – регенерація; В – відмивка; Г – розпушення; Д – інше.

Вихідні дані для задач 2.31–2.45

№		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.31	А	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●
	Б	△△	△	△	△△△	△	△△△	△△	△△	△	△△	△	△△△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△
	В	*	**	*	***	*	**	*	**	*	**	*	***	***	*	**	*	*	**	*	***	*
	Г					◇																◇
	Д	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□
2.32		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	А	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●
	Б	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△
	В	*	**	*	**	*	***	*	*	*	**	*	***	*	***	*	**	*	**	*	**	*
	Д	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□
2.33		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	А	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●
	Б	△	△△△	△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△
	В	**	*	***	*	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*
	Д	◇							◇												◇	
2.34		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	А	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●●
	Б	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△	△	△△△	△
	В	**	***	***	**	***	**	****	**	***	***	***	**	***	**	****	**	**	**	***	**	*V**
	Д	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□	□	□	□□

Продовження таблиці В.2

№		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.35	А	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●●	●●	●●	●●	●●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●
	Б	△△	△△△	△△	△△△	△△	△△△	△	△△△	△△	△△△	△△	△△	△△△	△△	△△△	△△△	△△△	△△	△△△	△△	△△△
	В	*	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*	**	*	***
	Г		◇												◇							
	Д	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.36	А	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●
	Б	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△
	В	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**
	Г		◇			◇			◇			◇				◇			◇			
	Д	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.37	А	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●
	Б	△△	△△△	△△	△△△	△△	△△△	△	△△△	△△	△△△	△△	△△	△△△	△△	△△△	△△△	△△△	△△	△△△	△△	△△△
	В	*	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*	**	*	***
	Г		◇												◇							
	Д	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.38	А	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●
	Б	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△
	В	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**
	Г		◇			◇			◇			◇				◇			◇			
	Д	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□

Продовження таблиці В.2

№.		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.39	А	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●
	Б	△△	△	△	△△△	△	△△△	△△	△△	△	△△	△	△△△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△
	В	*	**	*	***	*	**	*	**	*	**	*	***	***	*	**	*	*	**	*	***	*
	Г					◇															◇	
	Д	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.40	А	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●
	Б	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△
	В	*	**	*	**	*	***	*	*	*	**	*	***	*	***	*	**	*	**	*	**	*
	Г					◇															◇	
	Д	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□	□	□□	□□	□□	□□□	□	□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.41	А	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●
	Б	△	△△△	△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△
	В	**	*	***	*	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*
	Г	◇							◇											◇		
	Д	□□	□□	□	□	□□	□	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□□	□	□□	□	□
		Понеділок			Вівторок			Середа			Четвер			П'ятниця			Субота			Неділя		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
2.42	А	●●●	●●	●●	●●●	●●	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●●
	Б	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△	△	△△△	△
	В	**	***	***	**	***	**	*****	**	***	***	***	**	***	**	*****	**	**	**	***	**	*V**
	Г		◇												◇							
	Д	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□□	□	□	□

Продовження таблиці В.2

№		Січень				Лютий				Березень				Квітень				Травень			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
2.43	А	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●
	Б	△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△	△△△	△△	△△	△	△△	△
	В	*	*	*	**	*	***	*	**	*	*	**	*	***	*	**	*	**	*	**	*
	Г		◇												◇						
	Д	□	□	□□	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□□	□	□	□□
2.44		Січень				Лютий				Березень				Квітень				Травень			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
	А	●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●●●	●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●●	●●
	Б	△	△	△△△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△	△△	△	△△	△	△	△△△	△	△△△	△	△△△
	В	*	**	*	***	*	**	*	**	*	*	**	*	*	**	*	***	*	**	**	*
	Д	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□□	□	□	□□	□	□□	□	□	□□	□□	□□
2.45		Січень				Лютий				Березень				Квітень				Травень			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
	А	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●●	●●	●●●	●●●	●●	●●●	●●●●	●●	●●	●●●	●	●●●●	●●●	●	●●●●
	Б	△△△	△△	△	△△	△	△△	△	△△△	△	△△	△△	△	△△△	△△	△	△△	△	△△△	△	△
	В	**	*	***	*	*	*	**	*	***	***	*	**	*	**	*	*	**	*	*	**
	Д		◇												◇				◇		

№ 2.46		№ 2.47		№ 2.48		№ 2.49		№ 2.50	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
31,4604	14,6126	41,9473	10,9595	52,4341	8,7676	62,9209	7,3063	73,4077	6,2626
31,4604	14,6126	41,9473	10,9595	52,4341	8,7676	62,9209	7,3063	73,4077	6,2626
31,4604	14,6126	41,9473	10,9595	52,4341	8,7676	62,9209	7,3063	73,4077	6,2626
31,4604	14,6126	41,9473	10,9595	52,4341	8,7676	62,9209	7,3063	73,4077	6,2626
14,2500	13,8300	19,0000	10,3725	23,7500	8,2980	28,5000	6,9150	33,2500	5,927
28,0200	14,5667	37,3600	10,9250	46,7000	8,7400	56,0400	7,2833	65,3800	6,2429
22,0500	14,4467	29,4000	10,8350	36,7500	8,6680	44,1000	7,2233	51,4500	6,1914
19,4100	14,1067	25,8800	10,5800	32,3500	8,4640	38,8200	7,0533	45,2900	6,0457
25,7100	14,2900	34,2800	10,7175	42,8500	8,2300	51,4200	7,1450	59,9900	6,1243
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
32,3760	14,6126	43,1680	10,9595	53,9600	8,7676	64,7520	7,3063	75,5439	6,2626
11,8200	13,4633	15,7600	10,0975	19,7000	8,0780	23,6400	6,7317	27,5800	5,7700
13,4700	12,6200	17,9600	9,7700	22,4500	7,7900	26,9400	6,4400	31,4300	5,6900
3,1800	12,6800	4,2400	9,5100	5,3000	7,2300	6,3600	6,3400	7,4200	5,4343
7,2000	13,1433	9,6000	9,8575	12,0000	7,8860	14,4000	6,5717	16,8000	5,3900
15,3000	13,7033	20,4000	10,2775	25,5000	8,2220	30,6000	6,8517	35,7000	5,8729
24,0000	13,9967	32,0000	10,4975	40,0000	8,3980	48,0000	6,6000	56,0000	5,7880
17,4000	13,7767	23,2000	10,3325	29,0000	8,2660	34,8000	6,8883	40,6000	5,9043
9,0600	13,5333	12,0800	10,1500	15,1000	8,1200	18,1200	6,7667	21,1400	6,0670
9,8100	13,3133	13,0800	9,9850	16,3500	7,9880	19,6200	6,6567	22,8900	5,7057
2,1636	12,5179	2,8848	9,3884	3,6060	7,5107	4,3271	6,2590	5,0483	5,3648
27,4200	15,0600	36,5600	11,2950	45,7000	9,0360	54,8400	7,5300	63,9800	

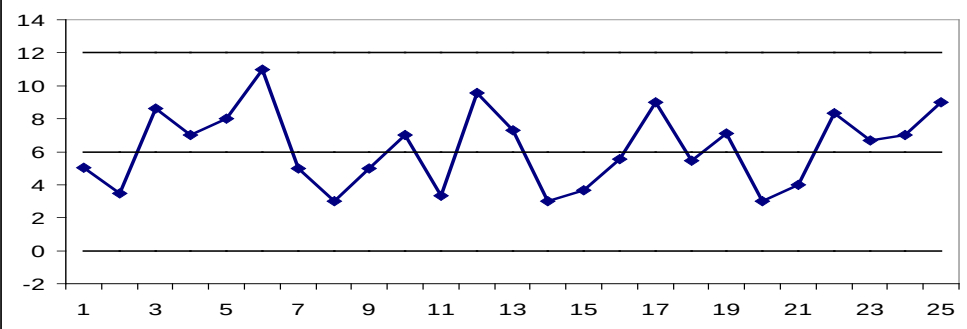
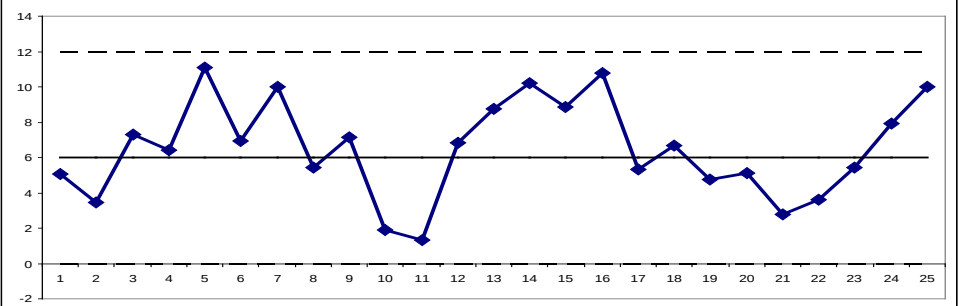
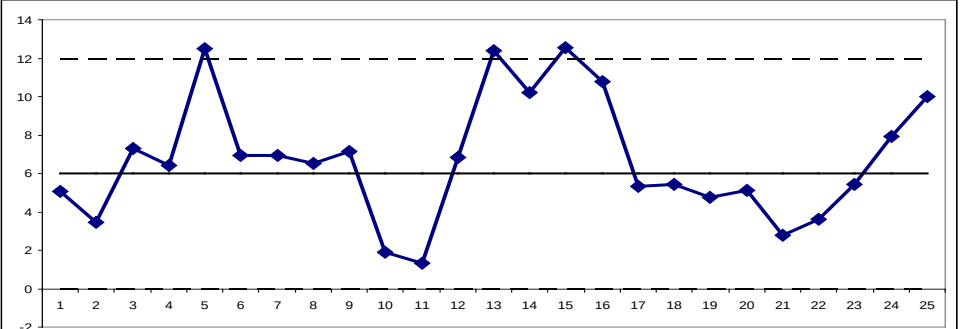
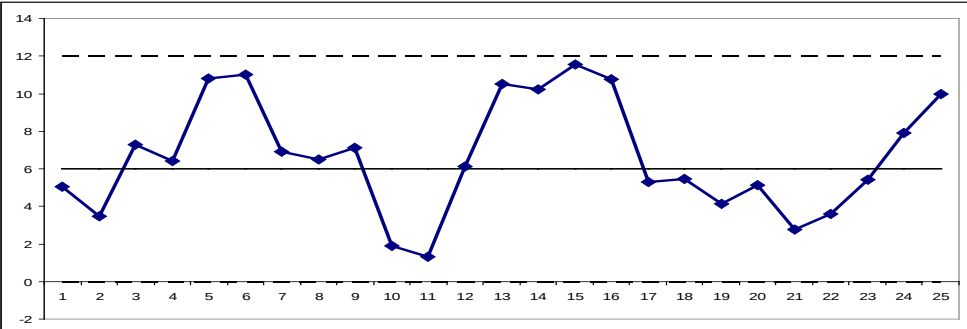
Продовження таблиці В.3

№ 2.51		№ 2.52		№ 2.53		№ 2.54		№ 2.55	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
74,5019	27,6610	75,1792	25,1464	81,2748	23,0508	76,5338	21,2777	77,2111	19,7579
72,8706	30,1660	73,5331	27,4236	79,4952	25,1383	74,8580	23,2046	75,5204	21,5471
72,7056	30,7610	73,3666	27,9645	79,3152	25,6342	74,6885	23,6623	75,3494	21,9721
72,4944	31,0080	73,1534	28,1891	79,0848	25,8400	74,4715	23,8523	75,1306	22,1486
72,3103	31,4330	72,9676	28,5755	78,8839	26,1942	74,2824	24,1792	74,9397	22,4521
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	24,9888	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	24,9888	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	24,9888	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	24,9888	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	24,9888	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,5763	29,9865	74,2452	27,2605	80,2651	25,2900	75,5829	23,0666	76,2518	21,4189
73,9299	27,8870	74,6020	25,3518	80,6508	23,2392	75,9462	21,4515	76,6183	19,6700
73,5763	28,1130	74,2452	25,5573	80,2651	23,4275	75,5829	21,3100	76,2877	19,9000
73,1533	29,6710	73,8183	26,9736	79,8036	24,7258	75,1484	22,8238	75,8134	21,1936
73,0378	30,2160	73,7018	27,4691	79,6776	25,1800	75,0297	23,2431	75,6937	21,5829
72,7155	31,1660	73,3766	28,3327	79,3260	25,9717	74,6987	23,9738	75,3597	22,2614
73,7561	29,0860	74,4266	26,4418	80,4612	24,2383	75,7676	22,3738	76,4381	21,8700
72,4636	31,5540	73,1224	28,6855	79,0512	26,2950	74,4399	24,2723	75,0986	22,5386
74,6163	27,2150	75,2946	24,7409	81,3996	22,6792	76,6513	20,9346	77,3296	19,4393
73,5763	29,3730	74,2452	26,7027	80,2651	24,4775	75,5829	22,5946	76,2518	20,9807
73,2402	29,1460	73,9060	26,4964	79,8984	24,2883	75,2377	21,9500	75,9035	21,4286
74,2533	27,0450	74,9283	24,5864	81,0036	22,5375	76,2784	20,5000	76,9534	19,8571
74,0080	28,9620	74,6808	26,3291	80,7360	24,1350	76,0264	22,2785	76,6992	21,0700
74,9837	26,6950	75,6654	24,2682	81,8004	22,2458	77,0287	20,5346	77,7104	19,0679
74,3149	27,9070	74,9905	25,3700	81,0708	23,2558	76,3417	21,4669	77,0173	19,9336
74,8424	27,2050	75,5227	24,7318	81,6462	22,6708	76,8835	20,9269	77,5639	19,4321
73,7748	28,2060	74,4455	25,6418	80,4816	23,5050	75,7868	21,6969	76,4575	20,1471
74,1257	28,7200	74,7996	26,6200	80,8644	24,4500	76,2960	22,0923	76,8212	20,5143
73,9926	28,2060	74,6653	25,6418	80,7192	23,5050	76,0106	21,6969	76,6832	20,1471
74,0641	28,1130	74,7374	25,5573	80,7972	23,4275	76,0840	21,6254	76,7573	20,0807
74,1169	27,7080	74,7907	25,1891	80,8548	23,0900	76,1383	21,3138	76,8121	19,7914
72,5846	31,1820	73,2445	28,3473	79,1832	25,9850	74,5642	23,9862	75,2240	22,2729
72,8794	30,3720	73,5419	27,6109	79,5048	25,3100	74,8670	23,3631	75,5296	21,6943
72,8552	30,7150	73,5175	27,9227	79,4784	25,5958	74,8422	23,6269	75,5045	21,9393
73,4426	29,1490	74,1103	26,4991	80,1192	24,2908	75,4456	22,4223	76,1132	20,3700
73,7781	28,5570	74,4488	25,9609	80,4852	23,7975	75,7902	21,9669	76,4609	20,3979
73,5379	28,8060	74,2065	26,1873	80,2232	24,0050	75,5435	22,1585	76,2121	20,5757
73,0037	29,7410	73,6674	27,0373	79,6404	24,7842	74,9947	22,8777	75,6584	21,2436
73,3271	29,4140	73,9937	26,7400	79,9932	24,5117	75,3269	22,6262	75,9935	21,0100
73,1962	29,9865	73,8616	27,2605	79,8504	24,9888	75,1925	23,0666	75,8579	21,4189

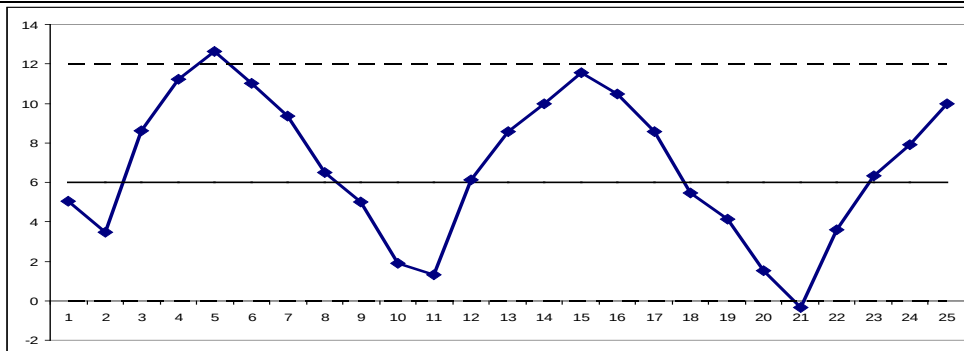
Продовження таблиці В.3

№ 2.56		№ 2.57		№ 2.58		№ 2.59		№ 2.60	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
32,9739	11,8062	34,9135	11,1503	36,8532	10,5634	38,7928	10,0353	40,7325	9,5574
32,9592	11,8062	34,8980	11,1503	36,8368	10,5634	38,7755	10,0353	40,7143	9,5574
32,9066	11,7996	34,8423	11,1200	36,7780	10,5280	38,7137	9,9993	40,6494	9,5106
32,9241	11,7444	34,8608	11,0919	36,7975	10,5081	38,7343	9,9827	40,6710	9,5073
32,9654	11,7708	34,9046	11,1169	36,8437	10,5318	38,7829	10,0052	40,7220	9,5288
32,9651	11,7992	34,9042	11,1437	36,8433	10,5572	38,7824	10,0293	40,7216	9,5517
32,9447	11,8088	34,8826	11,1527	36,8205	10,5657	38,7584	10,0375	40,6963	9,5512
32,8782	11,7596	34,8122	11,1063	36,7462	10,5217	38,6802	9,9957	40,6142	9,5197
32,8952	11,7608	34,8302	11,1074	36,7652	10,5228	38,7002	9,9967	40,6352	9,5207
32,8967	11,7316	34,8318	11,0799	36,7669	10,4967	38,7020	9,9719	40,6371	9,4970
32,9167	11,7565	34,8530	11,1033	36,7893	10,5189	38,7256	9,9930	40,6618	9,5171
32,8986	11,7529	34,8338	11,1000	36,7690	10,5158	38,7042	9,9900	40,6395	9,5143
32,8744	11,7419	34,8081	11,0896	36,7419	10,5059	38,6757	9,9806	40,6095	9,5053
32,9739	11,7812	34,9135	11,1267	36,8532	10,5411	38,7928	10,0141	40,7325	9,5372
32,9600	11,8148	34,8988	11,1584	36,8376	10,5711	38,7764	10,0426	40,7153	9,5643
32,8985	11,7785	34,8337	11,1242	36,7689	10,5387	38,7041	10,0118	40,6393	9,5350
32,9162	11,7888	34,8525	11,1338	36,7887	10,5478	38,7250	10,0205	40,6612	9,5433
32,9362	11,7939	34,8737	11,1387	36,8111	10,5525	38,7485	10,0249	40,6859	9,5475
32,9495	11,7975	34,8877	11,1421	36,8259	10,5556	38,7641	10,0279	40,7023	9,5503
32,9549	11,7852	34,8934	11,1304	36,8319	10,5446	38,7704	10,0174	40,7090	9,5404
32,9559	11,7679	34,8945	11,1142	36,8331	10,5292	38,7716	10,0028	40,7102	9,5264
32,9354	11,7702	34,8728	11,1163	36,8102	10,5312	38,7476	10,0047	40,6850	9,5282
32,9149	11,7204	34,8510	11,0667	36,7872	10,4908	38,7234	9,9800	40,6595	9,5053
32,9289	11,7266	34,8659	11,0752	36,8029	10,4923	38,7399	9,9677	40,6769	9,4930
32,9118	11,7431	34,8478	11,0907	36,7838	10,5070	38,7198	9,9817	40,6558	9,5063
32,8844	11,7385	34,8188	11,0864	36,7532	10,5029	38,6875	9,9778	40,6219	9,5026
32,8606	11,6953	34,7936	11,0455	36,7266	10,4642	38,6596	9,9410	40,5926	9,4676
32,8613	11,7381	34,7943	11,0860	36,7273	10,5025	38,6603	9,9774	40,5934	9,5023
32,8725	11,6996	34,8061	11,0496	36,7398	10,4681	38,6735	9,9447	40,6072	9,4711
32,9386	11,7550	34,8762	11,1019	36,8138	10,5176	38,7513	9,9918	40,6889	9,5160
32,8846	11,7504	34,8189	11,0976	36,7533	10,5135	38,6877	9,9879	40,6221	9,5122
32,9158	11,7702	34,8521	11,1163	36,7883	10,5312	38,7245	10,0047	40,6607	9,5282
32,8619	11,7169	34,7950	11,0659	36,7280	10,4835	38,6611	9,9594	40,5941	9,4851
32,8598	11,7448	34,7928	11,0923	36,7257	10,5085	38,6586	9,9831	40,5916	9,5077
32,9072	11,7194	34,8429	11,0683	36,7787	10,4857	38,7144	9,9615	40,6501	9,4871
32,8769	11,7250	34,8108	11,0736	36,7448	10,4908	38,6787	9,9663	40,6127	9,4917
32,8926	11,7094	34,8274	11,0588	36,7623	10,4768	38,6971	9,9530	40,6320	9,4790
32,9225	11,7866	34,8591	11,1318	36,7957	10,5459	38,7323	10,0187	40,6689	9,5416
32,9412	11,7839	34,8789	11,1293	36,8167	10,5435	38,7544	10,0164	40,6921	9,5394

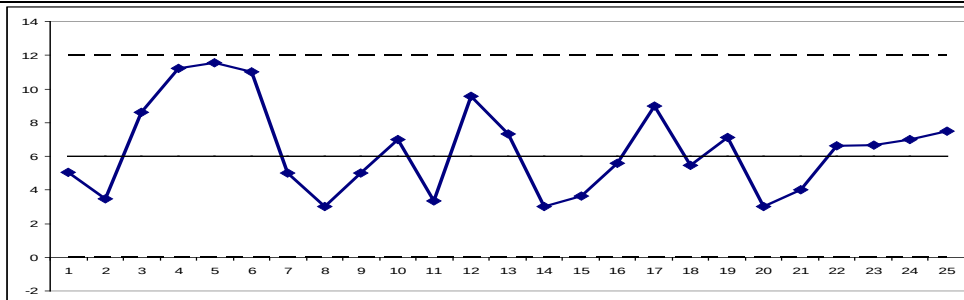
Вихідні дані для задач 2.61–2.75

№ задачі	Контрольна карта
2.61	 Control chart for task 2.61. The y-axis ranges from -2 to 14 with major ticks every 2 units. The x-axis ranges from 1 to 25. A solid horizontal line is at y=6, and a dashed horizontal line is at y=12. The data points are connected by a blue line, showing fluctuations mostly between 4 and 11, with one peak at approximately 11.2 at x=6.
2.62	 Control chart for task 2.62. The y-axis ranges from -2 to 14 with major ticks every 2 units. The x-axis ranges from 1 to 25. A solid horizontal line is at y=6, and a dashed horizontal line is at y=12. The data points are connected by a blue line, showing fluctuations mostly between 2 and 11, with one peak at approximately 11.2 at x=5.
2.63.	 Control chart for task 2.63. The y-axis ranges from -2 to 14 with major ticks every 2 units. The x-axis ranges from 1 to 25. A solid horizontal line is at y=6, and a dashed horizontal line is at y=12. The data points are connected by a blue line, showing fluctuations mostly between 2 and 12.5, with peaks at approximately 12.5 at x=5 and x=13.
2.64	 Control chart for task 2.64. The y-axis ranges from -2 to 14 with major ticks every 2 units. The x-axis ranges from 1 to 25. A solid horizontal line is at y=6, and a dashed horizontal line is at y=12. The data points are connected by a blue line, showing fluctuations mostly between 2 and 11.5, with peaks at approximately 11.5 at x=5 and x=15.

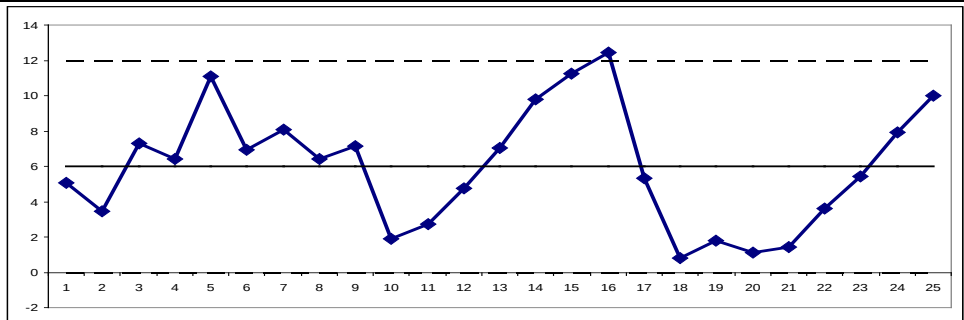
2.65



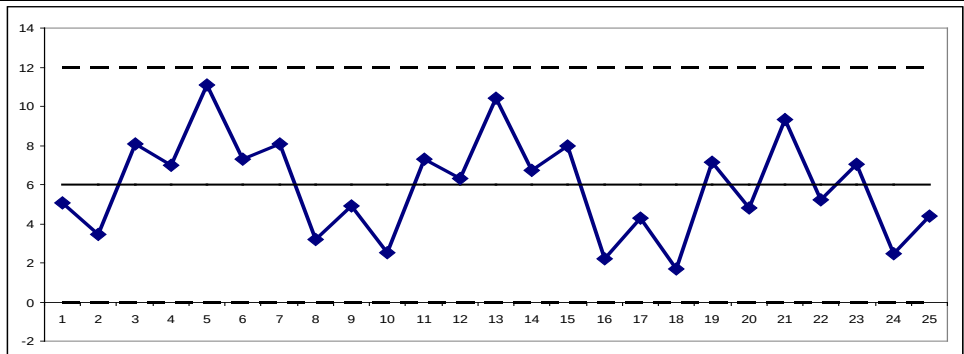
2.66



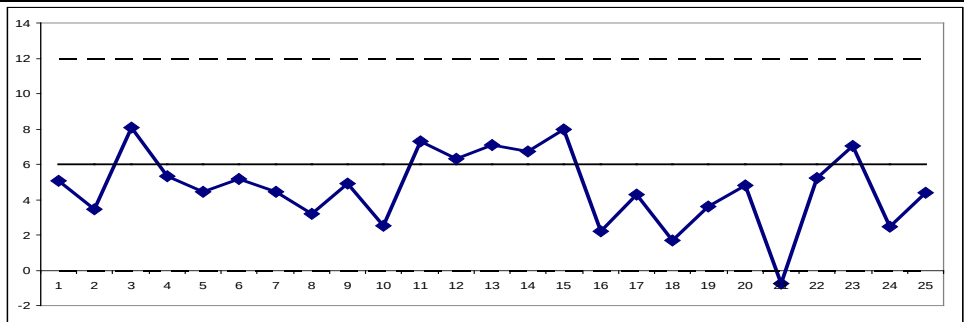
2.67

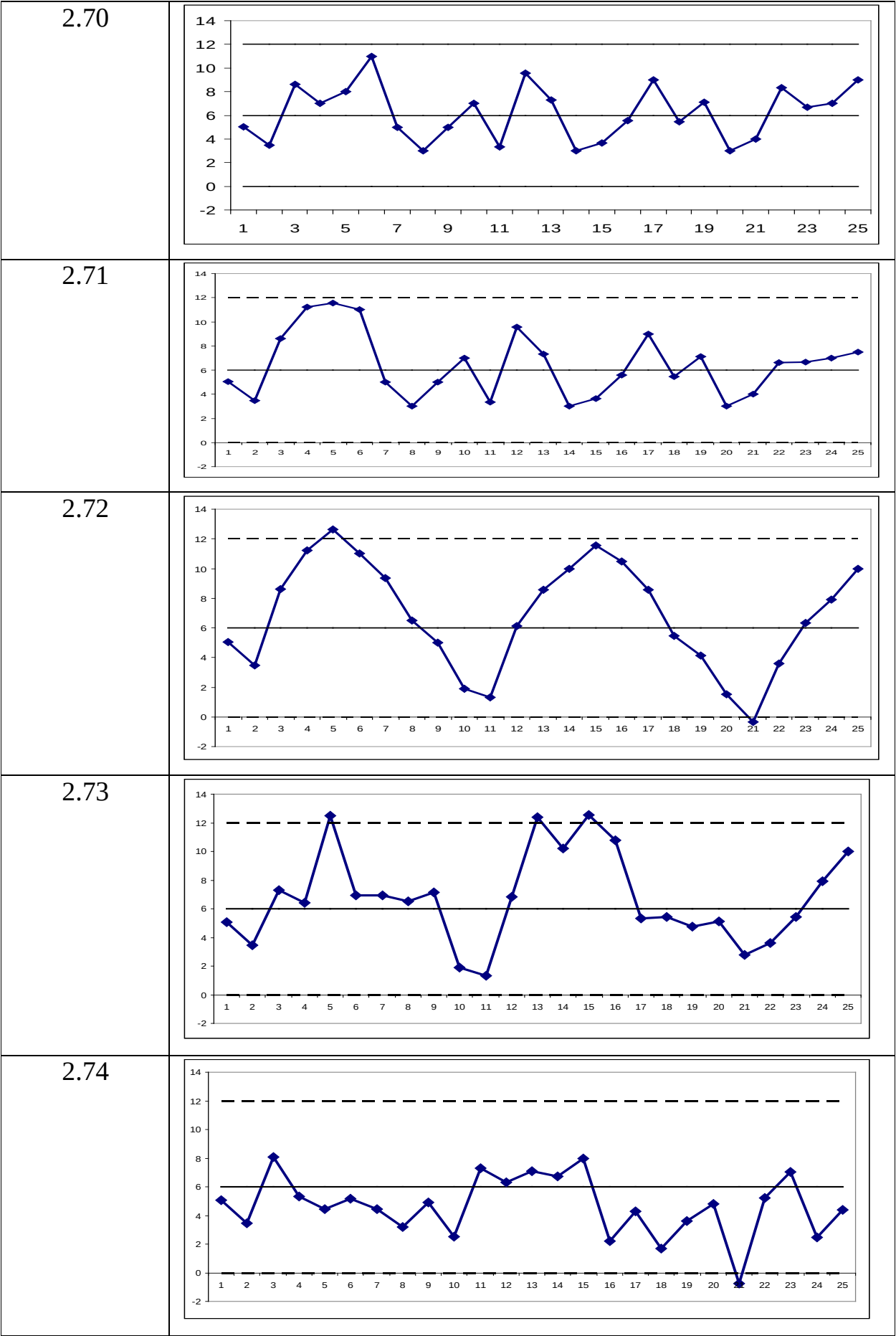


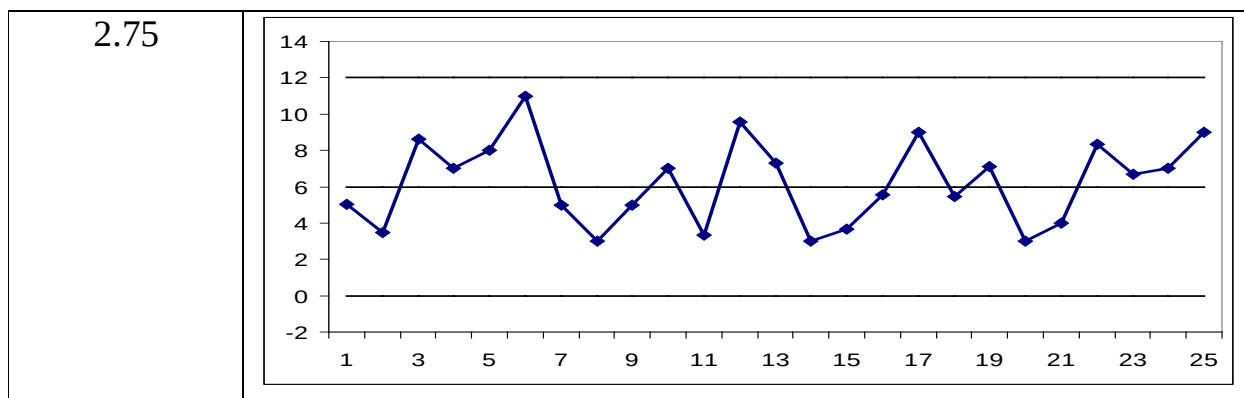
2.68.



2.69.







Таблиця В.5

Вихідні дані для задач до 2.76–2.87

№ задачі	Короткий опис
2.76–2.78	Після того, як фірма S відкрила в країні Z завод з виробництва телевізорів, якість останніх значно погіршилась. З метою аналізу проблеми було відібрано 60 тис. виробів різних модифікацій, які розділили на підгрупи по 200 шт. і підраховували кількість дефектів в кожній підгрупі. Один запис відповідає кількості дефектів у підгрупі.
2.79–2.81	Основним показником якості при виробництві активованого вугілля було обрано значення температури. Дані поступали рівномірно, через певні проміжки часу.
2.82–2.84	У процесі виробництва клею ПВА показником якості було обрано значення напруги, яке повинно витримувати з'єднання після повного висихання. Дані поступали нерівномірно.
2.85–2.87	На якість жорстких дисків, що випускаються фірмою W в країні Y, після повені у вказаній країні, поступила велика кількість рекламаций. З метою аналізу проблеми було відібрано 60 тис. виробів однієї моделі, які розділили на підгрупи по 200 шт. і підраховували кількість дефектів в кожній підгрупі. Один запис відповідає кількості дефектів у підгрупі.

Додаток Г

Табличні критерії для обробки результатів експерименту

Таблиця Г.1 – Критерій Стюдента $t[q; f]$ для рівня значущості q та кількості степенів вільності $f = (n-1)$ ⁶³

$f \backslash q$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

⁶³ В Ms Excel функція: =СТЮДРАСПОБР($q;f$).

Критерій Фішера $F[q; f_1; f_2]$ для $q = 0,05$ ⁶⁴

$f_1 \backslash f_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,50	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,09	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

⁶⁴ В Ms Excel функції: =FРАСПОБР($q; f_1; f_2$).

Додаток Д

Робота з клітинами в Microsoft Excel

Основні поняття. Кожна клітина в *Ms Excel* має свою унікальну адресу⁶⁵: *колонка*, що позначається латинською літерою і *рядок*, що позначається арабською цифрою, наприклад, A1, A2, B10,

У будь-яку клітину є можливість поміщати:

– числову інформацію, тобто константи, так наприклад в клітини A1...A10 необхідно помістити⁶⁶ від 0 до 0,9 із кроком 0,1. Для цього в клітині A1 пишемо 0, а в A2 – 0,1, виділяємо⁶⁷ клітини A1 і A4 лівою кнопкою миші і курсор наводимо на правий нижній кут виділених клітин. З появою + протягуємо мишкою (зверху донизу) в напрямку інших клітин A3-A10 і таким чином розраховуємо аргументи функції. Цей фрагмент подано на рисунку.

	A	B	C	D	...
1	0	0			
2	0,1	0,0998			
3	0,2	0,197			
4	0,3	0,296			
10	0,9	0,783327			

– зв'язок між деякими клітинами у виді функції⁶⁸ в позначеннях *Ms Excel*. Так, наприклад, якщо необхідно в клітинах B1...B10 розрахувати функцію *sin* від поточного аргументу Ai (i = 1 до 10), то для функції⁶⁹ скористаємося призначенням для підрахунку значення функції, яка задається користувачем для конкретної клітини. Для цього в клітині B1 пишемо⁷⁰: =sin(A1) і при натисканні на клавішу Enter в ній показується результат розрахунку ($\sin 0 = 0$), тобто залишається 0. Підводимо курсор мишки в правий нижній кут клітини B1 і з появою + протягуємо⁷¹ в напрямку клітин B2-B10. Таким чином, розраховуються значення функції *sin* в клітинах B1-B10 при заданих аргументах A1-10, як це показано вище

⁶⁵ Меню «Сервис» \ Параметры... \ закладка „Общие” \ зняти галочку «Стиль ссылок R1C1». Знак \ означає: шукайте далі.

⁶⁶ Автоматично, не вписуючи в кожен окрему клітину число.

⁶⁷ Щоб *Ms Excel* вказати крок зміни значень в клітинах.

⁶⁸ Сінус – $\sin(x)$, косінус – $\cos(x)$, натуральний логарифм $\ln x - \log(x)$, експоненту $\ell^x - \exp(x)$, степінь $x^y - x^y$ та ін. (див. «Вставка \ f_x Функція \ Математические...»).

⁶⁹ «Вид \ Строка формул».

⁷⁰ Можна написати: =sin(\ мишкою вказати потрібну клітину, в нашому випадку A1, де стоїть 0 \ утримуючи Shift натиснути клавішу “)” \ Enter. Отже потрібні клітини можна вибирати мишкою.

⁷¹ Чи подвійне клацання лівою кнопкою миші.

на рисунку. За отриманими даними далі є можливість побудувати графік⁷², чи використовувати їх для подальших розрахунків.

В клітині так само можна вводити іншу інформацію: *текстову* – для супроводу коментарями розрахунків, графіків тощо, *графічну* – прикрасити клітину, за допомогою функції *формат клітини*, ввести символічні математичні формули за допомогою редактора⁷³ *Microsoft Equation* та ін.

Робота з матрицями в Ms Excel

Основні поняття і властивості матриці

Матрицею називається прямокутна таблиця чисел

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nk} \end{pmatrix},$$

яку будемо позначати A . Якщо $n = k$, то матриця A називається квадратною, а число n , рівне k – її порядком. Якщо $n = 1$ або $k = 1$, то матриця відповідно називається вектором-рядком або вектором-колонкою. У загальному випадку матриця A називається *прямокутною* (з розмірами $n \times k$) чи $n \times k$ -*матрицею*. Числа, що складають матрицю, називаються її елементами. При двовірному позначенні елементів першим індексом є номер рядка, а другим – номер колонки. При $n = 1$ чи $k = 1$ один з індексів опускається.

Транспонованою матрицею до прямокутної матриці A розміру $n \times k$ називається матриця A^T розміру $k \times n$ якщо

$$A_{ij}^T = A_{ji} \quad (i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n).$$

Сумою двох прямокутних матриць A і B однакових розмірів $n \times k$ називається матриця C тих самих розмірів, елементи якої дорівнюють сумам відповідних елементів матриць A і B : $C = A + B$, якщо $C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$). *Віднімання* двох матриць визначається рівністю $A - B = A + (-1)B$.

Добутком матриці A на число α називається матриця C , елементи якої утворюються із відповідних елементів матриці A множенням їх на число α : $C = \alpha A$, якщо $C_{ij} = \alpha A_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$).

Добутком двох прямокутних матриць A і B розмірів $n \times k$ і $k \times q$ відповідно називається матриця C розміром $n \times q$, елементи якої дорівнюють:

$$C_{ij} = \sum_{m=1}^k A_{im} B_{mj} \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, q).$$

Необхідно відзначити що, взагалі, $AB \neq BA$.

⁷² Виділити необхідні колонки \ «меню „Вставка” \ Диаграмма... \ Тип: точечная, Вид: точечная диаграмма со значениями, соединёнными сглаживающими линиями, кнопка «Далее» \ автоматично

⁷³ Програма, що створює формули.

Оберненою до матриці A є квадратна матриця A^{-1} порядку l , якщо $A^{-1}A = AA^{-1} = E$, де E – одинична матриця, тобто квадратна матриця, діагональні елементи якої e_{ii} дорівнюють одиниці, а інші – нулю.

Використання Ms Excel в матричних операціях

Часто буває необхідним працювати не з однією клітиною, а з групою клітин, скажімо під час побудови графіка, чи під час роботи з матрицями⁷⁴, де вже клітина є елемент матриці, а остання – якоюсь групою клітин. У таких випадках зручно користуватися діапазонами клітин, що позначаються, наприклад A1:C2, де A1 – ліва верхня кутова клітина, а C2 – права нижня кутова клітина, а “:” обов'язковий розділовий знак, що вказує на те, що це діапазон, а не клітина, тобто діапазон це є якась *прямокутна* ділянка клітин. Кожному діапазону клітин є можливість привласнити⁷⁵ якесь унікальне ім'я, і вже до нього звертатися за ним. Розглянемо використання діапазонів на простому прикладі множення двох матриць:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	3	5		7	10	13		76	103	130
2	2	4	6		8	11	14		100	136	172
3					9	12	15				

Необхідно помножити⁷⁶ матрицю 1, яку подано діапазоном A1:C2, на матрицю 2, яку представлено діапазоном E1:G3, а результуючу матрицю помістити в діапазон I1:K2. Для цього робимо активною клітину I1 і в неї «вставляємо» функцію⁷⁷: =МУМНОЖ(A1:C2;E1:G3) і як результат в клітині буде число 76, але повинно бути не одне число, а множина чисел, тому далі ми виділяємо мишею, утримуючи натиснутою її ліву кнопку, клітини, в яких повинна бути розміщена результуюча матриця, починаючи з клітини I1. Далі «йдемо» у так званий *рядок формул*, де вже написана формула: =МУМНОЖ(A1:C2;E1:G3) і ставимо курсор за дужкою (ми спостерігаємо як виділилися різними кольорами границі наших матриць), після цього натискаємо комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter і миттєво з'являється результат добутку двох матриць. Таким чином, ми використали діапазони клітин, які задавали

⁷⁴ Транспонування, добуток, обернення, розрахунок визначника для квадратних матриць та ін.

⁷⁵ Виділити його, утримуючи ліву кнопку миші, і вписати в поле *ім'я* необхідну назву цього діапазону клітин.

⁷⁶ При множенні матриці $A(m \times n)$ на матрицю $B(n \times k)$, результуюча матриця $C(m \times k)$ буде мати розмірність: рядків m , скільки їх в першій матриці A , і колонок k , скільки їх в другій матриці B . Обов'язково для сумісності операції множення: в матриці A кількість *колонок* повинно бути стільки, скільки *рядків* в матриці B , тобто n

⁷⁷ Список функцій «меню «Вставка» \ $f(x)$ Функция... \ Математические».

матриці. Аналогічно діапазони використовуються при побудові графічних залежностей, де вони вже вказують на діапазони значень незалежної і залежної змінних.

Інші операції з матрицями виконуються аналогічно множенню матриць і функції для них наступні: *транспонування*⁷⁸ – ТРАНСП(массив), *обернення* – МОБР(массив), розрахунок *визначника* квадратної матриці – МОПРЕД(массив) тощо, де масивом є діапазон клітин.

Поточний екран зберігається в буфері обміну Ms Windows в форматі графічного об'єкту комбінацією клавіш «Alt+PrtSc», а вставляється в потрібне місце документу в місті знаходження курсору – «Ctrl+V».

Приклад Д.1

Матричний спосіб знаходження коефіцієнтів моделі (4.17) матричним способом в Ms Excel для прикладу 4.1

Microsoft Excel - Приклад 2												
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка												
Введите вопрос												
Times New Roman 14 ж К У												
A1 x1												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	y	$y^{\wedge}=F*B$		F			I			
2	15	13	47,5	66,3101		f1=1	f2=1/x1	f3=x2^2		10	0,62904	2335,58
3	13	15	58,5	60,0586		1	0,069	169		0,629	0,04008	142,9254017
4	16	10,7	68,5	65,3748		1	0,0769	225		2335,6	142,925	651017,0882
5	16	9	48,5	63,2721		1	0,0645	114,49				
6	15	14	83,5	71,467		1	0,0625	81		D		
7	17	15,3	108	100,341		1	0,069	196		14,989	-200,34	-0,009791461
8	18	15	122	102,185		1	0,0588	234,09		-200,3	2792,67	0,105635706
9	16	17	110	98,7055		1	0,0571	225		-0,01	0,10564	1,34723E-05
10	19	19	125	134,738		1	0,0645	289				
11	19	21	144	153,048		1	0,0541	361				
12						1	0,0526	441				
13	Ft									FtY	B	
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	915,5	180,9081319
15	0,1	0,08	0,06	0,0625	0,069	0,0588	0,0571	0,0645	0,0541	0,0526	55,7419	-2129,707666
16	169	225	114	81	196	234,09	225	289	361	441	242478	0,190996052
17												
18												
19												
20												
21												
22												

⁷⁸ «Меню «Вставка» \ $f(x)$ Функция... \ Ссылки и массивы».