УДК 621.311.001

КАПЛУН В.В.[1], ПАВЛОВ П.А.[2], ШТЕПА В.Н.[1], КАПЛУН Р.В.[1]
Киевский национальный университет технологий и дизайна[1]
Полесский государственный университет, Республика Беларусь[2]

АСИНХРОННЫЙ РЕЖИМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МИКРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Цель. *Получение математических соотношений для расчета с заданной точностью длительности выполнения множества параллельных процессов в микроэнергетической системе с несколькими источниками.*

Методика. *Для решения поставленных математических задач применены принципы структурирования, конвейеризации, а также методы дискретных систем, теории расписаний, теории графов, линейных диаграмм Ганта и алгебры матриц.*

Результаты. *В работе исследован асинхронный режим функционирования распределенной микроэнергетической системы, получены математические соотношения для определения минимального общего времени выполнения неоднородных, однородных и одинаково распределенных процессов.*

Научная новизна. *Впервые исследована математическая модель функционирования микросети, в основу которой положен ресурсно-процессный подход.*

Практическая значимость. *Для определения минимального общего времени обслуживания microgrid как системы распределенных процессов в асинхронном режиме полученные зависимости служат основой для сравнительного анализа функционирования микроэнергосистемы в синхронных режимах, нахождения оптимального числа обрабатывающих устройств, числа блоков и директивных сроков реализации процессов, получения критериев эффективности и оптимальности структурирования программных ресурсов, исследования всевозможных смешанных режимов организации выполнения параллельных процессов при распределенной обработке.*

Ключевые слова: *асинхронный режим, microgrid, микроэнергетическая система, smart grid, структурирование, конвейеризация, программный ресурс, ограниченный (неограниченный) параллелизм, распределенные конкурирующие процессы.*

Введение. В связи с широким распространением микросетей (microgrid) актуальными являются проблемы построения и исследования математических моделей микроэнергетических систем (МЭС) с несколькими источниками распределенной генерации, изучения и сравнительного анализа различных режимов их функционирования. Это в свою очередь стимулирует проектирование и создание на основе распределенных МЭС интеллектуальных масштабируемых электротехнических систем (комплексов) с использованием технологии smart grid. Принцип технологии smart grid заключается в модернизации энергосистем с целью повышения надежности, контроля и оптимизации электропотребления всех элементов и участников. Отличительной особенностью данной технологии является интеграция компьютерной системы мониторинга, диагностики и управления, распределенных источников электрической энергии, линий электропередачи, пунктов секционирования, коммутационных аппаратов, распределенных накопителей электрической энергии и конечных потребителей электроэнергии на основе двустороннего коммуникационного обмена [1,2]. Системы microgrid с помощью «интеллекта» смогут в режиме on–line управлять множеством параллельных процессов, что обеспечит оперативность и эластичность к критериям оптимального управления режимами функционирования, включая различные тарифные зоны внешней сети, уровень генерации возобновляемых источников, контроль и учет электропотребления и др.[3].

Постановка задачи. Настоящая статья является естественным продолжением работы [4], в которой предложен ресурсно–процессный подход для построения математической модели функционирования микроэнергетической системы с взаимно–интегрированными распределенными источниками электроэнергии и компьютерными системами управления с учетом топологии, базовых и смешанных режимов функционирования, контроля генерации и потребления электроэнергии, синхронизации выполнения заданного множества параллельных процессов и использования программного ресурса.

Математическая модель распределенной МЭС. Как и в [4] математическая модель микроэнергетической системы распределенной обработки одновременно взаимодействующих конкурирующих процессов включает в себя $p,\ p \geq 2$, обрабатывающих устройств (ОУ) МЭС с параллельными процессами, $n,\ n \geq 2$, распределенных конкурирующих взаимодействующих процессов, $s,\ s \geq 2$, блоков структурированного программного ресурса (PR), матрицу $T = [t_{ij}]$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,s}$, времен выполнения блоков программного ресурса конкурирующими процессами, параметр $\varepsilon > 0$, характеризующий время, затрачиваемое microgrid на организацию параллельного использования блоков структурированного PR множеством конкурирующих процессов при распределенной обработке.

Предполагается, что все *n* процессов являются *распределенными*, т. е. все блоки процессов или их часть обрабатываются разными обрабатывающими устройствами, а также используют одну копию структурированного на блоки программного ресурса, причем из физических соображений на множестве блоков установлен линейный порядок их выполнения $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$.

Неоднородные микроэнергосистемы. *Асинхронный* режим взаимодействия ОУ, процессов и блоков программного ресурса МЭС определяется следующими условиями [3]:

1) ни один из блоков программного ресурса не может обрабатываться одновременно более чем одним обрабатывающим устройством;

2) ни одно из обрабатывающих устройств не может обрабатывать одновременно более одного блока PR;

3) обработка каждого блока программного ресурса осуществляется без прерываний;

4) распределение блоков программного ресурса по ОУ для каждого из процессов осуществляется циклически по правилу: блок с номером $j = kp + i$, $j = \overline{1,s}$, $i = \overline{1,p}$, $k \geq 0$, распределяется на обрабатывающее устройство с номером i;

5) отсутствуют простои обрабатывающих устройств при условии готовности блоков на выполнение, а также невыполнение блоков при наличии обрабатывающих устройств.

Определение 1. Система *n* распределенных конкурирующих взаимодействующих процессов называется *неоднородной*, если времена выполнения блоков PR $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$

зависят от объемов обрабатываемых данных и/или их структуры, т. е. разные для разных процессов [5].

Результаты исследования. Получение математических соотношений для вычисления точных значений общего времени выполнения множества параллельных процессов в различных режимах функционирования МЭС позволит в реальном времени оптимально управлять любыми сегментами микросети, планировать подключение новых объектов, оперативно перераспределять потоки электроэнергии, обрабатывать большие массивы информации.

Обозначим минимальное общее время выполнения n *неоднородных* распределенных конкурирующих процессов в микроэнергетической системе с p обрабатывающими устройствами в асинхронном режиме, с учетом введенного выше параметра ε, через $T_н^{ас}(p,n,s,\varepsilon)$. Для вычисления $T_н^{ас}(p,n,s,\varepsilon)$ рассмотрим случаи *неограниченного* ($2 \le s \le p$) и *ограниченного* ($s > p$) параллелизма.

В случае *неограниченного* параллелизма, т. е. когда число блоков структурированного программного ресурса не превосходит числа ОУ, можно считать, что каждый Q_j–й блок закреплен за j–м обрабатывающим устройством, $j=\overline{1,s}$. Тогда для обработки n процессов достаточно использовать $p=s$ ОУ, а остальные $p-s$ будут не задействованы.

Пусть $T^{\varepsilon}=[t_{ij}^{\varepsilon}]$ – $n \times s$–матрица времен выполнения блоков PR каждым из i–х процессов с учетом параметра ε. Тогда если установить взаимно однозначное соответствие между процессами и требованиями, блоками и приборами, то матрица времен выполнения блоков программного ресурса $[t_{ij}^{\varepsilon}]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, будет совпадать с матрицей времен обслуживания n требований s приборами в одномаршрутной задаче Беллмана–Джонсона [6]. Поэтому для вычисления минимального общего времени $T_н^{ас}(p,n,s,\varepsilon)$ выполнения $n \ge 2$ неоднородных распределенных конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s \ge 2$ блоков программный ресурс в микроэнергетической системе с $p \ge 2$ ОУ с учетом параметра $\varepsilon > 0$ можно воспользоваться функционалом этой задачи, который в нашем случае будет иметь вид:

$$T_н^{ас}(s,n,s,\varepsilon)=\max_{1\le u_1\le u_2\le\ldots\le u_{s-1}\le n}\left[\sum_{i=1}^{u_1}t_{i1}^{\varepsilon}+\sum_{i=u_1}^{u_2}t_{i2}^{\varepsilon}+\ldots+\sum_{i=u_{s-1}}^{n}t_{is}^{\varepsilon}\right], \qquad (1)$$

где $t_{ij}^{\varepsilon}=t_{ij}+\varepsilon$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, а $u_1,u_2,\ldots,u_{s-1}$ – целые положительные числа.

В случае, когда $s=p$, функционал Беллмана–Джонсона (1) будет иметь вид:

$$T_н^{ас}(p,n,p,\varepsilon)=\max_{1\le u_1\le u_2\le\ldots\le u_{p-1}\le n}\left[\sum_{i=1}^{u_1}t_{i1}^{\varepsilon}+\sum_{i=u_1}^{u_2}t_{i2}^{\varepsilon}+\ldots+\sum_{i=u_{p-1}}^{n}t_{is}^{\varepsilon}\right].$$

При создании компьютерных систем управления microgrid лучше использовать метод, который позволяет решать задачу определения минимального общего времени $T_н^{ас}(p,n,s,\varepsilon)$ выполнения неоднородных распределенных конкурирующих процессов в асинхронном режиме значительно эффективнее.

По заданным n, s и матрице времен выполнения блоков программного ресурса $T^{\varepsilon}=[t_{ij}^{\varepsilon}]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, строим сетевой вершинно–взвешенный граф G_1^{ac}, который содержащий ns вершин, расположенных в узлах прямоугольной $n\times s$–решетки (рис.1).

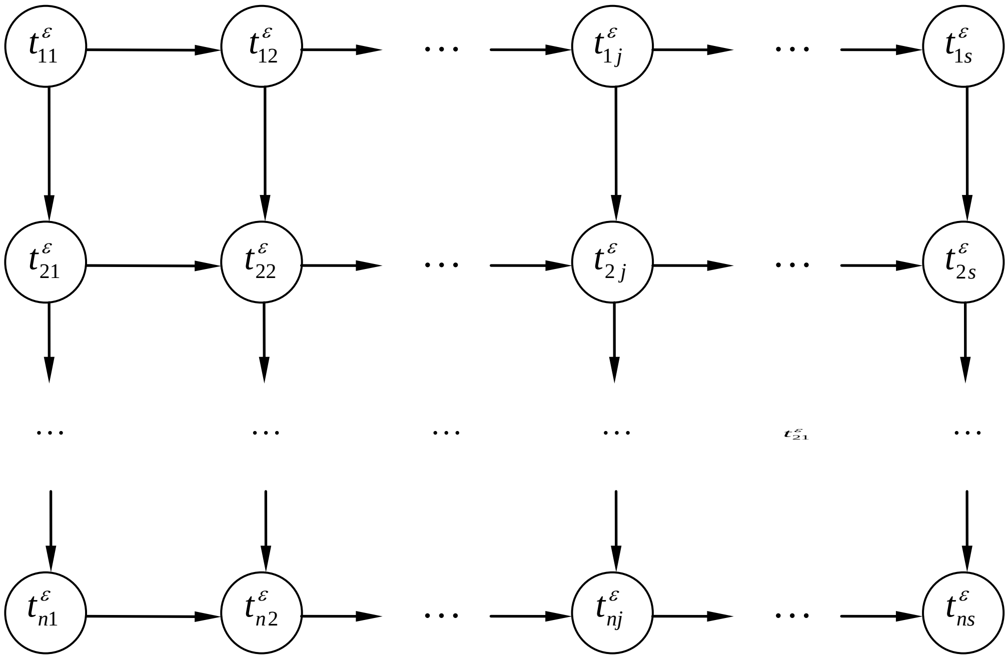

Рис.1. **Сетевой вершинно–взвешенный граф** G_1^{ac}

Каждой вершине графа G_1^{ac} соответствует значение t_{ij}^{ε}, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, причем t_{11}^{ε} – начальная вершина, t_{ns}^{ε} – конечная. Дуги в графе G_1^{ac} отражают линейный порядок выполнения блоков Q_j, $j=\overline{1,s}$, программного ресурса каждым из процессов, а также линейный порядок использования одних и тех же блоков разными процессами.

Таким образом, имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Минимальное общее время выполнения $n\geq 2$ неоднородных распределенных конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s\geq 2$ блоков программный ресурс с временами выполнения блоков, задаваемыми матрицей $T^{\varepsilon}=[t_{ij}^{\varepsilon}]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, в микроэнергетической системе с $p\geq 2$ обрабатывающими устройствами в асинхронном режиме в случае $2\leq s\leq p$, определяется длиной критического пути в сетевом вершинно–взвешенном графе G_1^{ac} из начальной вершины t_{11}^{ε} в конечную t_{ns}^{ε}.

Пример. Используя алгоритм нахождения критического пути в сетевом вершинно–взвешенном графе G_1^{ac}, найти минимальное общее время $T_н^{ac}(p,n,s,\varepsilon)$ выполнения системы распределенных конкурирующих взаимодействующих процессов с параметрами $p=5$,

$n=4$, $s=3$, $\varepsilon=0{,}5$. Времена выполнения блоков программного ресурса Q_j, $j=\overline{1,3}$, с учетом ε заданы матрицей $T^{\varepsilon}=\begin{bmatrix}3&1&4\\2&2&1\\1&3&3\\4&1&2\end{bmatrix}$.

Строим сетевой вершинно–взвешенный граф G_1^{ac} (рис.2).

Длина критического пути в графе равна 15, которая и определяет минимальное общее время выполнения неоднородных распределенных конкурирующих процессов.

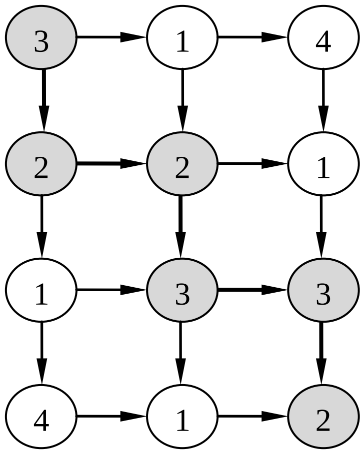

Рис.2. **Граф** G_1^{ac}

Рассмотрим случай *ограниченного* параллелизма, т. е. когда $s>p$, $s=kp+r$, $k\geq 1$, $1\leq r<p$. В этом случае имеет место теорема.

Теорема 2. Минимальное общее время $T_н^{ac}(p,n,s,\varepsilon)$ выполнения $n\geq 2$ неоднородных распределенных конкурирующих процессов, использующих линейно структурированный на $s\geq 2$ блоков программный ресурс с временами выполнения блоков, задаваемыми матрицей $T^{\varepsilon}=[t_{ij}^{\varepsilon}]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, в МЭС с $p\geq 2$ ОУ и дополнительными системными расходами $\varepsilon>0$, в асинхронном режиме в случае $s=kp+r$, $k\geq 1$, $1\leq r<p$, определяется длиной критического пути из начальной вершины t_{11}^{ε} в конечную вершину $t_{(k+1)n,(k+1)p}^{\varepsilon}$ сетевого вершинно–взвешенного графа G_2^{ac} (рис.3).

Доказательство. Все множество из s блоков разобьем на $k+1$ группу по p блоков в каждой, за исключением $(k+1)$–й группы, которая будет содержать r блоков. Тогда с учетом параметра ε исходную матрицу времен выполнения блоков $T^{\varepsilon}=[t_{ij}^{\varepsilon}]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,kp+r}$, разбиваем на $(k+1)$–у подматрицу T_l^{ε}, $l=\overline{1,k+1}$, размерностью $n\times p$ каждая, за исключением последней T_{k+1}^{ε}, которая будет содержать при s не кратном p только r столбцов, а остальные $p-r$ столбцов будут нулевыми.

По каждой из подматриц T_l^{ε}, $l=\overline{1,k+1}$, строим $(k+1)$–у линейную диаграмму Ганта, каждая из которых отображает во времени выполнение очередных p блоков структурированного программного ресурса на p обрабатывающих устройствах всеми n процессами (рис.5, $p = 3$, $n = 4$, $s = 8$). При этом, если $r \neq 0$, то $(k+1)$–я диаграмма будет отражать выполнение последних r блоков на p обрабатывающих устройствах.

Очевидно, что если выполнение очередной группы из p блоков начинать только после полного завершения выполнения предыдущей группы, то общее суммарное время выполнения всех n процессов в этом случае будет определяться как сумма длин критических путей в каждой из подряд идущих несовмещенных диаграммах Ганта, задаваемых прямой суммой матриц T_l^{ε}, $l = \overline{1, k+1}$.

Однако, это время можно существенно сократить, если воспользоваться приемом совмещения последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево. Причем совмещение осуществляется поблочно, начиная со второй диаграммы, на максимально возможную величину таким образом, чтобы не нарушались технологические условия, определяющие асинхронный режим взаимодействия процессов, ОУ и блоков PR.

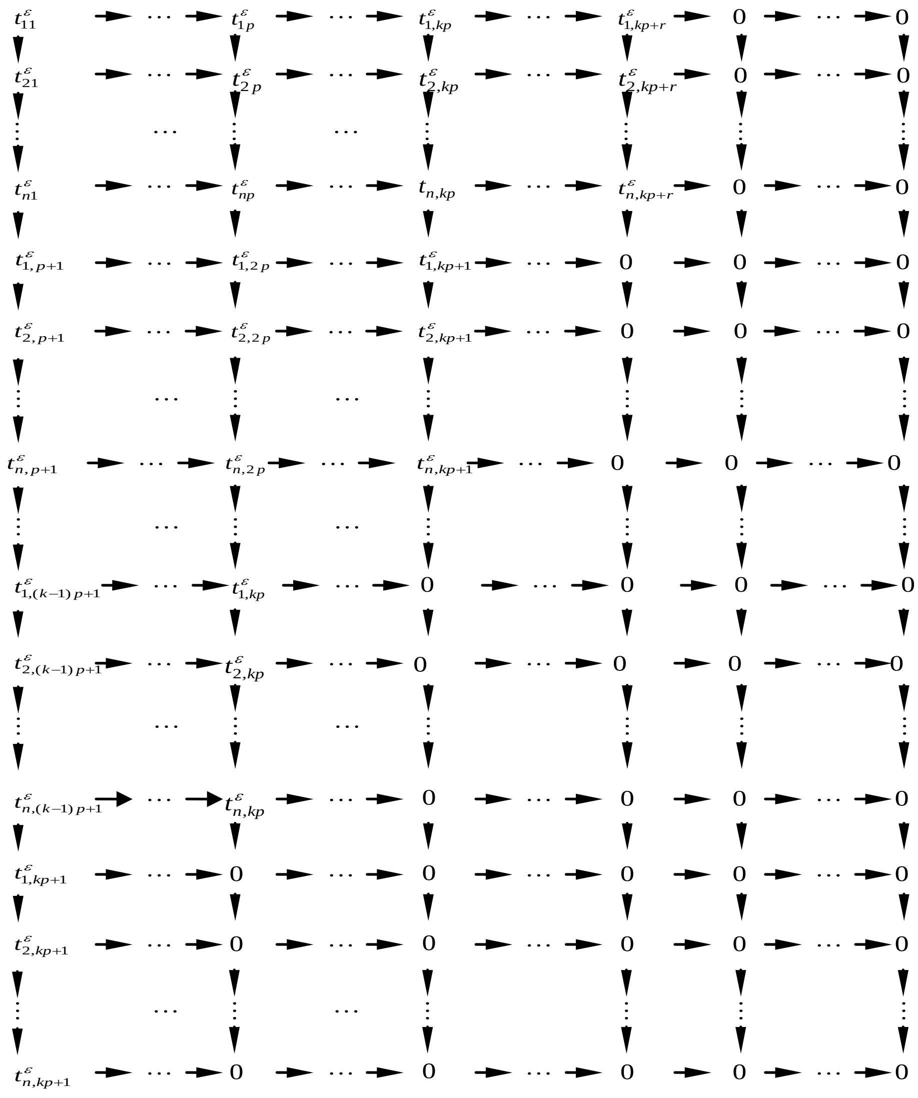

Рис.3. **Сетевой вершинно–взвешенный граф G_2^{ac}**

В результате совмещения получим результирующую совмещенную диаграмму Ганта, которая будет отображать выполнение $n \geq 2$ неоднородных распределенных конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s = kp + r$ блоков программный ресурс в МЭС с $p \geq 2$ обрабатывающими устройствами (рис.5).

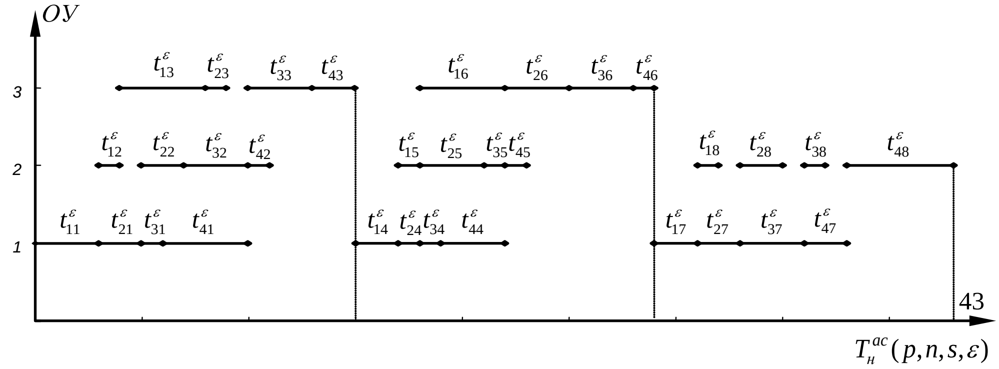

Рис. 4. **Несовмещенная диаграмма Ганта**

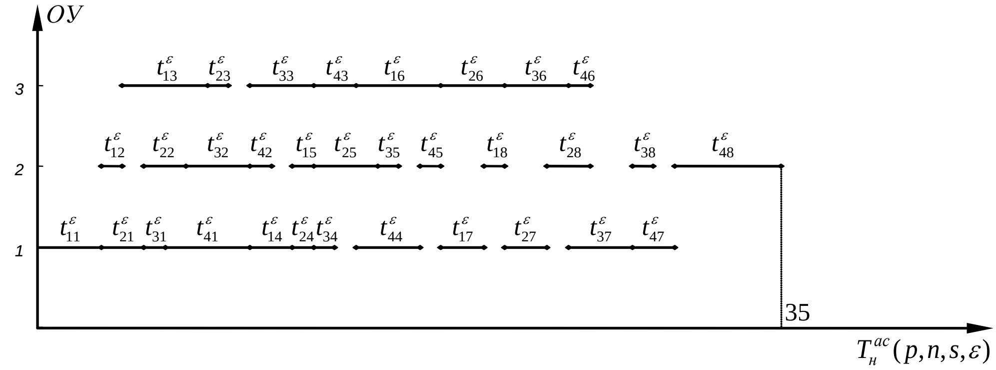

Рис. 5. **Совмещеная диаграмма Ганта**

Полученная структура результирующей совмещенной диаграммы Ганта будет полностью определяться матрицей T^* (2) времен выполнения блоков программного ресурса и состоять из подматриц T_1^ε, T_2^ε, ..., T_{k+1}^ε размерностью $n \times p$ каждая. При этом подматрицы T_l^ε, $l = \overline{1, k+1}$, в результирующей матрице T^* располагаются таким образом, чтобы не нарушался характер взаимодействия как блоков программного ресурса, выполняемых одним и тем же процессом, так и блоков, выполняемых на одном и том же ОУ. Первая строка матрицы T^* будет состоять из подматриц T_l^ε, $l = \overline{1, k+1}$, что отражает характер взаимодействия блоков программного ресурса внутри каждого из n процессов.

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1^\varepsilon & T_2^\varepsilon & T_3^\varepsilon & \cdots & T_k^\varepsilon & T_{k+1}^\varepsilon \\ T_2^\varepsilon & T_3^\varepsilon & T_4^\varepsilon & \cdots & T_{k+1}^\varepsilon & 0 \\ T_3^\varepsilon & T_4^\varepsilon & T_5^\varepsilon & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ T_k^\varepsilon & T_{k+1}^\varepsilon & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ T_{k+1}^\varepsilon & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

где T_l^{ε} и T_{k+1}^{ε} матрицы вида:

$$T_l^{\varepsilon}=\begin{bmatrix} t^{\varepsilon}_{1,(l-1)p+1} & t^{\varepsilon}_{1,(l-1)p+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{1,lp} \\ t^{\varepsilon}_{2,(l-1)p+1} & t^{\varepsilon}_{2,(l-1)p+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{2,lp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t^{\varepsilon}_{n,(l-1)p+1} & t_{n,(l-1)p+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{n,lp} \end{bmatrix},\ l=\overline{1,k}\,,\quad T_{k+1}^{\varepsilon}=\begin{bmatrix} t^{\varepsilon}_{1,kp+1} & t^{\varepsilon}_{1,kp+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{1,kp+r} & 0 & \cdots & 0 \\ t^{\varepsilon}_{2,kp+1} & t^{\varepsilon}_{2,kp+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{2,kp+r} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t^{\varepsilon}_{n,kp+1} & t^{\varepsilon}_{n,kp+2} & \cdots & t^{\varepsilon}_{n,kp+r} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

Каждый шаг совмещения диаграмм определяется соответствующим смещением подматриц T_l^{ε}, $l=\overline{2,k+1}$, таким образом, что очередная строка, состоящая из этих подматриц, смещалась справа налево на максимальную величину, сохраняющую линейный порядок выполнения блоков программного ресурса на одном и том же обрабатывающем устройстве. С учетом того, что все подматрицы T_l^{ε}, $l=\overline{1,k+1}$, имеют одну и туже размерность $n\times p$, величина смещения на каждом шаге будет равна p. Вместо смещенной на каждом шаге самой правой матрицы ставятся нули. Выполнив таким образом k шагов смещений, получим структуру результирующей матрицы T^*, соответствующую окончательно совмещенной диаграмме Ганта. Причем в матрице T^* будут учтены как все горизонтальные связи между блоками, так и все вертикальные, а также связи между блоками из разных диаграмм Ганта.

Отметим, что результирующая матрица T^* будет иметь размерность $(k+1)n\times(k+1)p$. Матрица T^* будет блочной, симметричной, верхней диагональной относительно второй диагонали, типа Ганкелевой порядка $k+1$.

Далее построим сетевой вершинно–взвешенный граф G_2^{ac} (рис.4) с весами, задаваемыми матрицей T^*. Вершины этого графа будут расположены в узлах прямоугольной $(k+1)n\times(k+1)p$ –решетки.

Как и в случае $s\le p$, общее время $T_н^{ac}(p,n,s=kp+r,\varepsilon)$ выполнения n неоднородных распределенных конкурирующих процессов определяется длиной критического пути из начальной вершины t_{11}^{ε} в конечную $t^{\varepsilon}_{(k+1)n,(k+1)p}$. Теорема доказана.

Однородные микроэнергосистемы.

О п р е д е л е н и е 2. Систему распределенных конкурирующих процессов будем называть *однородной*, если времена выполнения Q_j –го блока PR каждым из i –х процессов равны, т. е. $t_{ij}=t_j$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$.

Пусть $(t_1^{\varepsilon},\ t_2^{\varepsilon},\ ...,\ t_s^{\varepsilon})$ – длительности выполнения каждого из блоков Q_j, $j=\overline{1,s}$, программного ресурса с учетом накладных расходов ε, $t_j^{\varepsilon}=t_j+\varepsilon$, $j=\overline{1,s}$. Обозначим длительность выполнения всего PR каждым из процессов через $T_{\varepsilon}^{s}=\sum_{j=1}^{s}t_j^{s}$. Тогда имеет место следующая теорема.

Т е о р е м а 3. Минимальное общее время выполнения n однородных распределенных конкурирующих процессов, $n\ge 2$, использующих структурированный на s блоков программный ресурс, $s \geq 2$, с временами выполнения блоков $(t_1^\varepsilon,\ t_2^\varepsilon,\ ...,\ t_s^\varepsilon)$, $\sum_{j=1}^{s} t_j^s = T_\varepsilon^s$, в МЭС с p одинаковыми обрабатывающими устройствами, $p \geq 2$, в случае $2 \leq s \leq p$, в асинхронном режиме составляет величину $T_o^{ac}(p,n,s,\varepsilon)$ равную

$$T_o^{ac}(p,n,s,\varepsilon) = T_\varepsilon^s + (n-1)\max_{1\leq j\leq s} t_j^\varepsilon .$$

Доказательство. Функционал (1) в случае однородной распределенной microgrid примет следующий вид:

$$T_o^{ac}(p,n,s,\varepsilon) = \max_{1\leq u_1 \leq u_2 \leq ... \leq u_{s-1} \leq n} \left[\sum_{i=1}^{u_1} t_1^\varepsilon + \sum_{i=u_1}^{u_2} t_2^\varepsilon + ... + \sum_{i=u_{s-1}}^{n} t_s^\varepsilon \right] = T_\varepsilon^s + (n-1)\max_{1\leq j\leq s} t_j^\varepsilon ,$$

что и доказывает теорему.

Матрица времен выполнения блоков программного ресурса в этом случае будет иметь размерность $n \times s$ и состоять из n одинаковых строк, т.е. будет иметь вид:

$$T^\varepsilon = \begin{bmatrix} t_1^\varepsilon & t_2^\varepsilon & \cdots & t_s^\varepsilon \\ t_1^\varepsilon & t_2^\varepsilon & \cdots & t_s^\varepsilon \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ t_1^\varepsilon & t_2^\varepsilon & \cdots & t_s^\varepsilon \end{bmatrix}.$$

В случае, когда $s > p,\ s = kp$, матрица времен выполнения блоков программного ресурса строится аналогично, как и матрица (2). Отличие состоит в том, что в каждой из подматриц T_l^ε, $l = \overline{1,k}$, матрицы (2) все строки совпадают. Если $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$, то последняя подматрица T_{k+1}^ε соответствующей матрицы времен выполнения блоков структурированного программного ресурса будет содержать $p - r$ нулевых столбцов.

Тогда, по аналогии с теоремой 2, общее время $T_o^{ac}(p,n,s > p,\varepsilon)$ выполнения множества однородных распределенных конкурирующих процессов определяется длиной критического пути из начальной вершины в конечную соответствующего сетевого графа.

Определение 3. Структурирование программного ресурса на s блоков с временами выполнения $(t_1^\varepsilon,\ t_2^\varepsilon,\ ...,\ t_s^\varepsilon)$, $\sum_{j=1}^{s} t_j^s = T_\varepsilon^s$, будем называть *равномерным*, если $t_1^\varepsilon = t_2^\varepsilon = ... = t_s^\varepsilon = t^\varepsilon$.

Следствие. В случае равномерного структурирования для вычисления минимального общего времени выполнения n распределенных конкурирующих процессов имеют место формулы:

$$T_p^{ac}(p,n,s,\varepsilon) = \begin{cases} (n+s-1)t^\varepsilon, \ \textit{если} \ \ p \geq \min\{n,s\}, \\ (kn+p-1)t^\varepsilon, \ \textit{если} \ \ p < \min\{n,s\} \ \ \textit{и} \ \ s = kp, \\ [(k+1)n + r - 1]t^\varepsilon, \ \textit{если} \ \ p < \min\{n,s\} \ \ \textit{и} \ \ s = kp + r, \ \ k \geq 1, \ 1 \leq r < p. \end{cases}$$

Одинаково распределенные микроэнергосистемы.

Определение 4. Систему конкурирующих процессов будем называть *одинаково распределенной*, если времена выполнения блоков t_{ij} PR каждым из i–х процессов совпадают и равны t_i^ε для всех $i=\overline{1,n}$, т. е. справедлива цепочка равенств $t_{i1}^\varepsilon = t_{i2}^\varepsilon = ... = t_{is}^\varepsilon = t_i^\varepsilon$ для всех $i=\overline{1,n}$.

Обозначим через $T_\varepsilon^n = \sum_{i=1}^{n} t_i^\varepsilon$ – суммарное время выполнения каждого из блоков Q_j, $j=\overline{1,s}$, всеми n процессами, $t_i^\varepsilon = t_i + \varepsilon$, $i=\overline{1,n}$. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 4. Минимальное общее время выполнения $n \ge 2$ одинаково распределенных конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s \ge 2$ блоков программный ресурс в микроэнергосистеме с $p \ge 2$ одинаковыми обрабатывающими устройствами и дополнительными системными расходами $\varepsilon > 0$, в асинхронном режиме составляет величину $T_{op}^{ac}(p,n,s,\varepsilon)$, равную

$$T_{op}^{ac}(p,n,s,\varepsilon) = \begin{cases} T_\varepsilon^n + (s-1)\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon, \ \textit{при} \ s \le p \ \textit{и} \ T_\varepsilon^n \le p \max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon, \\ kT_\varepsilon^n + (p-1)\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon, \ \textit{если} \ T_\varepsilon^n > p\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon \ \textit{и} \ s = kp, \ k > 1, \\ (k+1)T_\varepsilon^n + (r-1)\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon, \ \textit{если} \ T_\varepsilon^n > p\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon \ \textit{и} \ s = kp + r, \ k \ge 1, \ 1 \le r < p. \end{cases}$$

Доказательство. Для доказательства рассмотрим сначала случай, когда число ОУ является достаточным, т.е. число блоков программного ресурса $s \le p$. Тогда элементы матрицы времен выполнения блоков программного ресурса $[t_{ij}^\varepsilon]$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, будут иметь вид $t_{ij}^\varepsilon = t_i^\varepsilon$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,s}$, и будут совпадать с соответствующими элементами матрицы времен обслуживания требований приборами в одномаршрутной задаче Беллмана–Джонсона. Поэтому для вычисления минимального общего времени $T_{op}^{ac}(p,n,s,\varepsilon)$ выполнения одинаково распределенных конкурирующих процессов можно воспользоваться функционалом этой задачи, который в наших обозначениях примет вид:

$$T_{op}^{ac}(p,n,s,\varepsilon) = \max_{1\le u_1\le u_2\le ...\le u_{s-1}\le n}\left[\sum_{i=1}^{u_1} t_i^\varepsilon + \sum_{i=u_1}^{u_2} t_i^\varepsilon + ... + \sum_{i=u_{s-1}}^{n} t_i^\varepsilon\right] == T_\varepsilon^n + (s-1)\max_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon.$$

Рассмотрим далее случай, когда $s = kp$, $k > 1$. Будем предполагать, что ОУ универсальны. Тогда соответствующая матрица времен выполнения блоков программного ресурса будет иметь размерность $kn \times p$ и состоять из k одинаковых ненулевых подматриц $[t_{ij}^\varepsilon]_{n\times p}$. Вычисление общего времени $T_{op}^{ac}(p,n,s=kp,\varepsilon)$ в этом случае с помощью функционала задачи Беллмана–Джонсона приводит к формуле:

$$T_{op}^{ac}(p,n,kp,\varepsilon) = \max_{1\le u_1\le u_2\le ...\le u_{p-1}\le kn}\left[\sum_{i=1}^{u_1} t_i^\varepsilon + \sum_{i=u_1}^{u_2} t_i^\varepsilon + ... + \sum_{i=u_{p-1}}^{kn} t_i^\varepsilon\right] = kT_\varepsilon^n + (p-1)\max_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon.$$

В случае, когда $s = kp + r$, $k \ge 1$, $1 \le r < p$ соответствующая матрица времен выполнения блоков программного ресурса размерности $(k+1)n \times p$ будет иметь в $(k+1)$–й подматрице $p - r$ нулевых столбцов. Вычисление общего времени с помощью функционала задачи Беллмана–Джонсона приводит к третьей формуле теоремы 4. Теорема доказана.

Выводы. Доказанные в этой работе теоремы 1–4 и полученные математические соотношения позволяют находить с заданной точностью значения минимального общего времени выполнения множества распределенных конкурирующих процессов для асинхронного режима с использованием аналитического и алгоритмического подхода на основе вершинно–взвешенных графов. Характер полученных зависимостей позволяет также явно учитывать параметр, характеризующий накладные расходы времени, связанные с затратами на реализацию механизмов управления параллельными процессами при распределенной обработке. Полученные формулы служат основой для решения задач оптимизации числа обрабатывающих устройств, блоков PR, получения критериев эффективности и оптимальности структурирования программных ресурсов, исследования всевозможных смешанных режимов организации выполнения параллельных процессов при распределенной обработке.

Список использованной литературы

1. European Commission, "European smartgrids technology platform - vision and strategy for europe's electricity networks of the future," Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg, Tech. Rep. EUR 22040, 2006, available at http://ec.europa.eu/research/energy/pdf/smartgrids_en.pdf.
2. "Sinergie: Synergie van intelligentie en energie - in elektriciteitsnetten van de toekomst -," Delft University of Technology, Netherlands, Tech. Rep. EOSLT04034, May 2007, in Dutch.
3. Kozyrskiy V., Kaplun V. Analysis of streams in local systems with distributed generation by methods of graph theory // Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW Agriculture. – 2011. – №57, pp. 109–112.
4. Каплун В.В., Павлов П.А., Штепа В.Н. Ресурсно–процессный подход к построению математической модели микроэнергетической системы // Вестник Киевского национального университета технологий и дизайна. – 2010. – №2(96). – С. 48–60.
5. Павлов П.А., Коваленко Н.С. Математическое моделирование параллельных процессов. – Germany: Lambert Academic Publishing. – 2011. – 246 с.
6. Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струсевич В.А. Теория расписаний. Многостадийные системы. М., 1989. – 328 с.

АСИНХРОННИЙ РЕЖИМ ФУНКЦІОНУВАННЯ МІКРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ

КАПЛУН В.В.[1], ПАВЛОВ П.А.[2], ШТЕПА В.Н.[1], КАПЛУН Р.В.[1]
Київський національний університет технологій та дизайну[1]
Полесский государственный университет, Республика Беларусь[2]

Мета. Одержання математичних співвідношень для розрахунку з заданою точністю тривалості виконання множини паралельних процесів в мікроенергосистемі з декількома джерелами.

Методика. Для вирішення поставлених математичних завдань використані принципи структурування, конвеєризації, а також методи дискретних систем, теорії розкладів, теорії графів, лінійних діаграм Ганта та алгебри матриць.

Результати. В статті досліджений асинхронний режим функціонування мікроенергетичної системи з декількома джерелами, одержані математичні співвідношення для визначення мінімальної загальної тривалості виконання неоднорідних, однорідних та однаково розподілених процесів.

Наукова новизна. Вперше досліджена математична модель функціонування мікромережі, а основу якої покладений ресурсно-процесний підхід.

Практична цінність. Для визначення мінімальної загальної тривалості обслуговування microgrid як системи розподілених процесів в асинхронному режимі одержані залежності є основою для порівняльного аналізу функціонування мікроенергетичної системи в синхронних режимах, знаходження оптимальної кількості пристроїв обробки, кількості блоків і (або) директивних термінів реалізації процесів, визначення критеріїв ефективності і оптимальності структурування програмних ресурсів, дослідження різних змішаних режимів організації виконання паралельних процесів про розподіленій обробці.

Ключові слова: *асинхронний режим, microgrid, мікроенергетична система, smart grid, структурування, конвеєризація, програмний ресурс, обмежений (необмежений) паралелізм, розподілені конкуруючі процеси.*

ASYNCHRONOUS FUNCTIONING MODE OF MICROPOWER SYSTEM

KAPLUN V.V.[1], PAVLOV P.A.[2], SHTEPA V.N.[1], KAPLUN R.V.[1]
Kyiv National University of Technologies & Design[1]
Polessky State University, Republic of Belarus[2]

Purpose. Obtaining mathematical relationships to calculate a given accuracy duration of the plurality of parallel processes in microgrid with multiple sources.

Methods. To solve the mathematical problems used the principles of structuring, pipelining, as well as the methods of discrete systems, scheduling theory, graph theory, linear Gantt charts and matrix algebra.

Results. We investigated asynchronous micro grid operation of a distributed system, derived mathematical relationships to determine the minimum total execution time of heterogeneous and homogeneous identically distributed processes.

Originality. The first time investigated the mathematical model of the functioning of microgrids, which was based on the resource and process approach.

The practical significance. To use for determination of the minimum total time of service microgrid as a system of distributed processes asynchronously received according serve as a basis for comparative analysis micro grid operation in synchronous mode, finding the optimal number of processing units, the number of units and (or) the deadlines of realization processes, obtaining the criteria of efficiency and optimal structuring software resources, the study of all kinds of mixed modes of organization of parallel processes in distributed processing.

Keywords: *asynchronous mode, micro grid, smart grid, structuring, pipelining, a software resource limited (unlimited) parallelism, distributed competing processes.*