УДК 677.017

В. Ю. КАЛАШНИК, В. Ю. ЩЕРБАНЬ

Київський національний університет технологій та дизайну

ВИЗНАЧЕННЯ НАТЯГУ І ФОРМИ ЖОРСТКОЇ НИТКИ НА ЗГИН ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ КОВЗАННІ

Теоретичні дослідження процесу взаємодії ниток з нитконапрямними при поперечному ковзанні з урахуванням жорсткості нитки на згин ставлять перед собою мету визначення форми осі нитки і її натягу в довільній крапці, що дозволить удосконалити процес її переробки на технологічному устаткуванні трикотажної і текстильної промисловості.

***Ключові слова**: нитка, поперечному ковзанні,форми осі нитки, анізотропія.*

Поперечне ковзання ниток зустрічається в багатьох технологічних процесах текстильної і трикотажної промисловості. Даний вид взаємодії має місце, коли розрахунковий радіус поперечного перетину нитки порівняний з відстанню між направляючими точками А і В (рис.1). В даному випадку необхідно враховувати жорсткість нитки на згин.

Об'єкти та методи дослідження

Удосконалення технологічних процесів трикотажної та текстильної промисловості повинно базуватися на комплексних дослідженнях процесу взаємодії ниток з напрямними поверхнями великої кривини [1, 2].

Отримання теоретичних залежностей дозволить отримати рівняння для визначення натягу та форми вісі нитки в зоні формування тканини та трикотажу з урахуванням жорсткості на згин, зменшити відсоток обривів ниток, поліпшити якість готової продукції [2].

Постановка завдання

Отримати залежності для визначення натягу ниток з урахуванням анізотропії фрикційних властивостей останніх та залежності для визначення форми вісі нитки з урахуванням жорсткості на згин.

Результати та їх обговорення

На рис.1 представлена відповідна розрахункова схема. Спроектуємо всі сили, що діють на елементарний відрізок нитки ds, на осі натурального трикутника, а також складемо рівняння рівноваги моментів всіх сил щодо точки центру елементарного відрізку. В результаті отримаємо наступну систему диференційних рівнянь

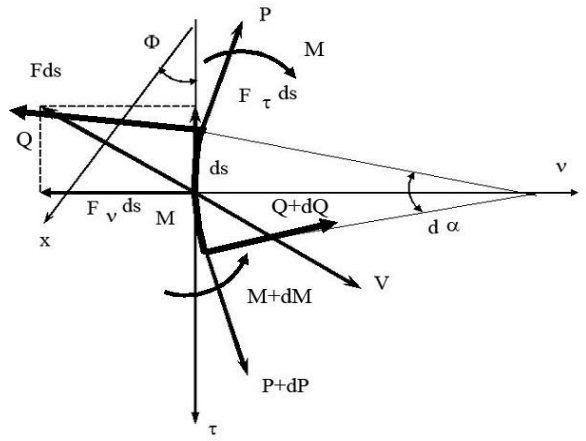

Рис. 1. **Розрахункова схема**

$$\frac{dP}{ds} - qQ - F_\tau = 0,$$
$$\frac{dQ}{ds} + Pq - F_\nu = 0,$$
$$\frac{dM}{ds} + Q = 0, \quad M = Bq,$$
$$N = \mu_0 g, \quad q = \frac{d\varphi}{ds}, \qquad (1)$$

де P – натяг нитки, Н; s – дугова координата, м; q – кривина осі нитки, м; F_τ, F_ν – проекції сили тертя на осі натурального трикутника; Q –перерізна сила, Н; M – згинальний момент, Нм; B – коефіцієнт жорсткості нитки на згин, Нм^2; φ – кут нахилу дотичної в точці М до осі X, рад.; N – питома нормальна реакція поверхні, Н; μ_0 – лінійна щільність нитки, кг/м; g – прискорення вільного падіння, м/с2.

Сили тертя визначаються затакими формулами:

$$F_\tau = F_1 \sin\varphi,$$
$$F_\nu = F_2 \cos\varphi. \qquad (2)$$

Величини складових сил тертя F_1, F_2 визначаються по формулах

$$F_1 = k_1 N, \quad F_2 = k_2 N, \qquad (3)$$

де k_1, k_2 – коефіцієнти тертя відповідно при русі у напрямі дотичної і нормальної осей.

Тоді, з урахуванням (2) –(3), система диференціальних рівнянь (1) прийме вид

$$\frac{dP}{ds} - qQ - k_1\mu_0 g \sin\varphi = 0,$$
$$\frac{dQ}{ds} + Pq - k_2\mu_0 g \cos\varphi = 0,$$
$$\frac{dM}{ds} + Q = 0, \quad M = Bq,$$
$$N = \mu_0 g, \quad q = \frac{d\varphi}{ds}, \qquad (4)$$

Коефіцієнт жорсткості нитки на згин визначається по формулі

$$B = EI,$$

де E _ модуль пружності нитки при розтягуванні, Н/м2;

I _ момент інерції перетину нитки, м^4;

З урахуванням останнього виразу система диференційних рівнянь (4) прийме вигляд

$$\frac{dP}{ds} - qQ - k_1\mu_0 g\sin\varphi = 0,$$
$$\frac{dQ}{ds} + Pq - k_2\mu_0 g\cos\varphi = 0,$$
$$\frac{dM}{ds} + Q = 0, \quad M = EIq,$$
$$N = \mu_0 g, \quad q = \frac{d\varphi}{ds}, \qquad (5)$$

З третього рівняння системи (5) отримуємо

$$Q = -\frac{dM}{ds}. \qquad (6)$$

Підставляємо (6) в четверте рівняння системи диференційних рівнянь (5) (тут вважаємо, що коефіцієнт жорсткості нитки на згин є постійною величиною)

$$Q = -\frac{Bdq}{ds}. \qquad (7)$$

Отриманий результат підставляємо в перше рівняння системи (5), отримуємо

$$\frac{dP}{ds} + \frac{Bqdq}{ds} - k_1\mu_0 g\sin\varphi = 0.$$

Помножимо ліву і праву частини останнього диференційного рівняння на ds

$$dP + Bqdq - k_1\mu_0 g\sin\varphi ds = 0. \qquad (8)$$

У рівнянні (8)

$$\sin\varphi ds = dy.$$

З урахуванням цього матимемо

$$dP + Bqdq - k_1\mu_0 gdy = 0.$$

Проінтегруємо останнє диференційне рівняння

$$P = C - B\frac{q^2}{2} + k_1\mu_0 gy, \qquad (9)$$

де C – постійна інтегрування, Н.

За наступних початкових умов $P = P_0$, $y = y_0$, $q = q_0$, отримаємо

$$C = P_0 + B\frac{q_0^2}{2}.$$

Підставляючи останній вираз в (9), отримаємо

$$P = P_0 + \frac{B}{2}(q_0^2 - q^2) + k_1\mu_0 gy. \qquad (10)$$

У другому рівнянні системи (5) можна нехтувати першим членом в лівій частині (швидкість зміни перерізної сили по дуговій координаті незначна). Отже

$$P = \frac{k_2 \mu_0 g \cos\varphi}{q}. \qquad (11)$$

Підставляємо отриманий результат в перше рівняння системи (5)

$$\frac{k_2 \mu_0 g d(\cos\varphi)}{qds} - \frac{k_2 \mu_0 g \cos\varphi dq}{q^2 ds} + \frac{Bq^2 dq}{ds} - k_1 \mu_0 g \sin\varphi = 0.$$

Перетворимо останній вираз до вигляду

$$-k_2 \mu_0 g \sin\varphi - \frac{k_2 \mu_0 g \cos\varphi dq}{qd\varphi} + \frac{Bq^2 dq}{d\varphi} - k_1 \mu_0 g \sin\varphi = 0.$$

Згрупуємо в останньому рівнянні подібні члени

$$-(k_1 + k_2)\mu_0 g \sin\varphi - \frac{k_2 \mu_0 g \cos\varphi dq}{qd\varphi} + \frac{Bq^2 dq}{d\varphi} = 0.$$

Побільшуючи праву і ліву частини останнього рівняння на $d\varphi$ і розділимо на $\cos\varphi$ і $\mu_0 g$, отримаємо

$$-(k_1 + k_2)\mu_0 g \sin\varphi - \frac{k_2 q}{q} + \frac{Bq^2 dq}{\mu_0 g \cos\varphi} = 0.$$

Після інтегрування отримуємо

$$ln(\cos\varphi)^{(k_1+k_2)} - \ln q^{k_2} + \frac{Bq^3}{3\mu_0 g \cos\varphi_*} = \ln C_1, \qquad (12)$$

де C_1 довільна постійна інтегрування. Тут необхідно відзначити, що при інтегруванні останнього члена використовувалася перша теорема про середню. Значення $\cos\varphi_*$ досліджується на інтервалі від 0 до кута нахилу дотичної в точці закріплення А (приймаємо φ_*=0).

Визначаємо довільну постійну інтегрування за наступних граничних умов при $\varphi = 0 \quad q = q_0$.

Тоді з (12) отримаємо

$$\ln C_1 q_0^{k_2} = \frac{Bq_0{}^3}{3\mu_0 g},$$

Остаточно

$$C_1 = \frac{e^{\frac{Bq_0{}^3}{3\mu_0 g}}}{q_0^{k_2}}. \qquad (13)$$

Підставляємо (13) в рівняння (12)

$$\ln\frac{\cos\varphi^{(k_1+k_2)}q_0^{k_2}}{q^{k_2}e^{\frac{Bq_0^3}{3\mu_0 g}}}=-\frac{Bq_0^3}{3\mu_0 g}. \qquad (14)$$

Остаточно

$$\cos\varphi=\sqrt[(k_1+k_2)]{\frac{q^{k_2}}{q_0^{k_2}}e^{\frac{B}{3\mu_0 g}(q_0^3-q^3)}}. \qquad (15)$$

Якщо в рівнянні (15) нехтувати анізотропією тертя і жорсткістю на згин, то отримаємо класичне рівняння ланцюгової лінії.

На рис.2 представлені розрахунки залежності кута нахилу дотичної і натягнення нитки від величини кривизни осі нитки.

Розрахунки виконувалися для наступних значень: q_0 =1 м-1 B =17•10-8 Нм2 $\mu_0 g$ =3•10-3 Нм k_1 =0,1, k_2 =0,35.Аналіз представлених графічних залежностей показує, що із зменшенням кривизни (збільшенням радіусу кривизни) кут нахилу дотичної до осі x росте. Така ж тенденція спостерігається і з натягом.

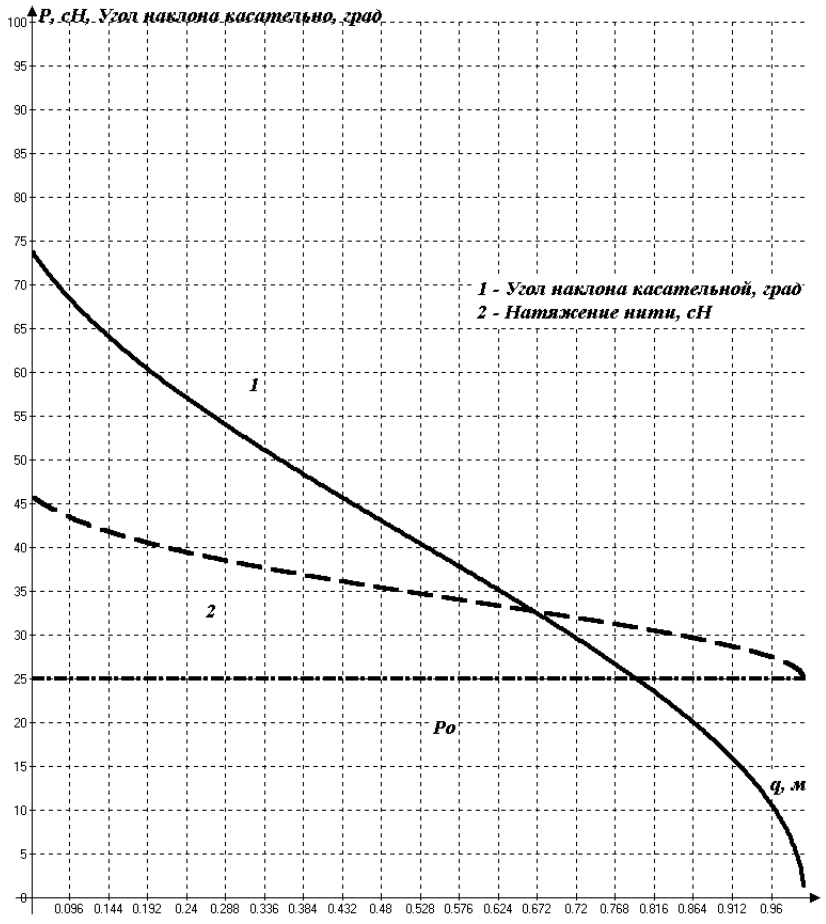

Рис. 2. **Графічні залежності зміни кута нахилу дотичної і натягнення від кривини**

Висновки

Теоретичні дослідження процесу взаємодії ниток з напрямними при поперечному ковзанні з урахуванням жорсткості на згиндозволили визначити форму осі нитки і її натяг в довільній точці, що дозволить удосконалити процес її переробки на технологічному устаткуванні текстильної та трикотажної промисловості.

Список використаної літератури

1. Щербань В.Ю., Хомяк О.Н., Щербань Ю.Ю. Механика нити. – К.:КНУТД, – 2002. – 196 с.

2. Щербань В.Ю., Слизков А.Н., Озадовский А.Б., Щербань Ю.Ю. Программные и математические компоненты проектирующих подсистем технологических процессов, оборудования, свойств материалов легкой и текстильной промышленности. – К.: Конус-Ю, – 2009. – 327 с.

Стаття надійшла до редакції 17.09.2012

Исследование поперечного движения нити по площади с учетом анизотропии трения

Калашник В.Ю., Щербань В.Ю.
Киевский национальный университет технологий и дизайна

Теоретические исследования процесса взаимодействия нитей с нитенаправляющими при поперечном скольжении с учетом жесткости нити на изгиб ставят перед собой цель определения формы оси нити и ее натяжения в произвольной точке, что позволит усовершенствовать процесс ее переработки на технологическом оборудовании трикотажной и текстильной промышленности.

Ключевые слова: нить, поперечном скольжении, формы оси нити, анизотропия.

Investigation of the transverse motion of the threads on the area, taking into account the anisotropy of the friction

Kalashnik V., Scherban V.
Kiev NationalUniversity of Technologies& Design

Theoretical studies of the interaction with the filamentary yarn guides for cross-slip, taking into account the bending rigidity of yarn are aiming to determine the shape of the filament axis and the tension at any point, which will improve the process of technological equipment for processing on knitting and textile industries.

Keywords: thread, cross-slip, form the filament axis, the anisotropy.