

УДК 004.4

[https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-5\(46\)-1993-2006](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-5(46)-1993-2006)

Резанова Вікторія Георгіївна кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електромеханіки, Київський національний університет технологій та дизайну, м. Київ, <http://orcid.org/0000-0003-4630-2701>

Гольдберг Мар'яна Ігорівна кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електромеханіки, Київський національний університет технологій та дизайну, м. Київ, <https://orcid.org/0000-0002-9982-7264>

Яхно Володимир Михайлович кандидат технічних наук, доцент, старший викладач кафедри комп'ютерної інженерії та електромеханіки, Київський національний університет технологій та дизайну, м. Київ, <https://orcid.org/0000-0001-6129-4178>

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ УТВОРЕННЯ МІКРОВОЛОКОН: ДОСЛІДЖЕННЯ, СТВОРЕННЯ, ПРОГРАМНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ, АНАЛІЗ

Анотація. Аналіз сучасного стану та перспектив науки та технологій свідчить, що активні наукові дослідження мають державні пріоритети у країн з найбільш розвиненою економікою. Впровадження їх результатів змінює світові тенденції розвитку в напрямку значного розширення можливостей широкого кола галузей економіки: хімії, фармацевтики, фармакології, будівництва, авіації, аеронавтики та космонавтики, енергетики, оборони, транспорту тощо.

Полімерні композиційні матеріали широко використовуються в багатьох сферах життєдіяльності, а в останні роки попит на них різко виріс та розширились галузі застосування від побутових товарів (тканин, текстилю, трикотажу, упаковки, біомедичних продуктів) до високотехнологічної продукції (аерокосмічної і військової техніки). Це обумовлено тим, що композити з двома або більше окремими складовими, що структурно доповнюють один одного, мають унікальні характеристики, які відсутні в кожному окремому компоненті.

Проведення досліджень полімерних композицій потребує великої кількості багатфакторних експериментів. Це пов'язано зі значними затратами часу і матеріалів, оскільки вплив кожного фактора оцінюється окремо. Виходячи з цього, одним із шляхів, що дозволяє вести наукові дослідження прискореними темпами і знаходити рішення, максимально наближені до

оптимальних з мінімальними витратами, є використання математичних методів планування і аналізу експериментів та створення програмного забезпечення для обробки одержаних результатів. Широкий спектр наукових досліджень щодо формування і вдосконалення мікрофібрилярної структури за течії розплаву суміші термодинамічно несумісних полімерів з використанням методів математичного моделювання було виконано у Київському національному університеті технологій та дизайну. Зокрема, на основі структурно-континуального підходу розроблена математична модель, яка описує процес утворення фібрил одного компоненту у масі іншого. Одержана модель добре описує реальні процеси деформації крапель дисперсної фази за течії розплавів сумішей полімерів у вхідній зоні формувального отвору, що дає можливість отримувати фібрили з діаметрами нанорозмірів та з покращеними властивостями.

Ключові слова: математична модель, розплав суміші полімерів, мікрОВОлокна, програмне забезпечення.

Rezanova Viktoriia Georhiivna PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Computer Engineering and Electromechanics, Kyiv National University of Technologies and Design, Kyiv, <http://orcid.org/0000-0003-4630-2701>

Goldberg Mariana Ihorivna PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Computer Engineering and Electromechanics, Kyiv National University of Technologies and Design, Kyiv, <https://orcid.org/0000-0002-9982-7264>

Yakhno Volodymyr Mykhailovych Phd in Engineering, Associate Professor, Senior Lecturer of the Department of Computer Engineering and Electromechanics, Kyiv National University of Technologies and Design, <https://orcid.org/0000-0001-6129-4178>

MATHEMATICAL MODELING OF THE MICROFIBER FORMATION PROCESS: RESEARCH, CREATION, SOFTWARE, ANALYSIS

Abstract. Analysis of the current state and prospects of science and technology shows that active scientific research has state priorities in countries with the most developed economies. The implementation of their results changes global development trends towards a significant expansion of the capabilities of a wide range of economic sectors: chemistry, pharmaceuticals, pharmacology, construction, aviation, aeronautics and astronautics, energy, defense, transport, etc.

Polymer composite materials are widely used in many areas of life, but in recent years the demand for them has grown sharply and the areas of application

have expanded from household goods (fabrics, textiles, knitwear, packaging, biomedical products) to high-tech products (aerospace and military equipment). This is due to the fact that composites with two or more separate components that structurally complement each other have unique characteristics that are absent in each individual component.

Conducting research on polymer compositions requires a large number of multifactorial experiments. This is due to significant time and material costs, since the impact of each factor is assessed separately. Based on this, one of the ways to conduct scientific research at an accelerated pace and find solutions that are as close as possible to the optimal ones with minimal costs is to use mathematical methods for planning and analyzing experiments and creating software to process the results obtained. A wide range of scientific research on the formation and improvement of the microfibrillar structure during the melt flow of a mixture of thermodynamically incompatible polymers using mathematical modeling methods was carried out at the Kyiv National University of Technology and Design. In particular, based on the structural-continuum approach, a mathematical model was developed that describes the process of fibril formation of one component in the mass of another. The resulting model well describes the real processes of deformation of droplets of the dispersed phase during the flow of melts of polymer mixtures in the inlet zone of the molding hole, which makes it possible to obtain fibrils with nanoscale diameters and improved properties.

Keywords: mathematical model, polymer mixture melt, microfibers, software

Постановка проблеми. Незважаючи на велику кількість експериментальних даних щодо впливу модифікуючих добавок на мікро- та макро-реологічні характеристики багатокомпонентних полімерних систем та широке їх використання, науково обґрунтовані принципи створення матеріалів з заданим комплексом властивостей все ще відсутні. Встановлені закономірності і механізми, а також запропоновані теорії часто пояснюють лише окремі результати експериментальних досліджень. В останні роки активно проводяться роботи щодо визначення фізико-хімічних чинників, які впливають на реологічні властивості, процеси суміщення і сегрегації компонентів, формування мікрогетерогенної структури, особливості поєднання нано-, мікро- та макрофаз і їх взаємозв'язок з характеристиками композитів.

Враховуючи все вищесказане, для підвищення ефективності досліджень фізико-хімічних закономірностей процесів у багатокомпонентних полімерних системах та зменшення матеріальних і часових затрат обов'язковим і необхідним є залучення методів математичного моделювання і планування експериментів, а також створення програмного забезпечення для їх обробки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Математичне моделювання можна розглядати як засіб вивчення реальної системи шляхом її заміни зручнішою для експериментального дослідження системою (моделлю), що зберігає істотні риси оригінала. Математичні моделі використовують математичні рівняння для опису, прогнозування та спрощення систем реального світу. Вони використовуються у всіх галузях фізичної науки, включаючи біологію, фізику та хімію. Математичні моделі також використовуються в інженерії та деяких соціальних науках [1,2]. Проілюструємо сказане прикладами та результатами найновіших розробок у різних галузях знань.

Все частіше промислові організації впроваджують математичне моделювання у свою операційну інфраструктуру. Основними факторами, що роблять математичне моделювання доступним інструментом для промисловості, є швидкий розвиток комп'ютерних технологій, поява потужного програмного забезпечення для математичного моделювання та візуалізації результатів, та розробка алгоритмів та відповідного програмного забезпечення. У статті [3] розглядається важливість та кожного з вищезазначених факторів для забезпечення ефективного математичного моделювання в галузевому контексті.

Математичне моделювання у промисловості. У книзі [4] досліджуються системи обслуговування колінчастого вала, обслуговування гільзових поршнів та продуктивність суміші біодизельного палива. Завдяки математичному моделюванню та використанню різних тематичних досліджень, книга дає розуміння того, як математичний підхід може допомогти у вирішенні проблем у цьому напрямку промислової діяльності. У дослідженні [5] розроблено оптимальну модель для газотурбінних електростанцій з проміжними охолоджувачами, зосереджуючись на проблемах, пов'язаних з вихідною потужністю, тепловою ефективністю та питомою витратою палива. Здійснено моделювання нелінійної взаємодії ключових параметрів, включаючи коефіцієнт тиску, температуру навколишнього середовища, температуру на вході в турбіну та ефективність проміжного охолоджувача. Дослідження продемонструвало потенціал розширення математичних методів і алгоритмів для забезпечення сталих рішень проблем енергетичної системи та зменшення викидів шляхом оптимізації газотурбінних електростанцій. У статті [6] описано математичне моделювання процесу очищення насіннєвого бавовнику від дрібних домішок на бавовноочисних заводах. Під час впливу робочих органів промислового обладнання певна кількість насінин ламається, а волокно пошкоджується, що призводить до значного зниження якості волокна. Математичне моделювання та дослідження сприяє вирішенню таких проблем, і в майбутньому в текстильній та легкій промисловості вироблятиметься значно більш якісна продукція.

Математичне моделювання у будівництві. У статті [7] показано модель для проектування круглих ізольованих фундаментів та колони, розміщеної в будь-якому місці фундаменту, за критерієм мінімальної вартості. Створена математична модель показує економію у площі контакту з ґрунтом та вартості робіт. Таким чином, запропоновано проектування з мінімальними витратами для круглих фундаментів, що буде дуже корисним для проектування, коли колона розміщена по центру або краю фундаменту.

Математичне моделювання у сфері транспорту та логістики. Стаття [8] стосується оптимізації організації перевезень на високошвидкісній залізниці (ВШЗ). В подібних задачах планування ліній, ціноутворення на квитки та розподіл місць, зазвичай вивчаються окремо. Однак насправді, існує нагальна потреба в інтегрованому методі оптимізації для одночасного прийняття рішень щодо цих кількох факторів. У цьому дослідженні побудовано нелінійну модель оптимізації планування ліній, що інтегрує диференційоване ціноутворення та рішення щодо розподілу місць для ВШЗ за умови гнучкого попиту. Унікальність дослідження полягає у спільній оптимізації трьох критичних операцій високошвидкісного сполучення, що має велике значення для покращення рівня експлуатації поїздів високошвидкісного сполучення та пасажирських перевезень.

Математичне моделювання в економіці та бізнесі. У статті [9] представлено методологію процесу прийняття рішень з використанням математичного апарату, яка може стати практичним інструментом для прийняття рішення щодо функціонування та стратегічного розвитку бізнес-екосистем та їх компонентів залежно від змін у внутрішньому, мікро- та макросередовищі. Розроблено алгоритм пошуку лінійно незалежних елементів цифрових бізнес-екосистем та новий варіант інтерпретації їх результатів. Проведено системний аналіз властивостей бізнес-екосистем з подальшим описом методології вивчення впливу на неї фінансових показників. Результати дослідження дозволяють сформулювати рекомендації для вищого керівництва щодо прийняття управлінських рішень та точок прикладання зусиль. Поєднання розробленої методології з перспективними технологіями автоматизованого розрахунку великих даних та штучного інтелекту забезпечить гнучкий інструмент управління з можливістю його подальшого розвитку. У статті [10] запропоновано математичну модель для вивчення динаміки економічного зростання під впливом корупції, безробіття та інфляції. Запропонована модель включає кілька взаємозв'язків між цими соціальними та економічними факторами, які були вивчені та представлені економістами. Модель дозволяє краще зрозуміти вплив інфляції, корупції та безробіття на динаміку економічного зростання. У результаті, представлені потенційні напрямки для майбутніх досліджень.

Математичне моделювання в біології. У природі близькоспоріднені види часто демонструють різноманітні характеристики, що ставить під сумнів спрощені лінійні інтерпретації еволюції ознак [11]. Для цих видів еволюційна динаміка однієї ознаки може суттєво відрізнятися від іншої, причому деякі ознаки розвиваються повільніше, а інші швидко диверсифікуються. З огляду на цю складність та враховуючи феномен взаємозв'язків ознак, у роботі представлено нову загальну адаптивну оптимальну регресійну модель, засновану на поліноміальних зв'язках. Використовуючи поліноміальні функції, модель пропонує цілісний та всебічний опис ознак досліджуваного виду, враховуючи як спадні, так і зростаючі тенденції протягом еволюційного часу. Було здійснено оцінку ефективності моделі. Модель може бути використана для подальших емпіричних досліджень.

Математичне моделювання в екології. У статті [12] пропонується математична модель для прогнозування світового парку електромобілів на основі обмеженої доступності критичних матеріалів, таких як літій, один з ключових елементів для виробництва акумуляторів. Модель дозволяє визначити відстеження насичення ринку. Цю модель також можна застосувати для оцінки виробництва вітрових турбін, які використовують рідкоземельні елементи, такі як неодим та диспрозій (для виробництва потужних та постійних магнітів для вітрових турбін). Результати свідчать про необхідність для країн-експортерів нафти технологічно диверсифікувати свою економіку, щоб мінімізувати втрати при переході до низьковуглецевої економіки. Українські автори [13] дослідили зростання попиту на біопаливо, що обумовлене необхідністю зниження викидів парникових газів та залежності від викопних видів палив, які спричиняють негативні екологічні наслідки. Процес гідролізу, зокрема відходів лісової та харчової промисловостей, дозволяє ефективно використовувати відновлювальні ресурси та отримувати з них біоетанол, який є повноцінним екологічно чистим замінником традиційних видів палива. У роботі описано розроблення математичної моделі виробництва біоetanолу методом гідролізу деревини. У результаті отримані статичні і динамічні характеристики процесу, що дає змогу розв'язувати задачі пошуку оптимального керування. Підвищення ефективності процесу гідролізу з використанням методу математичного моделювання для прогнозування роботи установки в умовах мінливого складу сировини дозволить розробити оптимальну систему керування процесом.

Отже, математичне моделювання широко використовується у різних галузях науки, технологій та суспільного життя.

Мета статті: дослідження та розроблення математичної моделі течії розплаву суміші полімерів при утворенні мікрОВОЛОКОН одного компоненту у масі іншого

Виклад основного матеріалу. Змішування полімерів є одним із ефективних способів створення матеріалів з заданим комплексом властивостей.

Розплави сумішей полімерів є дисперсними системами, які мають ряд особливих властивостей [14, 15]. Проте, теоретичні дослідження в механіці дисперсних систем свідчать, що для опису реологічної поведінки розплавів сумішей полімерів можуть бути вибрані ті ж самі підходи класичної механіки та структурні моделі, які використовуються при моделюванні систем типу суспензій, емульсій та колоїдних розчинів. Дослідимо закономірностей деформування полімеру дисперсної фази при течії розплавів сумішей шляхом математичного моделювання

Переробка розплавів сумішей відкриває новий метод формування ультратонких синтетичних волокон діаметром від декількох до десятих долей мікрометру. Дослідження процесів формування структури в сумішах полімерів становить великий науковий і практичний інтерес, але на сьогоденний день при переробці цих систем переважає емпіричний підхід. Були зроблені спроби описати процес утворення мікрОВОЛОКОН в матриці іншого полімеру при течії розплаву бінарної суміші, але в їх дослідженнях основна увага приділена деформації полімерної краплі в каналі формуючого отвору або після виходу із нього та при наступному термоорієнтаційному витягуванні. Пізніше було сформульовано та експериментально підтверджено механізм явища волокноутворення, суть якого полягає в тому, що волокноутворення одного полімеру в масі іншого (матричного) відбувається в полі розтягуючих сил, які виникають при переході із широкого резервуару у вузький.

Теоретичні дослідження реологічної поведінки полімерних дисперсних систем пов'язані зі значними труднощами. Для розуміння процесів, що мають місце при течії дисперсії, необхідно знати її чисельні характеристики: в'язко-пружні властивості компонентів, об'ємну концентрацію дисперсної фази, форму, розміри частинок, їх взаємодію тощо. Детальне урахування цих показників можливе в рамках структурного (мікроскопічного) підходу. Останній знайшов особливо успішний розвиток при дослідженні порівняно простих середовищ, таких як розбавлені суспензії з частинками нескладної форми. Можливість використання структурного методу в реології дисперсій обмежена їх різноманіттям та складністю морфології. Запропонований авторами [16-18] структурно-континуальний підхід поєднує феноменологічний та структурний методи і дає можливість враховувати всі основні положення континуальної механіки (суцільність середовища, нерозривність функцій, що характеризують його рух і стан) та особливості поведінки дисперсної фази. Таким чином, в моделі структурного континуума кожна точка дисперсії характеризується густиною, швидкістю і тиском (як в класичній механіці) і, крім того, так званими внутрішніми параметрами. У випадку розбавлених суспензій деформованих частинок (макромолекул) в реологічне рівняння стану вводять один внутрішній параметр – вектор, який

враховує вплив орієнтації, гідродинамічної взаємодії та деформації зважених частинок на поведінку середовища. При цьому координати частинки в просторі, які описуються вектором, визначають залежність реологічних властивостей суспензії від орієнтації частинок (анізотропію), а модуль вектора – величину деформації при течії [16-18].

Для створення моделі деформації крапель полімеру дисперсної фази в іншому полімері форму краплі приймали за еліпсоїд, який змінює в процесі взаємодії з дисперсійним середовищем свої розміри, але при цьому зберігає об'єм. Дисперсійне середовище моделювали ньютонівською рідиною з метою спрощення математичних викладок та можливості вирішення одержаних рівнянь.

Система рівнянь, що описує ізотермічний рух суцільного середовища, складається із рівнянь течії одноосного розтягнення, нерозривності потоку та реологічного рівняння стану рідини. Для аналізу поля швидкостей у вхідній зоні використовували циліндричну систему координат, оскільки лінії току на вході в канал мають радіальну складову швидкості (рис. 1).

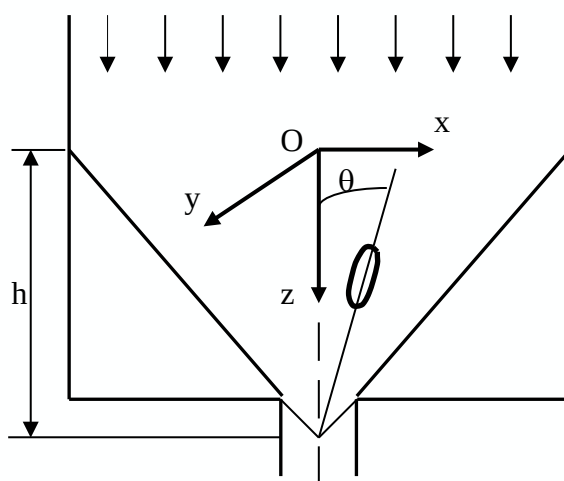


Рис. 1. Схематичне зображення зони входу в циліндричній системі координат

Таке поле течії виникає в результаті накладення поздовжнього деформування на зсувову течію. Вектори локальних швидкостей направлені вздовж твірних конуса і мають три складові: швидкість в напрямку течії V_z і в перпендикулярних напрямках V_x , V_y . Перша з них дає деформацію розтягу, а дві інші – зсуву. Поле швидкостей в цьому випадку може бути описане таким чином:

$$V_x = -u/2x, \quad V_y = -u/2y, \quad V_z = uz,$$

де $u = V/h$; u – інтенсивність течії одноосного розтягнення;

V – швидкість опускання верхнього шару розплаву суміші;

h – висота шару розплаву суміші.

Тензор швидкості деформації (d_{ij}) одноосного розтягу визначається:

$$d_{ij} = \begin{pmatrix} -u/2 & 0 & 0 \\ 0 & -u/2 & 0 \\ 0 & 0 & u \end{pmatrix}$$

При цьому допускається, що циркуляційна течія відсутня. Рівняння нерозривності потоку у випадку постійної густини має вигляд: $u_{i,i} = 0$.

Реологічний стан досліджуваної дисперсії описували рівнянням, одержаним з позицій структурно-континуального підходу для розбавлених суспензій з еліпсоїдальними деформівними частинками [16-18]. В цьому рівнянні є один внутрішній параметр – вектор $\vec{n}_i$, який пов'язаний з елементом мікроструктури – зваженою деформівною частинкою. Вектор $\vec{n}_i$ залежить від характеру течії середовища і може змінюватися в просторі і в часі. Напрямок вектора співпадає з вектором осі симетрії еліпсоїда, а його модуль – з довжиною напівосі обертання (a), тобто $|\vec{n}_i| = a$. Реологічне рівняння, що описує анізотропну рідину, має вигляд:

$$\dot{n}_i = \lambda_1 n_i + \lambda_2 d_{km} n_k n_m n_i + \lambda_3 d_{ij} n_j \quad (1)$$

де $\dot{n}_i$ – похідна від вектора орієнтації ($\vec{n}_i$) по часу, взята у відповідній точці і в відповідний момент; d_{km} – елементи тензора швидкості деформації одноосного розтягу; Величини $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – характеризують реологічні властивості системи.

Для розв'язання рівняння (1) відносно величини деформації та орієнтації еліпсоїду (полімерної краплі) в потоці розкладемо його по осях координат x, y, z :

$$\begin{cases} \dot{n}_x = \lambda_1 n_x + \lambda_2 \frac{u}{2} (-n_x^2 - n_y^2 + 2n_z^2) n_x + \lambda_3 (-\frac{u}{2}) n_x \\ \dot{n}_y = \lambda_1 n_y + \lambda_2 \frac{u}{2} (-n_x^2 - n_y^2 + 2n_z^2) n_y + \lambda_3 (-\frac{u}{2}) n_y \\ \dot{n}_z = \lambda_1 n_z + \lambda_2 \frac{u}{2} (-n_x^2 - n_y^2 + 2n_z^2) n_z + \lambda_3 u n_z \end{cases} \quad (2)$$

В циліндричній системі координат координати вектора $\vec{n}_i$ можна визначити так:

$$\begin{cases} n_x = a \cos \varphi \\ n_y = a \sin \varphi \sin \theta \\ n_z = a \cos \varphi \end{cases} \quad (3)$$

де φ – кут між віссю Ox та проекцією осі обертання еліпсоїдної частинки на площину Oxy ;

θ – кут між напрямком течії та віссю обертання еліпсоїда

Взявши похідні від лівої і правої частин (3) і прирівнявши праві частини відповідних виразів (2) і (3) та зробивши необхідні перетворення, одержали систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = 0 \\ \dot{\theta} = -\frac{3}{4} u \lambda_3 \sin(2\theta) \\ \frac{\dot{a}}{a} = \lambda_1 + \frac{u}{2} (\lambda_2 a^2 + \lambda_3) (2 - 3 \sin^2 \theta) \end{cases} \quad (4)$$

де $\frac{\dot{a}}{a}$ - швидкість деформації еліпсоїда (вказемо, що a, b, a_0, b_0 – піввісі еліпсоїда в деформованому та недеформованому стані).

Представлена система диференціальних рівнянь (4) являє собою математичну модель деформації крапель компоненту дисперсної фази при течії розплаву суміші полімерів у вхідній зоні формуючого отвору. Модель дозволяє визначати величину деформації і орієнтацію крапель в потоці в залежності від реологічних властивостей компонентів суміші та об'ємної концентрації дисперсної фази.

Для зручності розв'язання системи рівнянь (4) зробили перехід до безрозмірних змінних та розв'язували її чисельно методом Рунге-Кутта [19-21] за допомогою спеціально написаної програми мовою C++. Створену модель перевірили на адекватність, після чого використали її для дослідження поведінки процесу. Одержані результати свідчать про наступне:

- величини деформації (q) суттєво залежать від орієнтації краплі в потоці: q є максимальною на осі потоку ($\theta = 0$) і зменшується по мірі зростання величини кута θ - між напрямком течії та віссю обертання еліпсоїда;
- величини q залежать значною мірою від співвідношення в'язкостей полімеру дисперсної фази і матриці (η/μ): при $\eta/\mu < 1$ величина q зростає порівняно з величиною деформації за умови $\eta/\mu \geq 1$;
- еластичність розплаву краплі полімеру дисперсної фази в розробленій моделі враховували через модуль пружності. Визначення величини q свідчить, що запропонована теорія вірно описує вплив еластичності на ступінь деформації дисперсної фази: краплі з більшою еластичністю деформуються в меншій мірі, тобто вони більш стійкі до розтягу та зсуву;
- абсолютні величини в'язкостей також вносять визначальний вклад в мікрореологічні процеси при течії розплавів сумішей полімерів. Останнє підтверджується результатами розрахунків за допомогою моделі величин деформації крапель дисперсної фази для випадків, коли $\eta/\mu = 1$.

Висновки. З використанням структурно-континуального методу створена математична модель та розроблено програмне забезпечення для розрахунку

деформації краплі полімеру дисперсної фази за течії розплаву суміші полімерів із широкого резервуару у вузький. Модель дозволяє визначати величини деформації краплі полімеру дисперсної фази у потоці в залежності від його в'язкості та пружності, об'ємної концентрації, величини міжфазного натягу та співвідношення в'язкостей компонентів. Збільшення пружності краплі знижує її здатність до деформації, а зменшення величини міжфазного натягу – підвищує цей показник, що дає можливість отримувати фібрили з діаметрами нанорозмірів. Таким чином, за допомогою методів математичного моделювання розв'язано задачу дослідження, аналізу та прогнозування складного технологічного процесу. Крім того, модель має широкі перспективи до подальшого використання.

Література:

1. E. Cumberbatch, A. Fitt Mathematical Modeling. – Cambridge University Press: 2001. ISBN: 9780521011730
<https://www.cambridge.org/ua/universitypress/subjects/mathematics/mathematical-modelling-and-methods/mathematical-modeling-case-studies-industry?format=PB>
2. Materials of information site Everything You Need To Know About Mathematical Modeling [Electronic resource, Last Updated on March, 3, 2025]. – Access mode: <https://www.indeed.com/career-advice/career-development/mathematical-modeling>
3. M. Cross The Role and Practice of Mathematical Modelling in Industry Today // Part of the book series: Nato ASI Series ((NATO ASI F, volume 132)) “Mathematical Modelling Courses for Engineering Education”, p. 7–15.
https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-662-02977-0_2
- 4 P. Belkhode, P. Maheshwary, K. Borkar, J.P. Modak Mathematical Modelling Simulation Analysis and Industrial Applications // Location Boca Raton, 2023. – 230 p. <https://doi.org/10.1201/9781003318699>
5. A. O. Onokwai, U. B. Akuru and D. A. Desai Mathematical Modelling and Optimisation of Operating Parameters for Enhanced Energy Generation in Gas Turbine Power Plant with Intercooler // *Mathematics*, 2025, 13(1), 174; <https://doi.org/10.3390/math13010174>
6. S. Khoshimov Theoretical study of mathematical modeling of the process of cleaning cotton seeds from small contaminants // International scientific and practical conference on actual problems of mathematical modeling and information technology, 2–3 May 2023, Nukus, Uzbekistan. - Volume 3147, Issue 1 *AIP Conf. Proc.* 3147, 030019 (2024)
<https://doi.org/10.1063/5.0210832>
7. A. Luévanos-Rojas, V. M. Moreno-Landeros, G. Santiago-Hurtado, F. J. Olguin-Coca, L. D. López-León, M. Á. Baltazar-Zamora and E. R. Diaz-Gurrola Mathematical Modeling for the Optimal Cost Design of Circular Isolated Footings with Eccentric Column // *Mathematics*, 2024, 12(5), 733; <https://doi.org/10.3390/math12050733>
8. X. Shi, W. Zhou and X. Li Optimization of Line Planning by Integrating Ticket Pricing and Seat Allocation Decisions for High-Speed Railway // *Mathematics*, 2025, 13(7), 1073; <https://doi.org/10.3390/math13071073>
9. V. Kuzin, O. Kirillova, L. Zhigun, A. Vavilina Development of the Methodology and Mathematical Tools for Strategic Decision-Making Process Modeling of the Digital Business Ecosystem // *Mathematics* 2025, 13(7), 1161; <https://doi.org/10.3390/math13071161>
10. O. Ifeacho and G. González-Parra Mathematical Modeling of Economic Growth, Corruption, Employment and Inflationby // *Mathematics* 2025, 13(7), 1102; <https://doi.org/10.3390/math13071102>

11. D.-C. Jhwueng and C.-H. Chang Stochastic Modeling of Adaptive Trait Evolution in Phylogenetics: A Polynomial Regression and Approximate Bayesian Computation Approach // *Mathematics* 2025, 13(1), 170; <https://doi.org/10.3390/math13010170>

12. I. Anufriev, B. Khusainov, A. Tick, T. Devezas, A. Sarygulov and S. Kaimoldina Mathematical Model for Assessing New, Non-Fossil Fuel Technological Products (Li-Ion Batteries and Electric Vehicle) // *Mathematics* 2025, 13(1), 143; <https://doi.org/10.3390/math13010143>

13. Ладієва Л.Р., Корнієнко Б.Я., Пелипенко Н.С. Математичне моделювання процесу виробництва етанолу гідролізом деревини // Вчені записки ТНУ ім. В.І. Вернадського, серія «Технічні науки», Том 36 (75), No 1, 2025, с. 134-140

<https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.1.2/20>

14. Polymer Blends // Ed. by Paul D.R., Bucknall C.B. – New York: John Wiley & Sons, Inc. – 2000, V.1. – 618 p.;

<https://catalogimages.wiley.com/images/db/pdf/0471248258.pdf>

15. D. Maity, J. San Martin, T. Takahashi, M. Tucsna. Analysis of a simplified model of rigid structure floating in a viscous fluid. *Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29 (5), pp. 1975-2020; <https://hal.science/hal-01889892/document>

16. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko Rheological behavior of dilute suspensions of rigid axisymmetric particles // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 62, No. 1, 1992. – p. 44-51; <http://www.itmo.by/jepter/CONTE/621992e/conte62.html#0621>

17. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko, V. A. Gryaznova Features of the Formation of Composite Materials in Anisotropic Liquid Systems with Elongated Suspended Particles // *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 37, No. 3, 2001. – p. 251-256.

<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1010698719203>

18. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko, V. A. Gryaznova The Structure-Phenomenological Study of Two-Phase Liquid System // *ROMAI J.*, 2, 2(2006), p/. 177–194

<http://rj.romai.ro/arhiva/2006/2/RJv2n2-Taran.pdf>

19. S. B. Lippman, J. Lajoie, B. E. Moo C++ Primer, Addison-Wesley: 2013. – 969 p. https://zhjwpku.com/assets/pdf/books/C++.Primer.5th.Edition_2013.pdf

20. Stroustrup B. Programming: Principles and Practice Using C++ (2nd Edition). Addison-Wesley Professional, 2014. – 1312 p.

https://balka-book.com/ua/c_i_c-55/programming_principles_and_practice_using_c_2nd_edition-14352

21. B. Stroustrup Tour of C++ // Addison-Wesley Professional, 2023. – 320 p.

https://balka-book.com/ua/c_i_c-55/tour_of_c-14360.

References:

1. E. Cumberbatch, A. Fitt Mathematical Modeling. – Cambridge University Press: 2001. ISBN: 9780521011730

<https://www.cambridge.org/ua/universitypress/subjects/mathematics/mathematical-modelling-and-methods/mathematical-modeling-case-studies-industry?format=PB>

2. Materials of information site Everything You Need To Know About Mathematical Modeling [Electronic resource, Last Updated on March, 3, 2025]. – Access mode: <https://www.indeed.com/career-advice/career-development/mathematical-modeling>

3. M. Cross The Role and Practice of Mathematical Modelling in Industry Today // Part of the book series: Nato ASI Series ((NATO ASI F, volume 132)) “Mathematical Modelling Courses for Engineering Education”, p. 7–15.

https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-662-02977-0_2

4 P. Belkhode, P. Maheshwary, K. Borkar, J.P. Modak Mathematical Modelling Simulation Analysis and Industrial Applications // Location Boca Raton, 2023. – 230 p. <https://doi.org/10.1201/9781003318699>

5. A. O. Onokwai, U. B. Akuru and D. A. Desai Mathematical Modelling and Optimisation of Operating Parameters for Enhanced Energy Generation in Gas Turbine Power Plant with Intercooler // *Mathematics*, 2025, 13(1), 174; <https://doi.org/10.3390/math13010174>

6. S. Khoshimov Theoretical study of mathematical modeling of the process of cleaning cotton seeds from small contaminants // International scientific and practical conference on actual problems of mathematical modeling and information technology, 2–3 May 2023, Nukus, Uzbekistan. - Volume 3147, Issue 1 *AIP Conf. Proc.* 3147, 030019 (2024)
<https://doi.org/10.1063/5.0210832>

7. A. Luévanos-Rojas, V. M. Moreno-Landeros, G. Santiago-Hurtado, F. J. Olguin-Coca, L. D. López-León, M. Á. Baltazar-Zamora and E. R. Diaz-Gurrola Mathematical Modeling for the Optimal Cost Design of Circular Isolated Footings with Eccentric Column // *Mathematics*, 2024, 12(5), 733; <https://doi.org/10.3390/math12050733>

8. X. Shi, W. Zhou and X. Li Optimization of Line Planning by Integrating Ticket Pricing and Seat Allocation Decisions for High-Speed Railway // *Mathematics*, 2025, 13(7), 1073; <https://doi.org/10.3390/math13071073>

9. V. Kuzin, O. Kirillova, L. Zhigun, A. Vavilina Development of the Methodology and Mathematical Tools for Strategic Decision-Making Process Modeling of the Digital Business Ecosystem // *Mathematics* 2025, 13(7), 1161; <https://doi.org/10.3390/math13071161>

10. O. Ifeacho and G. González-Parra Mathematical Modeling of Economic Growth, Corruption, Employment and Inflation by // *Mathematics* 2025, 13(7), 1102; <https://doi.org/10.3390/math13071102>

11. D.-C. Jhwueng and C.-H. Chang Stochastic Modeling of Adaptive Trait Evolution in Phylogenetics: A Polynomial Regression and Approximate Bayesian Computation Approach // *Mathematics* 2025, 13(1), 170; <https://doi.org/10.3390/math13010170>

12. I. Anufriev, B. Khusainov, A. Tick, T. Devezas, A. Sarygulov and S. Kaimoldina Mathematical Model for Assessing New, Non-Fossil Fuel Technological Products (Li-Ion Batteries and Electric Vehicle) // *Mathematics* 2025, 13(1), 143; <https://doi.org/10.3390/math13010143>

13 Ladieva L.R., Kornienko B.Y., Pelypenko N.S. Matematychni modeliuvannia protsesu vyrobnytstva etanolu hidrolizom derevyny [Mathematical modeling of the process of ethanol production by wood hydrolysis]. Vcheni zapysky TNU im. V.I. Vernadskoho, seruya “Tekhnichni nauky”, Tom 36 (75), No 1, 2025, p. 134-140 [in Ukrainian]
<https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.1.2/20>

14. Polymer Blends // Ed. by Paul D.R., Bucknall C.B. – New York: John Wiley & Sons, Inc. – 2000, V.1. – 618 p.;

<https://catalogimages.wiley.com/images/db/pdf/0471248258.pdf>

15. D. Maity, J. San Martin, T. Takahashi, M. Tucsna. Analysis of a simplified model of rigid structure floating in a viscous fluid. *Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29 (5), pp. 1975-2020; <https://hal.science/hal-01889892/document>

16. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko Rheological behavior of dilute suspensions of rigid axisymmetric particles // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 62, No. 1, 1992. – p. 44-51; <http://www.itmo.by/jepter/CONTE/621992e/conte62.html#0621>

17. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko, V. A. Gryaznova Features of the Formation of Composite Materials in Anisotropic Liquid Systems with Elongated Suspended Particles // *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 37, No. 3, 2001. – p. 251-256.

<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1010698719203>

18. E. Yu. Taran, Yu. V. Pridatchenko, V. A. Gryaznova The Structure-Phenomenological Study of Two-Phase Liquid System // *ROMAI J.*, 2, 2(2006), p. 177–194

<http://rj.romai.ro/arhiva/2006/2/RJv2n2-Taran.pdf>

19. S. B. Lippman, J. Lajoie, B. E. Moo C++ Primer, Addison-Wesley: 2013. – 969 p.
https://zhjwpku.com/assets/pdf/books/C++.Primer.5th.Edition_2013.pdf

20. Stroustrup B. Programming: Principles and Practice Using C++ (2nd Edition). Addison-Wesley Professional, 2014. – 1312 p.

https://balka-book.com/ua/c_i_c-55/programming_principles_and_practice_using_c_2nd_edition-14352

21. B. Stroustrup Tour of C++ // Addison-Wesley Professional, 2023. – 320 p.

https://balka-book.com/ua/c_i_c-55/tour_of_c-14360.