

**РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ ВПЛИВУ
ТИСКУ НА ПОВЕРХНЮ ТІЛА ДИТИНИ ВІД МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
ПАКЕТІВ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ ШКІЛЬНОГО ФОРМЕНОГО ОДЯГУ ПРИ
СТАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

І.В. ПРОДАНЧУК

Київський національний університет технологій та дизайну

Статтю присвячено розробці математичної моделі по проведених розрахунках величин видовжень та тиску від прикладених навантажень до еліпсоподібної форми поверхні елементів одягу з урахуванням статичних і динамічних навантажень, що дозволить здійснювати оцінку ефективності властивостей пакетів матеріалів для шкільного форменого одягу

З метою вирішення поставлених завдань при розробці математичних моделей на основі теоретичних та експериментальних досліджень, пов'язаних із розрахунками залежності тиску на поверхню тіла дитини від дії деформації розтягу різних пакетів матеріалів для шкільного форменого одягу (ШФО), використана безмоментна теорія оболонок [1].

Для розрахунків розтягу текстильних матеріалів під дією статичних і динамічних навантажень взято модель елемента еліптичної поверхні (тіло дитини), на якій розміщена оболонка з текстильного матеріалу.

Визначення тиску в процесі розтягу матеріалу ШФО, коли дитина виконує рухи, а особливо, коли вона сидить за партою упродовж учбового дня (5–6 год.), а також розробка математичної моделі розрахунку тиску, що утворюється на поверхні тіла дитини від ШФО, дозволить здійснювати раціональний підбір матеріалів ШФО, які повинні відповідати вимогам допустимого тиску [2] для різного асортименту одягу.

Об'єкти та методи дослідження

Для розрахунків дії деформації розтягу текстильних матеріалів під впливом статичних і динамічних навантажень об'єктом досліджень взято модель елемента еліптичної поверхні, на якій розміщена оболонка з текстильного матеріалу.

Постановка завдання

Мета цієї роботи полягає у розробці математичної моделі статичних і динамічних навантажень на текстильні матеріали, які використовуються для виготовлення шкільного форменого одягу для дітей молодшої вікової групи.

Результати та їх обговорення

Будемо вважати, що текстильний матеріал, який використовується для одягу, являє собою оболонку, що огортає тіло дитини. Форма оболонки повністю обумовлена формою тіла. Також вважаємо, що розрахунок цієї оболонки проводиться уразі, коли можна припустити, що напруження, які виникають в оболонці, рівномірно розподілені по її товщині, і таким чином, вигину за товщиною малого елемента ділянки немає. Теорія оболонок, що побудована в цьому припущенні, називається безмоментною теорією оболонок [1].

Розглянемо симетричну оболонку текстильного матеріалу товщиною h з, яка представляє собою

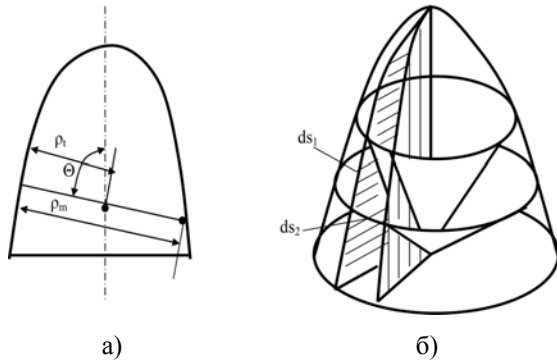


Рис.1. Оболонка текстильного матеріалу, яка знаходиться на тулубі дитини

модель одягу, розміщеного на тулубі дитини (рис.1).

Позначимо через ρ_m радіус кривини дуги меридіана серединної поверхні (рис.1, а), а через ρ_t – другий головний радіус, тобто радіус кривини нормального перерізу перпендикулярного до дуги меридіана. Цей радіус дорівнює відрізку нормалі, що міститься між серединною поверхнею та віссю симетрії (рис.1, а). Радіуси кривини ρ_m та ρ_t є в загальному випадку функцією кута Θ – кута між нормаллю та віссю симетрії.

Для більш детального розуміння дії напружень на матеріал одягу двома парами меридіональних і нормальних конічних перерізів (рис.1, б) виділимо з оболонки елемент ds_1 і ds_2 , що представлений на рис.2. На гранях цього елемента виникають напруження σ_m та σ_t , обумовлені тим, що одяг перебуває під дією навантаження внаслідок рухів дитини. Перше з цих напружень σ_m називається меридіональним напруженням, і вектор його спрямовано по дузі меридіана. Друге напруження σ_t називається коловим напруженням, і воно спрямоване у перпендикулярному напрямку.

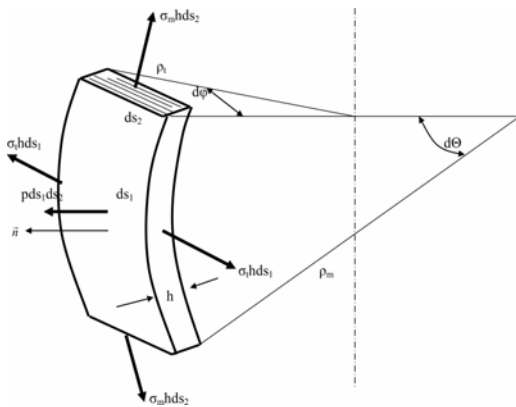


Рис.2. Дії напружень на матеріал одягу, двома парами меридіональних і нормальних конічних перерізів

Для більш детального розуміння дії напружень на матеріал одягу двома парами меридіональних і нормальних конічних перерізів (рис.1, б) виділимо з оболонки елемент ds_1 і ds_2 , що представлений на рис.2. На гранях цього елемента виникають напруження σ_m та σ_t , які обумовлені тим, що одяг перебуває під дією навантаження внаслідок рухів дитини. Перше з цих напружень σ_m називається меридіональним напруженням, і вектор його спрямовано по дузі меридіана. Друге напруження σ_t називається коловим напруженням, і воно спрямоване у перпендикулярному напрямку.

Напруження σ_m та σ_t , які помножуються на відповідні площі граней елемента, дадуть сили, що показані на рис.2, а саме:

$$F_m = \sigma_m h ds_2 ;$$

$$F_t = \sigma_t h ds_1.$$

До цього елемента також докладена сила тиску вздовж нормалі \vec{n} – $p ds_1 ds_2$, яка обумовлена дією на матеріал тканини реакції поверхні тулуба дитини.

Проектуючи всі сили на нормаль до поверхні, отримуємо таке рівняння:

$$p ds_1 ds_2 - \sigma_m h ds_2 d\Theta - \sigma_t h ds_1 d\varphi = 0 \quad (1)$$

Отже, у результаті отримуємо рівняння Лапласа:

$$\frac{\sigma_m + \sigma_t}{\rho_m \rho_t} = \frac{p}{h}. \quad (2)$$

Для математичної моделі статичних навантажень на текстильні матеріали проведено такі розрахунки:

– рівнодіючу сил P реакції поверхні тіла дитини на оболонку з тканини $P = \sigma_m 2\pi r h \sin \Theta$; (3)

– по обчисленню довжини еліптичної кривої:

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x_t^2 + y_t^2} dt = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{a^2 \cos^2 t + b^2 \sin^2 t} dt = a \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t} dt, \quad (4)$$

– по визначенню величини меридіонального напруження $\sigma_m = P/[4ahE(\pi/2, k)]$; (5)

– по визначенню величини колового напруження отримана така функція:

$$\sigma_t(\varphi) = \frac{pab}{h\sqrt{(a \sin \varphi)^2 + (b \cos \varphi)^2}}. \quad (6)$$

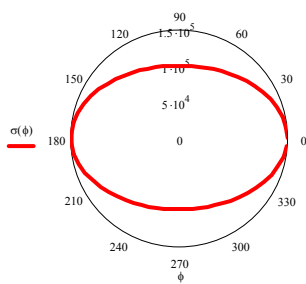


Рис. 3. Графік колового напруження функції

Графік цієї функції, що побудований у програмі *Mathcad Professional* для значень $a = 0,15\text{м}$, $b = 0,1\text{м}$, $h = 0,001\text{м}$ та $p = 1\text{кПа}$, зображено на рис.3.

На наступному етапі було проведено розрахунки з визначення величини тиску p , який утворюється під дією сил, що докладені до частини оболонки з одягу. Ця функція показано на рис.4:

$$F_p = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \beta}. \quad (7)$$

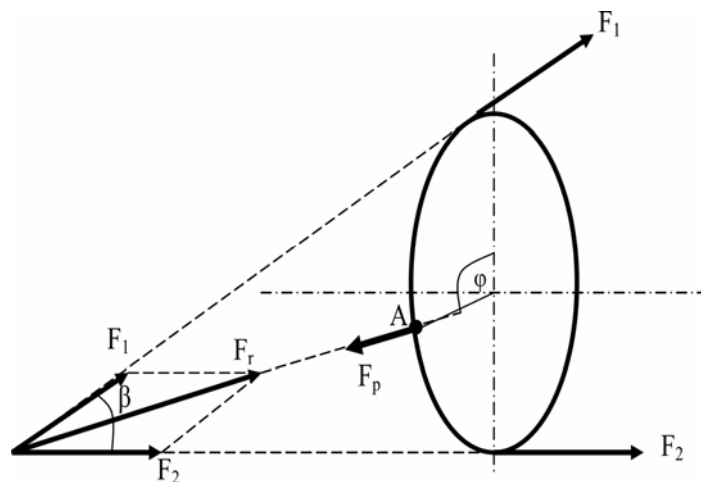


Рис.4. Прикладення сил F_1 і F_2 для розтягу пакета матеріалу одягу, який міститься на тубі дитини

Значення максимального тиску p_{\max} можна обчислити як результат ділення максимальної сили тиску на проекцію елемента еліптичної поверхні S на площину YOZ :

$$p_{\max} = 2F_1/S. \quad (8)$$

У результаті величина максимального нормального напруження, що діє на матеріал оболонки з одягу дитини, буде досягатися у точках, розташованих на середині спини або грудей дитини, та дорівнювати такому:

$$\sigma_{\max} = 2F_1b/(hS). \quad (9)$$

За отриманими результатами досліджень до розрахунків механічних параметрів текстильних матеріалів проведені розрахунки модуля еластичності [4] за формулою

$$E = \frac{F y_0}{b h (y_1 - y_0)}. \quad (10)$$

У програмі *Origin 6.1* побудовано графіки залежності розтягу текстильних матеріалів від навантаження (рис.5).

Обчислені модулі еластичності з експериментів по розтягу зазначених матеріалів вздовж утоку дають можливість визначати характеристики еластичності при розтягу деталей одягу з цих матеріалів, а саме: B – тканина напіввовняна $E = 1,2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 = 12 \text{ МПа}$; C – тканина напіввовняна з еластомерною ниткою $E_1 = 1,18 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 1,18 \text{ МПа}$; D – полотно трикотажне напіввовняне $E_2 = 2,93 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 = 0,293 \text{ МПа}$.

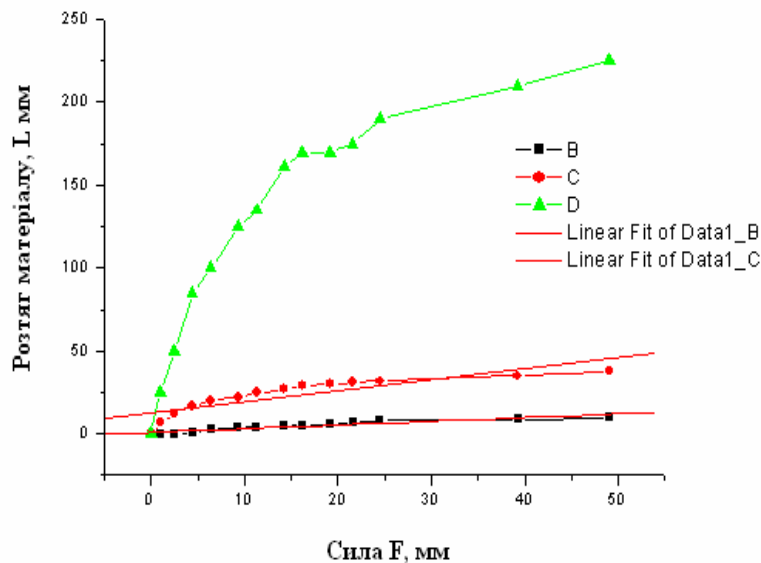
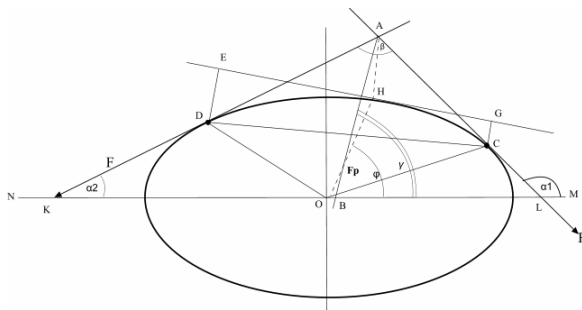


Рис.5. Графік залежності розтягу текстильних матеріалів від навантаження

Для розрахунків розтягу текстильних матеріалів під дією статичних навантажень розглянемо модель елемента еліптичної поверхні (тіло дитини), на якій міститься оболонка з текстильного матеріалу. Для обчислення видовження цього елемента текстильних матеріалів застосуємо методику розрахунку переміщень їх перерізів за допомогою інтегралів Мора [1,3], враховуючи специфіку механічних властивостей текстильних матеріалів. У результаті вираз для обчислення подовження δl зазначеного елемента під дією сили F набуде такого вигляду:

$$\delta l = \int_l \frac{N N_1}{ES} dl = \frac{F a b}{ES} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos^2(\varphi - \varphi_1) \sqrt{1 + \frac{\sin^2 2\varphi (a^2 - b^2)^2}{4(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^2}}}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} d\varphi, \quad (11)$$

На наступному етапі використовуючи літературні джерела [5], був проведено розрахунок сили тиску



на еліптичну поверхню, тобто на поверхню тіла дитини, який утворюється від пакета матеріалу одягу. Тиск P (рис. 6), що спрямований перпендикулярно до елемента еліптичної поверхні CHD (сила тиску R' діє вздовж прямої AH , яка перпендикулярна до дотичної GE), дорівнює такому:

Рис.6. Вплив сил тиску на еліптичну поверхню

$$P = R' \cos(\angle BAN) / (b_1 S_{GE}) \quad (12)$$

Детальніші розрахунки по отриманих математичних моделях будуть представлені у наступних статтях.

Висновки

Для опису механічних властивостей текстильних матеріалів запропонована математична модель, яка базується на безмоментній теорії оболонок. На базі розвиненої математичної моделі розраховано модулі еластичності для трьох різновидів текстильних матеріалів при використанні експериментальних результатів по їх розтягу. На базі еліпсоподібної форми поверхні елементів одягу вперше розраховані величини видовжень та тиску від докладених навантажень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука. 1967. – 552 с.
2. Филатов В.Н. Проектирование эластомерных изделий. – М.: Легкая индустрия. 1979. – 236 с.
3. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа. 1965. – 743 с.
4. Наурзбаева Н.Х. Исследование и оптимизация конструктивных параметров одежды по эргономическим показателям динамического соответствия: Автореф. канд. дис. 05.19.04. – М.: МТИЛП – 1981. – 150 с.
5. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука. Физматлит. 1998. – 232с.