

4. Смеситель инерционный пространственный // Информ. листок №345-82, Татарский ЦНТИ, – Казань, 1982. – 3 с.

5. Силовой анализ семизвенного инерционного пространственного смесителя // Совершенствование использования с.-х. техники. Сб. науч. трудов в 2-х частях. Ч 2. – Казань, 1988. – С. 68-75.

Стаття надійшла до редакції / Article received: 28.08.2013

Рецензент: д.т.н., проф., профессор кафедры электромеханических систем КНУТД Бурмистенков О.П.

Определение некоторых конструктивных параметров смесителей с трехмерным вращением барабана

Панасюк И.В., Залубовский М.Г.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Смесители с трехмерным вращением барабана являются наиболее производительными. Проведен анализ влияния их основных геометрических параметров на работоспособность конструкции. С помощью моделирования в среде SolidWorks определены рациональные конструктивные соотношения. Установлено, что межосевое расстояние барабана и радиусы вилок должны быть равны, угол наклона оси барабана к вертикальной плоскости должен составлять 30°.

Ключевые слова: смеситель, трехмерное вращение, сыпучая среда.

Determination of some design parameters of mixers with three-dimensional drum rotation

Panasyuk I., Zalubovskiy M.

Kyiv National University of Technologies and Design

Mixers with three-dimensional rotation of the drum are the most productive. The impact of their basic geometric parameters on the normal operation of the system was analyzed. The rational design relationships were revealed by using simulation in SolidWorks. We determined that the distance between axes of the drum and the radii of jaws should be equal; axis of the drum should be at an angle of 30 degrees with vertical plane.

Keywords: mixer, three-dimensional rotation, granular medium.

УДК 539.3

Н.Г. СУРЬЯНИНОВ, И.В. ПАВЛЕНКО

Одесский национальный политехнический университет

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ ПРИ РАСЧЕТЕ
ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИМ
МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Рассмотрено преобразование нагрузки на ортотропную пластину к форме, необходимой для применения численно-аналитического метода граничных элементов. При этом использованы импульсные функции и полученные ранее аналитические выражения фундаментальных функций и функции Грина. Получены компоненты вектора нагрузки для жесткого защемления продольных кромок пластины.

Ключевые слова: ортотропная пластина, метод граничных элементов, импульсные функции, функция Грина.

Широкое распространение разнообразных пластинчатых конструкций вызывает постоянный интерес к совершенствованию методов их расчета. При этом существенным фактором, стимулирующим появление новых подходов, является появление все новых и новых материалов, имеющих необычные механические свойства и прочностные характеристики.

Объект и методы исследования

Объектом исследования являются конструкции и элементы, изготовленные из ортотропных материалов. Для их расчета предлагается использовать численно-аналитический метод граничных элементов (ЧА МГЭ).

Постановка задачи

Пластинчатые конструкции из изотропных и анизотропных (в том числе, и ортотропных) материалов широко распространены во многих отраслях техники. Получить аналитическое решение при расчете таких пластин на изгиб удастся не всегда, поэтому актуальными являются новые подходы, новые методы решения. Одним из них является численно-аналитический метод граничных элементов.

Результаты и их обсуждение

Основное разрешающее уравнение изгиба ортотропной пластины имеет вид

$$D_1 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial y^4} = q(x, y), \quad (1)$$

где $D_1 = \frac{E_x h^3}{12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})}$; $D_2 = \frac{E_y h^3}{12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})}$; $D_3 = D_1 \mu_{xy} + 2D_k = D_2 \mu_{yx} + 2D_k$; $D_k = \frac{Gh^3}{12}$;

E_x, E_y – модули упругости в направлениях осей; G – модуль сдвига; h – толщина пластины;

μ_{xy}, μ_{yx} – коэффициенты Пуассона.

Используя метод Канторовича-Власова, уравнение (1) можно привести к линейному неоднородному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, соответствующее этому уравнению, будет иметь четыре корня.

При использовании ЧА МГЭ необходимо определенным образом построить вектор внешних нагрузок на пластину [1, 2]. Этот вектор в каждом из четырех случаев корней характеристического уравнения будет изменяться в зависимости от характера граничных условий на продольных кромках, под которыми будем понимать кромки длиной l , параллельные оси oy на рис. 1.

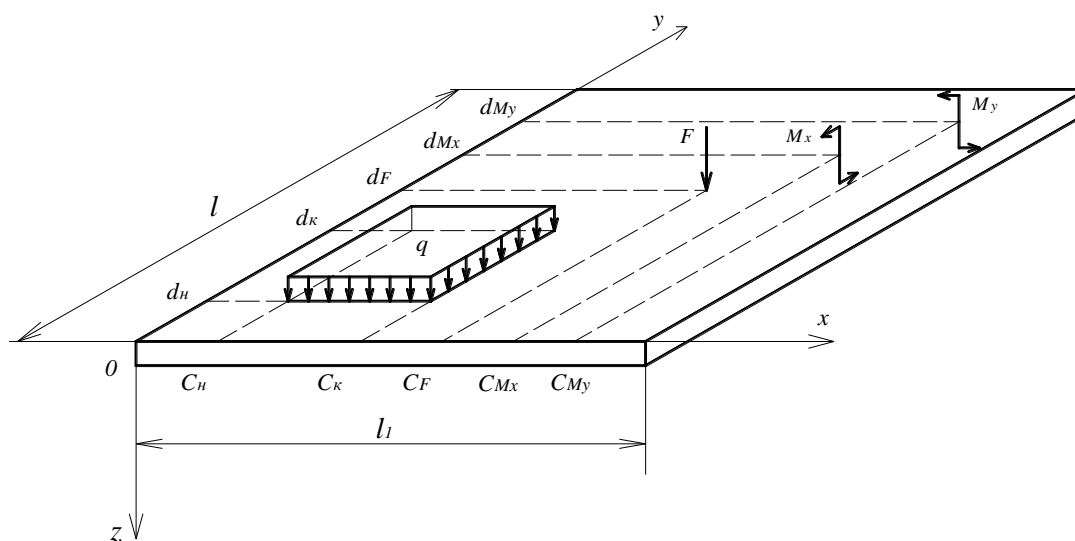


Рис. 1. Нагрузки на пластину

В общем случае на пластину могут действовать четыре типа внешних нагрузок (рис. 1), хотя в реальных условиях чаще встречаются две из них – распределенная по всей поверхности пластины или по некоторой ее части (q_0) и сосредоточенная (F).

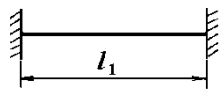
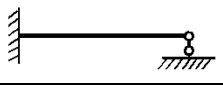
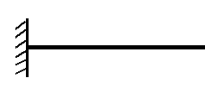
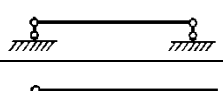
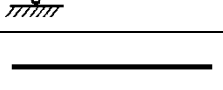
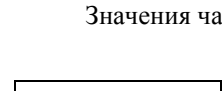
В результате применения вариационного метода Канторовича-Власова [1] произвольная нагрузка на пластину $q(x, y)$ приводится к виду

$$q(y) = \frac{1}{A_0} \int_0^{l_1} q(x, y) X dx, \quad (2)$$

где
$$A = D_2 \int_0^{l_1} X^2 dx.$$

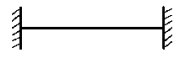
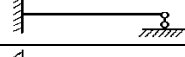
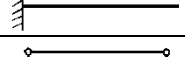
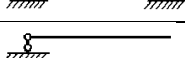
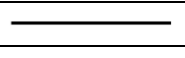
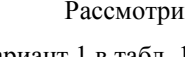
Аналитическое выражение функции поперечного распределения прогибов $X(x)$ при ее выборе динамическим способом (а возможен еще и статический способ [1]) для разных условий закрепления продольных кромок пластины представлено в табл. 1.

Таблица 1. Аналитическое выражение функции $X(x)$

Схема балки	Форма собственных колебаний
	$X(x) = \sin \omega x / l_1 - \text{sh} \omega x / l_1 - \alpha_* [\cos \omega x / l_1 - \text{ch} \omega x / l_1]; \alpha_* = \frac{\sin \omega - \text{sh} \omega}{\cos \omega - \text{ch} \omega}$
	$X(x) = \sin \omega x / l_1 - \text{sh} \omega x / l_1 - \alpha_* [\cos \omega x / l_1 - \text{ch} \omega x / l_1]; \alpha_* = \frac{\sin \omega + \text{sh} \omega}{\cos \omega + \text{ch} \omega}$
	$X(x) = \sin \omega x / l_1 - \text{sh} \omega x / l_1 - \alpha_* [\cos \omega x / l_1 - \text{ch} \omega x / l_1];$ $\alpha_* = \frac{\sin \omega + \text{sh} \omega}{\cos \omega + \text{ch} \omega}$
	$X(x) = \sin \omega x / l_1$
	$X(x) = \sin \omega x / l_1 + \alpha_* \text{sh} \omega x / l_1; \alpha_* = \frac{\sin \omega}{\text{sh} \omega}$
	$X(x) = \sin \omega x / l_1 + \text{sh} \omega x / l_1 - \alpha_* [\cos \omega x / l_1 + \text{ch} \omega x / l_1]; \alpha_* = \frac{\sin \omega - \text{sh} \omega}{\cos \omega - \text{ch} \omega}$

Значения частот ω при разных условиях закрепления даны в табл. 2.

Таблица 2. Значения частот ω ($l=1$)

Схема	Уравнение	Частоты
	$\cos \omega \cdot \text{ch} \omega = 1$	$\omega_1 = 4,730; \omega_2 = 7,859; \omega_3 = 10,996; \omega_4 = 14,137$
	$\sin \omega \cdot \text{ch} \omega = \cos \omega \cdot \text{sh} \omega$	$\omega_1 = 3,927; \omega_2 = 7,069; \omega_3 = 10,210; \omega_4 = 13,352$
	$\cos \omega \cdot \text{ch} \omega = -1$	$\omega_1 = 1,875; \omega_2 = 4,694; \omega_3 = 7,855; \omega_4 = 10,996$
	$\sin \omega = 0$	$\omega_1 = \pi; \omega_2 = 2\pi; \omega_3 = 3\pi; \omega_4 = 4\pi$
	$\sin \omega \cdot \text{ch} \omega = \cos \omega \cdot \text{sh} \omega$	$\omega_1 = 0; \omega_2 = 3,927; \omega_3 = 7,069; \omega_4 = 10,210$
	$\cos \omega \cdot \text{ch} \omega = 1$	$\omega_1 = 0; \omega_2 = 4,730; \omega_3 = 7,853; \omega_4 = 10,996$

Рассмотрим преобразование внешней нагрузки при жестком закреплении продольных кромок (вариант 1 в табл. 1).

В этом случае

$$X \quad x = \sin \omega x / l_1 - \operatorname{sh} \omega x / l_1 - \alpha_* \left[\cos \omega x / l_1 - \operatorname{ch} \omega x / l_1 \right]; \quad \alpha_* = \frac{\sin \omega - \operatorname{sh} \omega}{\cos \omega - \operatorname{ch} \omega}; \quad \omega_1 = 4,730. \quad (3)$$

Используя функции Дирака и Хевисайда [3], представим $q(x, y)$ в виде

$$q(x, y) = q_0 [H(x - c_H)H(y - d_H) - H(x - c_K)H(y - d_K)] + \\ + F\delta(x - c_F)\delta(y - d_F) + M_x\delta'(x - c_{M_x})\delta(y - d_{M_x}) + M_y\delta(x - c_{M_y})\delta'(y - d_{M_y}). \quad (4)$$

Подставим (3) в (2):

$$q \quad y = \frac{1}{A} \int_0^{l_1} q \quad x, y \left[\sin \frac{\omega_1 x}{l_1} - \operatorname{sh} \frac{\omega_1 x}{l_1} - \alpha_* \left(\cos \frac{\omega_1 x}{l_1} - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 x}{l_1} \right) \right] dx. \quad (5)$$

Тогда задача сводится к преобразованию подынтегрального выражения в (5) с учетом (4).

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательные аналитические выражения четырех интегралов, составляющих $q(y)$:

$$\frac{1}{A} \int_0^{l_1} q(x, y) \sin \frac{\omega_1 x}{l_1} dx = -\frac{q_0 l_1}{A \omega_1} [H(y - d_H)(\cos \omega_1 - \cos \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) - H(y - d_K)(\cos \omega_1 - \cos \frac{\omega_1 c_K}{l_1})] + \\ + \frac{F}{A} \delta(y - d_F) \sin \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \frac{M_x}{A} \frac{\omega_1}{l_1} \delta(y - d_{M_x}) \cos \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \frac{M_y}{A} \delta'(y - d_{M_y}) \sin \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1}; \quad (6)$$

$$\frac{1}{A} \int_0^{l_1} q(x, y) \operatorname{sh} \frac{\omega_1 x}{l_1} dx = \frac{q_0 l_1}{A \omega_1} [H(y - d_H)(\operatorname{ch} \omega_1 - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) - H(y - d_K)(\operatorname{ch} \omega_1 - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_K}{l_1})] + \\ + \frac{F}{A} \delta(y - d_F) \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \frac{M_x}{A} \frac{\omega_1}{l_1} \delta(y - d_{M_x}) \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \frac{M_y}{A} \delta'(y - d_{M_y}) \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1}; \quad (7)$$

$$\frac{1}{A} \int_0^{l_1} q(x, y) \cos \frac{\omega_1 x}{l_1} dx = \frac{q_0 l_1}{A \omega_1} [H(y - d_H)(\sin \omega_1 - \sin \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) - H(y - d_K)(\sin \omega_1 - \sin \frac{\omega_1 c_K}{l_1})] + \\ + \frac{F}{A} \delta(y - d_F) \cos \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \frac{M_x}{A} \frac{\omega_1}{l_1} \delta(y - d_{M_x}) \sin \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \frac{M_y}{A} \delta'(y - d_{M_y}) \cos \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1}; \quad (8)$$

$$\frac{1}{A} \int_0^{l_1} q(x, y) \operatorname{ch} \frac{\omega_1 x}{l_1} dx = \frac{q_0 l_1}{A \omega_1} [H(y - d_H)(\operatorname{sh} \omega_1 - \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) - H(y - d_K)(\operatorname{sh} \omega_1 - \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_K}{l_1})] + \\ + \frac{F}{A} \delta(y - d_F) \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \frac{M_x}{A} \frac{\omega_1}{l_1} \delta(y - d_{M_x}) \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \frac{M_y}{A} \delta'(y - d_{M_y}) \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1}. \quad (9)$$

Подставляя (6)-(9) в формулу (5), получим

$$q(y) = \frac{q_0 l_1}{A \omega_1} \{ H(y - d_H) [(-\cos \omega_1 + \cos \frac{\omega_1 c_H}{l_1} - \operatorname{ch} \omega_1 + \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) - \alpha_* (\sin \omega_1 - \sin \frac{\omega_1 c_H}{l_1} - \\ - \operatorname{sh} \omega_1 + \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_H}{l_1})] - H(y - d_K) [(-\cos \omega_1 + \cos \frac{\omega_1 c_K}{l_1} - \operatorname{ch} \omega_1 + \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_K}{l_1}) - \alpha_* (\sin \omega_1 - \\ - \sin \frac{\omega_1 c_K}{l_1} - \operatorname{sh} \omega_1 + \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_K}{l_1})] \} + \frac{F}{A} \delta(y - d_F) [\sin \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \alpha_* (\cos \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_F}{l_1})] - \\ - \frac{M_x}{A} \frac{\omega_1}{l_1} \delta(y - d_{M_x}) [\cos \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \alpha_* (\sin \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1})] + \\ + \frac{M_y}{A} \delta'(y - d_{M_y}) [\sin \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - \operatorname{sh} \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - \alpha_* (\cos \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - \operatorname{ch} \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1})]. \quad (10)$$

Введем обозначения:

$$K_1 = \frac{l_1}{A\omega_1} \left[-\cos \omega_1 + \cos \frac{\omega_1 c_H}{l_1} - ch \omega_1 + ch \frac{\omega_1 c_H}{l_1} - \alpha_* (\sin \omega_1 - \sin \frac{\omega_1 c_H}{l_1} - sh \omega_1 + sh \frac{\omega_1 c_H}{l_1}) \right];$$

$$K_2 = \frac{l_1}{A\omega_1} \left[-\cos \omega_1 + \cos \frac{\omega_1 c_K}{l_1} - ch \omega_1 + ch \frac{\omega_1 c_K}{l_1} - \alpha_* (\sin \omega_1 - \sin \frac{\omega_1 c_K}{l_1} - sh \omega_1 + sh \frac{\omega_1 c_K}{l_1}) \right];$$

$$K_3 = \frac{1}{A} \left[\sin \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - sh \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - \alpha_* (\cos \frac{\omega_1 c_F}{l_1} - ch \frac{\omega_1 c_F}{l_1}) \right];$$

$$K_4 = \frac{\omega_1}{Al_1} \left[\cos \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} - ch \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + \alpha_* (\sin \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1} + sh \frac{\omega_1 c_{M_x}}{l_1}) \right];$$

$$K_5 = \frac{1}{A} \left[\sin \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - sh \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - \alpha_* (\cos \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1} - ch \frac{\omega_1 c_{M_y}}{l_1}) \right].$$

Тогда (10) принимает более простой вид:

$$q(y) = q_0 [K_1 \cdot H(y - d_H) - K_2 \cdot H(y - d_K)] + K_3 \cdot F \delta(y - d_F) - K_4 \cdot M_x \delta(y - d_{M_x}) + K_5 \cdot M_y \delta'(y - d_{M_y}). \quad (11)$$

Другие варианты закрепления продольных кромок пластины, как это следует из табл. 1, можно легко получить на базе рассмотренного выше варианта. Например, при свободном опирании из четырех интегралов (6) – (9) останется только интеграл (6), и выражение для $q(y)$ будет иметь тот же вид (11), но при других значениях $K_1 - K_5$.

Полученное здесь общее выражение внешней нагрузки позволяет по известной методике ЧА МГЭ[1] построить *вектор* внешней нагрузки, используя полученные нами раньше аналитические выражения ортонормированных фундаментальных функций и функции Грина.

Рассмотрим вывод компонентов вектора нагрузки \vec{B} для жесткого защемления продольных кромок пластины (для других вариантов закрепления построение компонентов вектора нагрузки выполняется аналогично). Корни характеристического уравнения, соответствующего уравнению (1), будут комплексными:

$$K_{1-4} = \pm \alpha \pm i \beta; \quad \alpha = \sqrt{s^2 + r^2} / 2; \quad \beta = \sqrt{s^2 - r^2} / 2. \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$\alpha^2 + \beta^2 = s^2; \quad \alpha^2 - \beta^2 = r^2. \quad (13)$$

Как показано в [3], компоненты вектора нагрузки можно представить в виде

$$B_{11} = -A \int_0^y A_{14}(y - \xi) q(\xi) d\xi; \quad B_{21} = -A \int_0^y A_{13}(y - \xi) q(\xi) d\xi;$$

$$B_{31} = A \int_0^y A_{12}(y - \xi) q(\xi) d\xi; \quad B_{41} = A \int_0^y A_{11}(y - \xi) q(\xi) d\xi. \quad (14)$$

Используя выведенные аналитические выражения фундаментальных функций и внешней нагрузки (10), получим

$$B_{11} = -A \int_0^y \frac{\beta \Phi_3(y - \xi) - \alpha \Phi_1(y - \xi)}{2\alpha\beta s^2 A} \{q[K_1 \cdot H(\xi - d_H) - K_2 \cdot H(\xi - d_K)] +$$

$$+ K_3 \cdot F \delta(\xi - d_F) - K_4 \cdot M_x \delta(\xi - d_{M_x}) + K_5 \cdot M_y \delta'(\xi - d_{M_y})\} d\xi. \quad (15)$$

Выполним интегрирование, учитывая правила интегрирования и дифференцирования импульсных функций [4]:

$$\begin{aligned} \int_0^y \frac{\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)}{2\alpha\beta s^2 A} qK_1 H(\xi - d_H) d\xi &= \frac{qK_1}{2\alpha\beta s^2 A} \int_0^y [\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)] d\xi = \\ &= \frac{qK_1}{s^4 A} - \frac{qK_1}{s^4 A} \Phi_2(y - d_H) + \frac{qK_1 r^2}{2\alpha\beta s^4 A} \Phi_4(y - d_H); \\ \int_0^y \frac{\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)}{2\alpha\beta s^2 A} qK_2 H(\xi - d_K) d\xi &= \frac{qK_2}{s^4 A} - \frac{qK_2}{s^4 A} \Phi_2(y - d_K) + \frac{qK_2 r^2}{2\alpha\beta s^4 A} \Phi_4(y - d_K); \\ \int_0^y \frac{\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)}{2\alpha\beta s^2 A} FK_3 \delta(\xi - d_F) d\xi &= \frac{FK_3}{2\alpha\beta s^2 A} [\beta\Phi_3(y - d_F) - \alpha\Phi_1(y - d_F)]; \\ \int_0^y \frac{\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)}{2\alpha\beta s^2 A} M_x K_4 \delta(\xi - d_{M_x}) d\xi &= \frac{M_x K_4}{2\alpha\beta s^2 A} [\beta\Phi_3(y - d_{M_x}) - \alpha\Phi_1(y - d_{M_x})]; \\ \int_0^y \frac{\beta\Phi_3(y-\xi) - \alpha\Phi_1(y-\xi)}{2\alpha\beta s^2 A} M_y K_5 \delta'(\xi - d_{M_y}) d\xi &= \frac{M_y K_5}{2\alpha\beta A} \Phi_4(y - d_{M_y}). \end{aligned}$$

Подставляя эти пять выражений в (15), имеем

$$\begin{aligned} B_{11} = & -\frac{q(K_1 - K_2)}{s^4} + \frac{q}{s^4} [K_1 \Phi_2(y - d_H) - K_2 \Phi_2(y - d_K)] - \frac{qr^2}{2\alpha\beta s^4} [K_1 \Phi_4(y - d_H) - K_2 \Phi_4(y - d_K)] - \\ & - \frac{FK_3}{2\alpha\beta s^2} [\beta\Phi_3(y - d_F) - \alpha\Phi_1(y - d_F)] + \frac{M_x K_4}{2\alpha\beta s^2} [\beta\Phi_3(y - d_{M_x}) - \alpha\Phi_1(y - d_{M_x})] - \frac{M_y K_5}{2\alpha\beta} \Phi_4(y - d_{M_y}). \end{aligned}$$

Аналогичным образом получим еще три компонента вектора внешней нагрузки:

$$\begin{aligned} B_{21} = & -A \int_0^y A_{13}(y-\xi) q(\xi) d\xi = \frac{qK_1}{2\alpha\beta s^2} [\beta\Phi_3(y - d_H) - \alpha\Phi_1(y - d_H)] - \frac{qK_2}{2\alpha\beta s^2} [\beta\Phi_3(y - d_K) - \alpha\Phi_1(y - d_K)] + \\ & + \frac{FK_3}{2\alpha\beta} \Phi_4(y - d_F) - \frac{M_x K_4}{2\alpha\beta} \Phi_4(y - d_{M_x}) - \frac{M_y K_5}{2\alpha\beta} [\alpha\Phi_1(y - d_{M_y}) + \beta\Phi_3(y - d_{M_y})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{31} = & A \int_0^y A_{12}(y-\xi) q(\xi) d\xi = \frac{q(K_1 - K_2)}{s^4} (s^2 A + B) - \frac{q}{s^2} (2r^2 A + B) [K_1 \Phi_2(y - d_H) - K_2 \Phi_2(y - d_K)] + \\ & + \frac{q}{2\alpha\beta s^2} [(\alpha^4 - 6\alpha^2 \beta^2 + \beta^4) A + r^2 B] [K_1 \Phi_4(y - d_H) - K_2 \Phi_4(y - d_K)] + \frac{FK_3}{2\alpha\beta s^2} \{ \alpha[(3\beta^2 - \alpha^2) A - \\ & - B] \Phi_1(y - d_F) + \beta(3\alpha^2 - \beta^2) A + B \} \Phi_3(y - d_F) - \frac{M_x K_4}{2\alpha\beta s^2} \{ \alpha[(3\beta^2 - \alpha^2) A - B] \Phi_1(y - d_{M_y}) + \\ & + (3\alpha^2 - \beta^2) A + B \} \Phi_3(y - d_{M_y}) - \frac{M_y K_5}{2\alpha\beta} [2\alpha\beta A \Phi_2(y - d_{M_y}) - (r^2 A + B) \Phi_4(y - d_{M_y})]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{41} = & A \int_0^y A_{11}(y-\xi) q(\xi) d\xi = \frac{qK}{s} \left[\frac{3r^2 A + R}{2\beta} \Phi_1(y - d_H) - \frac{(5\alpha^2 - \beta^2) A + R}{2\alpha} \Phi_3(y - d_H) \right] - \frac{qK_2}{s^2} \left[\frac{3r^2 A + R}{2\beta} \Phi_1(y - d_K) - \right. \\ & - \frac{(5\alpha^2 - \beta^2) A + R}{2\alpha} \Phi_3(y - d_K) \left. \right] + AFK_3 [\Phi_2(y - d_F) + \frac{A(\beta^2 - 3\alpha^2) - R}{2\alpha\beta A} \Phi_4(y - d_F)] - AM_x K_4 [\Phi_2(y - d_{M_x}) + \\ & + \frac{A(\beta^2 - 3\alpha^2) - R}{2\alpha\beta A} \Phi_4(y - d_{M_x})] + M_y K_5 \left[\frac{A(\beta^2 + 3\alpha^2) + R}{2\beta} \Phi_1(y - d_{M_y}) + \frac{r^2 A + R}{2\alpha} \Phi_3(y - d_{M_y}) \right]. \end{aligned}$$

Выводы

Используя полученные здесь результаты, а также аналитические выражения фундаментальных функций и функции Грина [3, 5], можно перейти к решению краевых задач изгиба ортотропной пластины при любых граничных условиях и внешних нагрузках.

Таким образом, применение численно-аналитического метода граничных элементов позволяет получить полное решение задачи об изгибе ортотропной пластины.

Список использованной литературы

1. Дашенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов / А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов – Одесса, ВМВ, 2010. – В 2-х томах. – Т.1. – 416 с. – Т.2. – 512 с.
2. Оробей В.Ф. Практикум по решению краевых задач механики: Учебное пособие для студентов технических специальностей / В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов – Одесса: Астропринт, 2011. – 408с.
3. Сурьянинов Н.Г. Построение функции Грина при решении задачи изгиба ортотропной пластины численно-аналитическим методом граничных элементов/ Н.Г. Сурьянинов, И.В. Павленко // Містобудування та територіальне планування. – 2012. – Вип. 45. – Частина 2. – С. 281-285.
4. Ершова В.В. Импульсные функции. Функции комплексной переменной. Операционное исчисление / Ершова В.В. под ред. В.И. Азаматовой. – Минск: Вышэйшая школа, 1976. – 255 с.
5. Павленко И.В. Решение задачи изгиба ортотропной пластины численно-аналитическим методом граничных элементов / И.В. Павленко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – №1 – С. 28-31.

Стаття надійшла до редакції / Article received: 09.10.2013

Рецензент: д.т.н., проф. КНУТД В.В. Чабан

Перетворення зовнішнього навантаження при розрахунку ортотропних пластин чисельно-аналітичним методом граничних елементів

Сур'янінов М.Г., Павленко І.В.

Одеський національний політехнічний університет

Розглянуто перетворення навантаження на ортотропну пластину до форми, необхідної для застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів. При цьому використані імпульсні функції і отримані раніше аналітичні вирази фундаментальних функцій і функції Гріна. Отримано компоненти вектора навантаження для жорсткого защемлення поздовжніх крайок пластины.

Ключові слова: ортотропна пластина, метод граничних елементів, імпульсні функції, функція Гріна.

The transformation of the external load in the calculation of orthotropic plates numerical-analytical boundary element method

Suryaninov N., Pavlenko I.

Odessa National Polytechnic University

A transformation loads on orthotropic plate to form necessary for the application of numerical and analytical boundary element method. Here we have used pulse functions and the previously obtained analytical expressions of the fundamental functions and Green's functions. We obtain the components of the load for rigid support of the longitudinal edges of the plate.

Keywords: orthotropic plate, the boundary element method, pulse function, the Green's function.