УДК 519.246.8(075.8)

МОДЕЛЮВАННЯ ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Т.І. Демківська, кандидат технічних наук, доцент
Київський національний університет технологій та дизайну
Є.О. Демківський, кандидат технічних наук, доцент
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Ключові слова: часовий ряд, гетероскедастичний процес, побудова моделі, критерії адекватності, автокореляційна функція, часткова автокореляційна функція.

Гетероскедастичними називають процеси зі змінною дисперсією, а *гомоскедастичними* – процеси із сталою дисперсією.

Формально для гетероскедастичного процесу можна записати

$$\mathrm{var}[\varepsilon(k)] = \sigma_\varepsilon^{\;2} \neq const.$$

Припущення гомоскедастичності означає, що варіація кожної випадкової величини навколо її математичного сподівання залишається сталою величиною незалежно від значень факторів, тобто $\sigma_\varepsilon^{\;2}$не є функцією від x_{ij}.

Гетероскедастичніть означає, що дисперсія процесу зменшується чи збільшується в часі, або є більш складною функцією часу. Тобто, вона може змінюватися за досить складним законом, який і потрібно знайти при створенні моделі процесу. Іноді використовують припущення, що гетероскедастичність має наступну форму: $\sigma_{\varepsilon(k)}^{\;\;2} = k^2 x^2$,

де k- константа, яку необхідно оцінити за допомогою експериментальних даних та вибраного методу оцінювання параметрів.

Узагальнена модель АРУГ, яку називають УАРУГ (p, q), складається із двох компонент – авторегресії та ковзного середнього відносно дисперсії гетероскедастичного процесу. Процес першого порядку отримуємо при p = 0, q = 1, його можна формально визначити як процес УАРУГ (0, 1). Якщо всі коефіцієнти $\beta_i = 0,$ то модель УАРУГ(p,q) еквівалентна моделі АРУГ(p,q). Для того щоб забезпечити скінченність умовної дисперсії, корені характеристичного рівняння моделі повинні знаходитися всередині кола одиничного радіусу.

Для побудови моделі гетероскедастичного процесу виконуємо наступну послідовність кроків:

<u>Крок 1:</u> побудова авторегресійної моделі низького порядку АР(1).

<u>Крок 2:</u> побудова автокореляційної функції (АКФ) для отриманого після побудови моделі АР(1) ряду із залишків $\hat{\varepsilon}(k)$.

<u>Крок 3:</u> згенерувати новий ряд із квадратів залишків

<u>Крок 4:</u> обчислити автокореляційну функцію для ряду, сформованого із квадратів залишків.

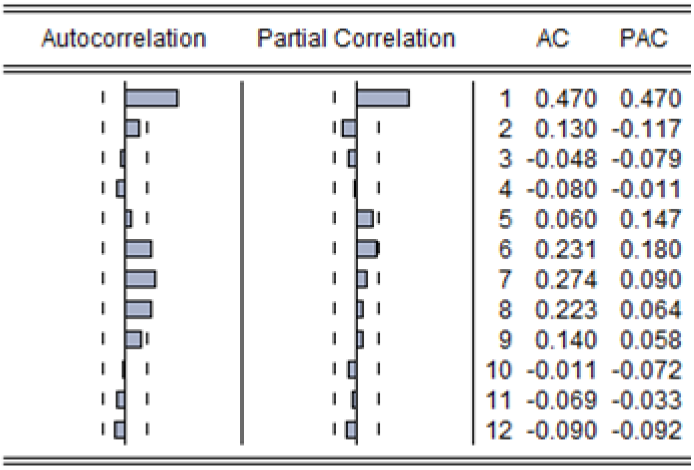

Рисунок 1 - Автокореляційна та частково автокореляційна функція

Крок 5: з аналізу ЧАКФ (Partial Correlation) видно, що найбільшу значимість має перший лаг, тому включаємо його в модель і отримуємо наступну модель:

$$\varepsilon^2(k) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2(k-1).$$

За допомогою МНК обчислюємо оцінки коефіцієнтів рівняння першого порядку для дисперсії залишків.

Отримали модель

$$\varepsilon^2(k) = 2.934447{+}0.471153{*}\varepsilon^2(k-1).$$

Крок 6: обчислити коефіцієнти рівняння 4-го порядку

$$\varepsilon^2(k) = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon^2(k-1) + \alpha_2\varepsilon^2(k-2) + \alpha_3\varepsilon^2(k-3) + \alpha_4\varepsilon^2(k-4).$$

В результаті проведених обчислень отримали модель

$$\varepsilon^2(k) = 3.002468 + 0.513876\varepsilon^2(k-1) - 0.078863\varepsilon^2(k-2) - 0.075155\varepsilon^2(k-3) -$$

$$-0.009276\varepsilon^2(k-4).$$

Аналіз статистичних характеристик дає змогу порівняти отримані моделі та визначити кращу модель, що описує гетероскедастичний процес.

В результаті проведеного аналізу вдалося отримати адекватну модель. Коефіцієнт множинної детермінації отриманої моделі дорівнює 0.9, що говорить про адекватність побудованої моделі. Отже, нам вдалось дослідити гетероскедастичний процес.

Список використаних джерел

1. Box, George; Jenkins, Gwilym Time series analysis: forecasting and control, rev. ed. // Oakland, California: Holden-Day. — 1976.

2. Бідюк П.І. Аналіз часових рядів : навч. посіб. / П.І. Бідюк, В.Д. Романенко, О.Л. Тимощук. – Київ.: НТУУ КПІ, 2013. – 599 с.

3. Бідюк П.І. Прогнозування волатильності валютного ринку за нелінійними моделями / П.І. Бідюк, М.М. Коновалюк // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», № 719. –2011. – С. 154 – 163.