



УДК 677.072.6

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВОЛОКНОУТВОРЕННЯ

Студ. А.Д. Хайловська, гр. МгІт2-18
Науковий керівник доц. В.Г. Резанова
Київський національний університет технологій та дизайну

Мета і завдання. Мета роботи – створення програмного забезпечення для перевірки адекватності регресійних математичних моделей при дослідженні трикомпонентних сумішей полімерів за реалізації процесу специфічного волокно утворення

Завдання – дослідження адекватності моделі за методом, що полягає у перевірці належної лінійної гіпотези. Розробка програмного забезпечення мовою С++ у середовищі Borland Builder.

Об'єкт та предмет дослідження. Об'єкт дослідження – специфічне волокноутворення. Воно реалізується у відповідних умовах при течії розплавів сумішей полімерів. У його основі лежать мікрореологічні процеси - такі, як деформація крапель компоненту дисперсної фази та об'єднання рідких струменів у напрямку течії.

Предмет дослідження - процес автоматизованої перевірки адекватності моделі.

Результати дослідження. Досліджуємо трикомпонентну сумішеву систему, яка складається із двох полімерів (волокноутворюючий – поліпропілен (ПП) та матричний – співполіамід (СПА)) та добавки-компатибілізатора (поліетилсилоксан (ПЕС-5)). Вмісти компонентів суміші (в долях одиниці): x_1 – вміст ПП; x_2 – вміст СПА; x_3 – вміст ПЕС-5 ($x_1 + x_2 + x_3 = 1$). Контроль якості отриманого полімерного композиту відбувається за наступними показниками: y_1 – середній діаметр мікрволокон (мкм); y_2 – масова частка безперервних волокон (%); y_3 – масова частка коротких волокон (%).

Для побудови моделі (1) обираємо неповний кубічний поліном, оскільки дані літератури свідчать, що такі функції досить якісно описують поведінку трикомпонентних сумішевих систем [1, 2]. Відповідно до методики планування експерименту із сумішами використовуємо симплексно-гратковий план [1, 2]. Останній забезпечує рівномірний розкид експериментальних точок на області, що являє собою симплекс відповідної розмірності (для трикомпонентної суміші це правильний трикутник на площині). Оскільки на вміст компонентів суміші умовами задачі накладаються певні обмеження, на повному симплексі програмним чином виділяємо підобласть, що відповідає цим обмеженням, а потім всередині виділеної підобласті обираємо область, «подібну» вихідному симплексу, тобто трикутник (хоча і не обов'язково правильний). Відповідно до симплексно-граткового підходу для неповної кубічної моделі [1, 2], для побудованого трансформованого симплексу маємо сім точок плану експерименту. Для забезпечення можливості в подальшому використовувати методи регресійного аналізу моделі, зокрема – перевірки її адекватності, додаємо до плану ще одну точку. За означенням, задача математичного моделювання в даній роботі полягає у встановленні залежності між однією групою змінних (незалежних змінних, факторів) та іншою групою змінних (залежних змінних, функцій відгуку). Ми оцінюємо параметри обраної моделі, перевіряємо її адекватність і, у випадку позитивного вирішення останнього питання, робимо висновок про можливість застосування побудованої моделі до тих питань, для яких вона і була побудована.

Серед методів перевірки адекватності лінійної моделі даних досить поширеним є метод, що полягає в порівнянні оцінок дисперсій похибок, що одержані, з одного боку, з застосуванням даної моделі, а з іншого — незалежним шляхом. Це є еквівалентним перевірці деякої лінійної гіпотези за допомогою обчислення і аналізу відповідного F-відношення Фішера.

Нехай x_1, x_1, \dots, x_m — різні точки спостережень (вектори-рядки), причому хоч в одній з них кількість спостережень більше ніж 1. Зазначена F-статистика має вигляд

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \text{де} \quad S_1^2 = \frac{1}{m-p} \sum_{i=1}^m n_i (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

$y_{i1}, \dots, y_{in_i}, i = 1, \dots, m$ — значення вихідної змінної, що спостерігались в точці $x = x^i$; n_i - кількість дослідів i -й точці.

Якщо $m > p$, то відношення вигляду $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ (варіант з сукупності F- відношень) має розподіл Фішера $F(m-p, n-m)$ [4]. Згідно з загальними положеннями [4] гіпотеза про адекватність моделі \hat{y} не приймається при рівні значущості α , якщо вказане відношення перевищує квантиль рівня $1 - \alpha$ вказаного розподілу. Зазначені дії реалізуються розробленим програмним забезпеченням.

Знаходимо F-відношення для моделі, побудованої в [3]. Для всіх вихідних змінних моделі [3] за допомогою створеного програмного додатку [5] отримуємо значення, що наведено на рис. 1.

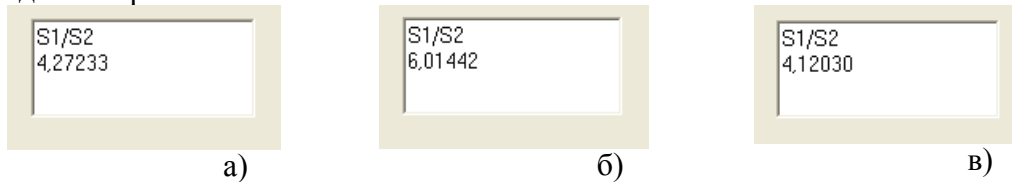


Рисунок. 1 - Відношення $\frac{S_1^2}{S_2^2}$, отримане в програмному додатку для y_1 (а), y_2 (б) та y_3 (в)

Далі приймаємо рішення з приводу гіпотези про адекватність нашої математичної моделі. У даному випадку маємо: для $\alpha = 0.01$ $F(m-p, n-m) = F(8-7, 24-8) = F(1, 16) = 8.531$.

Бачимо, що для всіх y з тестової моделі розраховане відношення $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ менше за значення $F(m-p, n-m)$. Отже, гіпотеза про адекватність моделі може бути прийнята.

Висновки. За допомогою спеціально створеного програмного забезпечення здійснено перевірку адекватності математичної моделі специфічного волокноутворення шляхом перевірки відповідних лінійних гіпотез. Модель виявилась адекватною, що дає підстави для її використання у подальших дослідженнях, зокрема — для прогнозування поведінки системи, а також для оптимізації її параметрів. Крім того, створене програмне забезпечення може бути застосоване до більш широкого класу задач.

Ключові слова: волокноутворення, моделювання, математична модель, адекватність моделі, дисперсія похибок, програмне забезпечення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Rezanova N.M., Rezanova V.G., Plavan V.P., Viltaniuk O.O. The influence of nano-additives on the formation of matrix-fibrillar structure in the polymer mixture melts and on the properties of complex threads // *Vlákna a textil* (Bratislava, Slovak Republic) - №2, 2017. - p. 37-42
2. Rezanova N.M., Plavan V.P., Rezanova V.G., Bohatyrov V.M. Regularities of producing of nano-filled polypropylene microfibers // *Vlákna a Textil*. –2016. – No 4. – P. 3-8.
3. Резанова В.Г. Програмне забезпечення для математичного моделювання специфічного волокноутворення // *Інформаційні технології в науці, виробництві та підприємстві*. Збірник наукових праць молодих вчених, аспірантів, магістрів кафедри інформаційних технологій проектування. – К. : Освіта України, 2017
4. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Вильямс, 2016. – 912 с.
5. Мейерс С. Эффективный и современный C++. М.: Вильямс, 2016. - 304 с.