

УДК [67/68.08:678.053]:519.85

РУБАНКА М.М.

Київський національний університет технологій та  
дизайну

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
ДИНАМІКИ РОТОРНОЇ ДРОБАРКИ ДЛЯ  
ПЕРЕРОБКИ ВІДХОДІВ ЛЕГКОЇ  
ПРОМИСЛОВОСТІ**

***Мета.** Розробка математичної моделі динаміки приводу роторної дробарки для переробки відходів легкої промисловості.*

***Методика.** Використані відомі методи математичного моделювання та динаміки механічних систем з пружними зв'язками.*

***Результати.** Розроблено математичну модель динаміки приводу роторної дробарки для переробки відходів легкої промисловості.*

***Наукова новизна.** Отримано математичну модель, що дозволяє визначати раціональні параметри роторної дробарки в залежності від фізико-механічних властивостей та геометричних розмірів відходів легкої промисловості, що переробляються.*

***Практична значимість.** Розроблена математична модель може бути використана на підприємствах легкої промисловості, що застосовують для переробки відходів роторні дробарки, при виборі раціональних параметрів обладнання в залежності від фізико-механічних властивостей та геометричних розмірів відходів, що переробляються. Правильний підбір параметрів даного обладнання дозволяє підвищити енергоефективність процесів переробки відходів та надійність його роботи.*

***Ключові слова:** роторна ножова дробарка, математична модель, динаміка приводу, раціональні параметри обладнання, відходи легкої промисловості.*

***Вступ.** Одним з універсальних, енергетично вигідних і найпоширеніших способів переробки більшості відходів легкої промисловості є різання [1]. До обладнання, що використовується для переробки відходів легкої промисловості способом механічного подрібнення різанням, можна віднести, в першу чергу, роторні ножові дробарки, дискові ножові подрібнювачі та ін.*

На сьогоднішній день, перед підприємствами легкої промисловості України, які окрім першочергових задач, а саме виготовлення якісної готової продукції, займаються ще й питаннями переробки та подальшого використання відходів виробництва, нерідко виникає проблема вибору раціональних параметрів обладнання для переробки того чи іншого виду відходів.

***Постановка завдання.** Враховуючи актуальність питання вибору раціональних параметрів обладнання для переробки відходів легкої промисловості в залежності від фізико-механічних властивостей та геометричних розмірів відходів, що переробляються, завданням досліджень є розробка математичної моделі, що дозволить досліджувати динаміку приводу роторної ножової дробарки під час перехідних процесів роботи та правильно підібрати його параметри.*

***Результати дослідження.** На рис. 1 представлена кінематична схема приводу роторної ножової дробарки [2]. Узагальнена розрахункова схема роторної ножової дробарки представлена на рис. 2.*

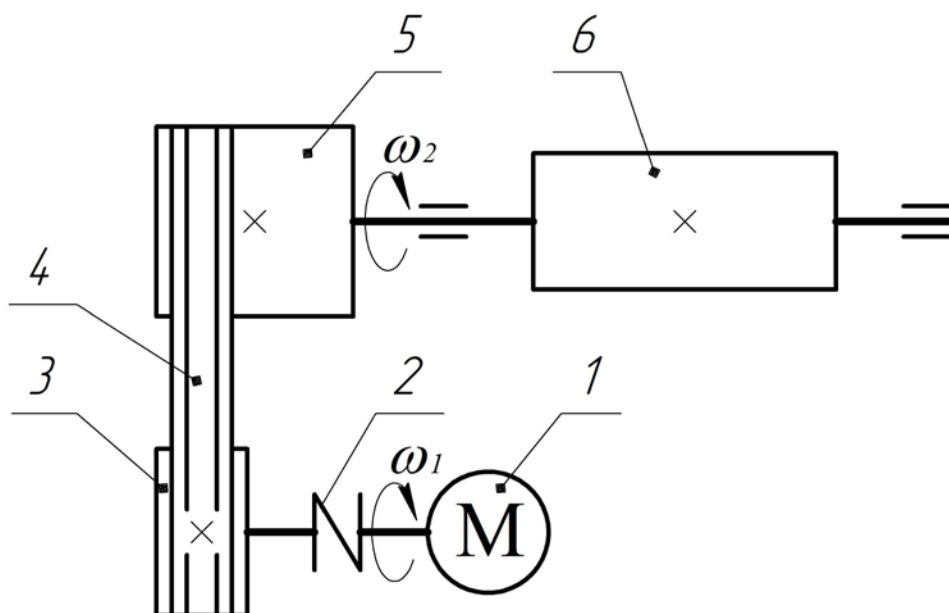


Рис. 1 Кінематична схема приводу роторної дробарки: 1 – електродвигун; 2 – пружна муфта; 3 - шків; 4 - клиновий пас; 5 - шків-маховик; 6 – ротор

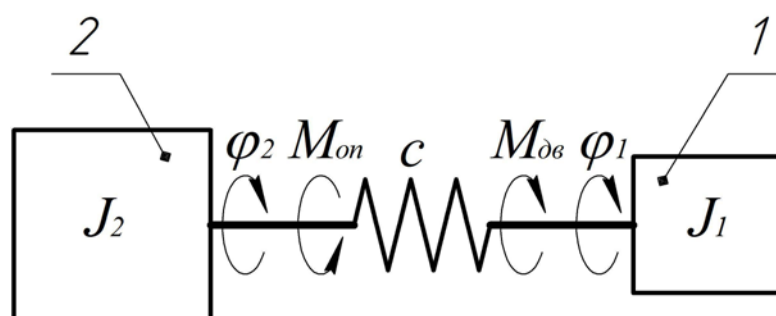


Рис. 2 Узагальнена розрахункова схема роторної ножової дробарки: 1 – обертові маси на валу двигуна; 2 – обертові маси на валу ротора

Динаміка процесу роботи приводу дробарки може бути описана за допомогою математичної моделі двохмасової системи з пружним зв'язком [3].

Нехтуючи силами тертя на валу двигуна і дисипативними силами, рух системи з двома ступенями свободи, зображеної на рис. 2, можна описати наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_{\text{дв}} - M_{12}; \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{12} - M_{\text{он}}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $M_{12} = c(\varphi_1 - \varphi_2)$  - момент навантаження пружного зв'язку між двигуном 1 і ротором 2;  $\varphi_1$  - кут повороту валу двигуна;  $\omega_1$  - кутова швидкість валу двигуна;  $\omega_2$  - кутова швидкість

ротора;  $\varphi_2$  - приведенне до валу двигуна кутове переміщення ротору 2;  $M_{об}$  - крутний момент на валу двигуна;  $M_{оп}$  - момент опору на валу ротора;  $J_1, J_2$  - моменти інерції обертових мас двигуна 1 і ротора 2.

Для вирішення системи диференціальних рівнянь (1) чисельними методами використано програмне забезпечення «Mathcad 14».

Проведено широкий обчислювальний експеримент. Встановлено регресійні залежності різниці кутів повороту валу електродвигуна та ротора  $\varphi_1 - \varphi_2, \text{рад} \rightarrow Y_1$ , різниці кутових швидкостей обертання валу електродвигуна  $\omega_1^{поч} - \omega_1^{кін}, \text{с}^{-1} \rightarrow Y_2$ , різниці кутових швидкостей обертання ротора  $\omega_2^{поч} - \omega_2^{кін}, \text{с}^{-1} \rightarrow Y_3$  на початку та в кінці перехідних процесів роботи роторної ножової дробарки (робочий хід – процес руйнування матеріалу та холостий хід – процес розгону приводу) від моменту інерції електродвигуна  $J_1, \text{кгм}^2 \rightarrow X_1$ , моменту інерції ротора  $J_2, \text{кгм}^2 \rightarrow X_2$ , жорсткості пружного зв'язку  $c, \text{Нм/рад} \rightarrow X_3$  та моменту опору на валу ротора  $M_{оп}, \text{Нм} \rightarrow X_4$ .

Значення факторів, рівнів та кроків їх варіювання наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

**Фактори, рівні та кроки їх варіювання**

Фактори		Рівні варіювання			Крок варіювання
		-1	0	1	$\Delta$
Момент інерції двигуна, $J_1, [\text{кгм}^2]$	$X_1$	0,005	0,0275	0,05	0,0225
Момент інерції ротора, $J_2, [\text{кгм}^2]$	$X_2$	0,5	1,0	1,5	0,5
Жорсткість пружного зв'язку, $c, [\text{Нм/рад}]$	$X_3$	5	52,5	100	47,5
Момент опору, $M_{оп}, [\text{Нм}]$	$X_4$	1	250,5	500	249,5

Для чотирьох факторів рівняння регресії буде мати наступний вигляд:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{44}x_4^2 \quad (2)$$

Отримані значення коефіцієнтів регресії представлені в таблиці 2.

Таблиця 2

**Значення коефіцієнтів регресії**

Коефіцієнт регресії	$\varphi_1 - \varphi_2$	$\omega_1^{поч} - \omega_1^{кін}$	$\omega_2^{поч} - \omega_2^{кін}$	Коефіцієнт регресії	$\varphi_1 - \varphi_2$	$\omega_1^{поч} - \omega_1^{кін}$	$\omega_2^{поч} - \omega_2^{кін}$
---------------------	-------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	---------------------	-------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

$b_0$	2,116E-4	1,751E-4	0,326	$b_{23}$	3,700 E-8	-1,056E-4	7,748E-6
$b_1$	1,563E-7	-4,810E-4	-2,483E-9	$b_{24}$	-1,405E-4	-1,163E-4	-0,216
$b_2$	-1,411E-4	-1,954E-4	-0,217	$b_{34}$	-5,265E-8	1,577E-4	-4,342E-6
$b_3$	-9,395E-8	2,827E-4	-6,130E-6	$b_{11}$	-1,280E-7	3,934E-4	6,371E-9
$b_4$	2,342E-4	3,113E-4	0,360	$b_{22}$	7,052E-5	9,777E-5	0,109
$b_{12}$	-9,401E-8	2,886E-4	0,0	$b_{33}$	6,492E-9	-1,981E-5	-1,210E-9
$b_{13}$	1,275E-7	-3,914E-4	-7,450E-9	$b_{44}$	6,410E-9	-1,962E-5	2,959E-10
$b_{14}$	1,402E-7	-4,312E-4	0,0				

Значущість коефіцієнтів перевіряли по критерію Ст'юдента, а адекватність рівнянь регресії експерименту перевіряли за критерієм Фішера [4].

В результаті перевірки встановлено, що для рівнянь регресії незначимими є коефіцієнти, які в табл. 2 виділено сірим кольором.

Після підстановки числових значень коефіцієнтів та враховуючи їх значимість, шляхом ряду перетворень рівняння регресії (2) буде мати наступний вигляд:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0,000284J_2^2 - 0,000567J_2 + 0,0000021M_{on} - 0,0000011J_2M_{on} + 0,00026 ; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \omega_1^{нов} - \omega_1^{кін} = & 0,776J_1^2 + 0,000392J_2^2 - 0,051J_1 - 0,00188J_2 + 0,000017c + \\ & + 0,0000036M_{on} + 0,0257J_1J_2 - 0,000366J_1c - 0,000077J_1M_{on} - \\ & - 0,0000045J_2c - 0,0000009J_2M_{on} + 0,0000001M_{on}c + 0,0000387 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\omega_2^{нов} - \omega_2^{кін} = 0,436J_2^2 - 0,872J_2 + 0,00317M_{on} - 0,00173J_2M_{on} + 0,401. \quad (5)$$

Рівняння регресії (3 – 5) справедливі при проектуванні роторних дробарок, конструктивні параметри яких не виходять за межі варіювання:  $J_1=0,005 \div 0,05 \text{ кгм}^2$ ;  $J_2=0,5 \div 1,5 \text{ кгм}^2$ ;  $c=5 \div 100 \text{ Нм/рад}$  при значеннях моменту опору на валу ротора, що виникає при переробці відходів  $M_{on}=1 \div 500 \text{ Нм}$ . Вибрані межі варіювання основних параметрів роторних дробарок були інженерно обґрунтовані, так як вони охоплюють широкий діапазон конструктивних параметрів роторних дробарок, що існують на сьогоднішній день та використовуються на підприємствах легкої промисловості.

При умові, коли два з чотирьох факторів широкого обчислювального експерименту величини постійні, за отриманим рівнянням регресії (3 – 5) побудовано графічні залежності, які представлено на рис. 3 – 10.

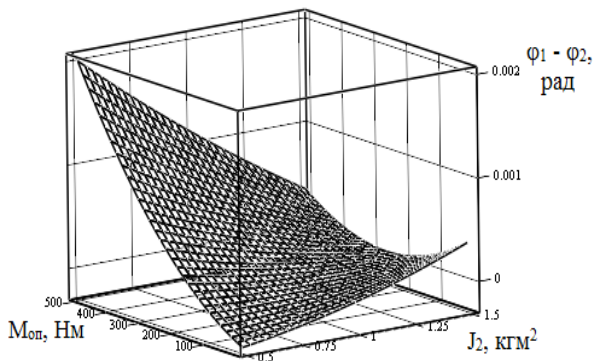


Рис. 3 Графік залежності різниці кутів повороту валу електродвигуна та ротора від моменту інерції ротора та моменту опору при умові, коли  $J_1, c = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

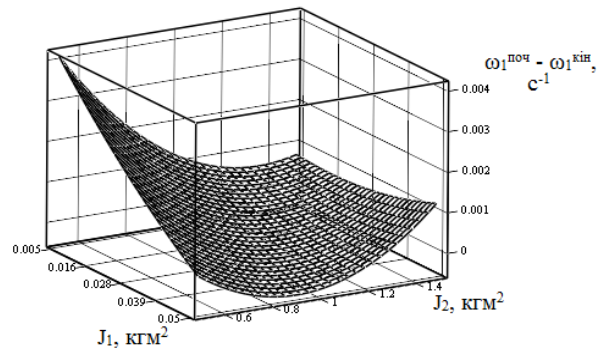


Рис. 4 Графік залежності різниці кутових швидкостей електродвигуна від моментів інерції електродвигуна та ротора при умові, коли  $c, M_{оп} = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

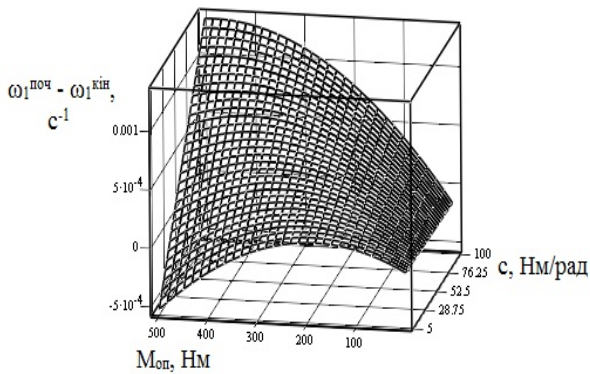


Рис. 5 Графік залежності різниці кутових швидкостей електродвигуна від жорсткості пружного зв'язку та моменту опору при умові, коли  $J_1, J_2 = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

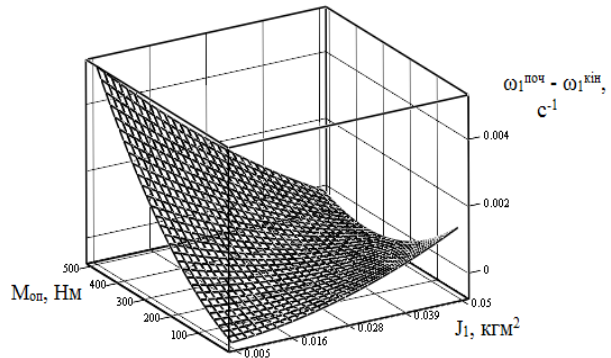


Рис. 6 Графік залежності різниці кутових швидкостей електродвигуна від моментів інерції електродвигуна та моменту опору при умові, коли  $J_2, c = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

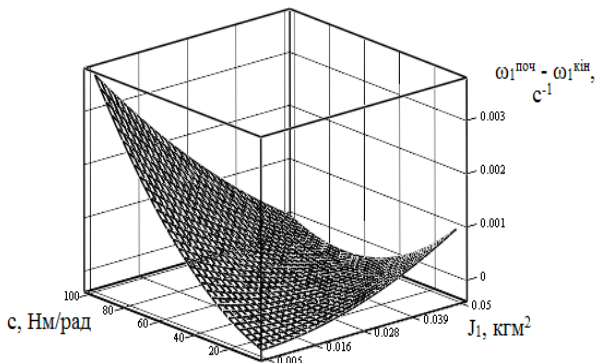


Рис. 7 Графік залежності різниці кутових швидкостей електродвигуна від жорсткості пружного зв'язку та моменту інерції електродвигуна при умові, коли  $J_2, M_{оп} = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

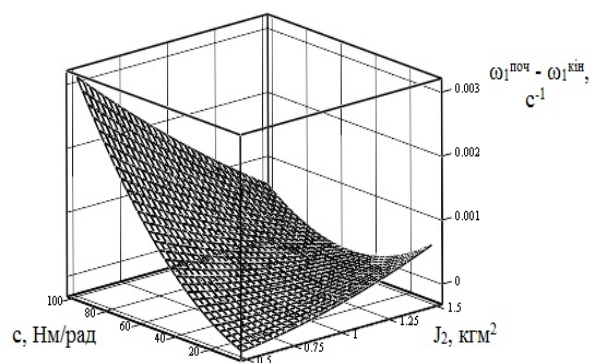


Рис. 8 Графік залежності різниці кутових швидкостей електродвигуна від жорсткості пружного зв'язку та моменту інерції ротора при умові, коли  $J_1, M_{оп} = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

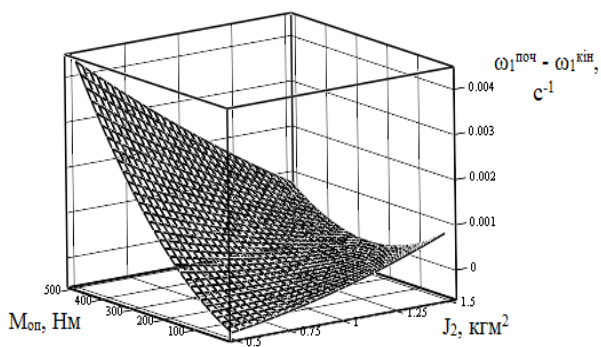


Рис. 9 Графік залежності різниці куткових швидкостей електродвигуна від моменту опору та моменту інерції ротора при умові, коли  $J_1, c = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

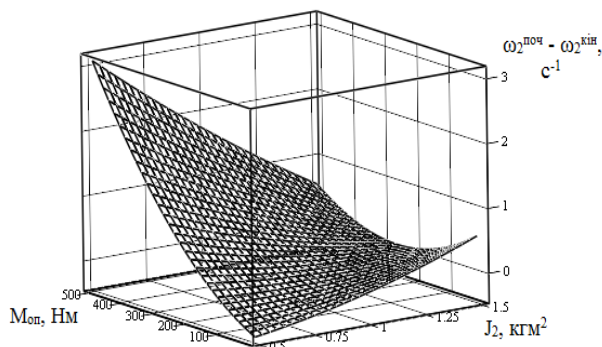


Рис. 10 Графік залежності різниці куткових швидкостей ротора від моменту інерції ротора та моменту опору при умові, коли  $J_1, c = \text{const}$  за час робочого ходу по регресійній моделі

Проаналізувавши отримані графічні залежності, робимо висновок про існування точок, які відповідають раціональному вибору параметрів, які знаходяться шляхом визначення екстремуму функції, диференціюючи рівняння регресії (3 – 5) по кожному з факторів, що варіювалися.

Розрахункова схема взаємодії робочого органу роторної ножової дробарки та матеріалу, що переробляється представлена на рис. 11. В даному випадку роторна ножова дробарка має один нерухомий ніж корпусу та один рухомий ніж ротора.

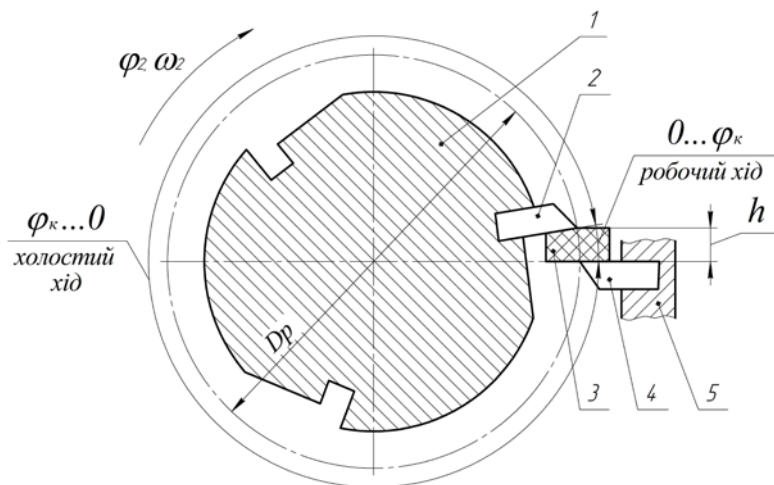


Рис. 11 Розрахункова схема взаємодії робочого органу роторної ножової дробарки та матеріалу що переробляється: 1 – ротор; 2 – рухомий ніж ротора; 3 – матеріал, що переробляється; 4 – нерухомий ніж корпусу; 5 – корпус

Кутове переміщення ротору, що визначає час робочого ходу дробарки, знайдено з виразу:

$$\varphi_2^{p.x.} = \varphi_k = \arctg \frac{2h}{D_p}, \quad (6)$$

де  $h$  - висота матеріалу (паketу матеріалу), що переробляється;  $D_p$  - діаметр ротору.

Кутове переміщення ротору, що визначає час холостого ходу дробарки, знайдено з виразу:

$$\varphi_2^{x.x.} = 2\pi - \varphi_{\kappa} = 2\pi - \arctg \frac{2h}{D_p}. \quad (7)$$

З урахуванням кількості рухомих ножів ротора та нерухомих ножів корпусу, вираз (7) матиме вигляд:

$$\varphi_2^{x.x.} = \frac{2\pi - z_1 z_2 \arctg \frac{2h}{D_p}}{z_1 z_2}, \quad (8)$$

де  $z_1$  - кількість рухомих ножів ротора;  $z_2$  - кількість нерухомих ножів корпусу.

**Висновки.** Розроблена математична модель динаміки приводу роторної ножової дробарки для переробки відходів легкої промисловості, що дозволяє правильно зробити вибір раціональних параметрів приводу в залежності від фізико-механічних властивостей та геометричних розмірів подрібнюваних відходів легкої промисловості.

Межі варіювання факторів обчислювального експерименту були інженерно обґрунтовані, так як вони охоплюють широкий спектр технічних характеристик дробарок (геометричні розміри обладнання, потужність електродвигуна, вид подрібнюваних відходів тощо).

Запропонована математична модель неодмінно стане в нагоді підприємствам легкої промисловості, які використовують для переробки роторні ножові дробарки, дозволить підвищити енергоефективність процесів переробки відходів та підвищить надійність роботи обладнання.

### Список використаних джерел

1. Рубанка М.М., Місяць В.П. Відходи легкої промисловості, способи переробки і області подальшого використання // Вісник КНУТД. – 2015. – №4(88). – С. 34-39.
2. Місяць В.П., Рубанка М.М. Експериментальна установка для дослідження динамічних характеристик роторної ножової дробарки // Праці ОПУ. – 2014. – №1(43). – С. 78-82.
3. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода. М.: «Энергия», 1971. - 320 с.
4. Винарский М.С., Лурье М.В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. – М.: Техника, 1975. - 168 с.

### References

1. Rubanka M.M., Misjac' V.P. Vidhody legkoi' promyslovosti, sposoby pererobky i oblasti podal'shogo vykorystannja // Visnyk KNUVD. – 2015. – №4(88). – S. 34-39.
2. Misjac' V.P., Rubanka M.M. Eksperymental'na ustanovka dlja doslidzhennja dynamichnyh harakterystyk rotornoj' nozhovoi' drobarky // Praci OPU. – 2014. – №1(43). – S. 78-82.
3. Kljuhev V.I. Ogranichenie dinamicheskikh nagruzok jelektroprivoda. M.: «Jenergija», 1971. - 320 s.
4. Vinarskij M.S., Lur'e M.V. Planirovanie jeksperimenta v tehnologicheskikh issledovanijah. – M.: Tehnika, 1975. - 168 s

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РОТОРНОЙ ДРОБИЛКИ ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ ОТХОДОВ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

РУБАНКА Н.Н.

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

**Цель.** Разработка математической модели динамики привода роторной дробилки для переработки отходов легкой промышленности.

**Методика.** Используются известные методы математического моделирования и динамики механических систем с упругими связями.

**Результаты.** Разработана математическая модель динамики привода роторной дробилки для переработки отходов легкой промышленности.

**Научная новизна.** Получена математическая модель, что позволяет определять рациональные параметры роторной дробилки в зависимости от физико-механических свойств и геометрических размеров отходов легкой промышленности, которые перерабатываются.

**Практическая значимость.** Разработанная математическая модель может быть использована на предприятиях легкой промышленности, которые применяют для переработки отходов роторные дробилки, при выборе рациональных параметров оборудования в зависимости от физико-механических свойств и геометрических размеров отходов, которые перерабатываются. Правильный подбор параметров данного оборудования позволяет повысить энергоэффективность процессов переработки отходов и надежность его работы.

**Ключевые слова:** *роторная ножевая дробилка, математическая модель, динамика привода, рациональные параметры оборудования, отходы легкой промышленности.*

## MATHEMATICAL DESIGN OF DYNAMICS OF ROTOR CRUSHER FOR RECYCLING OF WASTES OF LIGHT INDUSTRY

RUBANKA M.M.

*Kiev National University of Technology and Design*

**Purpose.** Development of mathematical model of dynamics of drive of rotor crusher is for recycling of wastes of light industry.

**Method.** The known methods of mathematical design and dynamics of the mechanical systems are used with resilient connections.

**Results.** The mathematical model of dynamics of drive of rotor crusher is developed for recycling of wastes of light industry.

**Scientific novelty.** A mathematical model is got, that allows to determine the rational parameters of rotor crusher depending on fiziko-mechanical properties and geometrical sizes of wastes of light industry, which are redone.

**Practical meaningfulness.** Developed a mathematical model can be used on the enterprises of light industry, which use rotor crushers for recycling of wastes, at the choice of rational parameters of equipment depending on fiziko-mechanical properties and geometrical sizes of wastes which are redone. The correct selection of parameters of this equipment allows to promote energy-efficiency of processes of recycling of wastes and reliability of his work.

**Keywords:** *rotor knife crusher, mathematical model, dynamics of drive, rational parameters of equipment, wastes of light industry.*