



УДК 687.016

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ СПУСКУ

Студ. А.В. Карпенко, гр. МгЗІТ-16

Науковий керівник доц. В.М. Яхно

Київський національний університет технологій та дизайну

Мета і завдання. Багато хто з провідних спеціалістів з методів дослідження операцій вважає, що головний факт який повинен враховувати кожний, хто досліджує або працює з оптимізаційними моделями, - це те, що завдання оптимізації, взагалі кажучи, чисельно розв'язати не можливо [1]. Це твердження, часто не згадується в стандартних курсах по оптимізації але вкрай необхідно для розуміння можливостей, значення та якості отриманих результатів оптимізаційного дослідження. Метою роботи є розробка програмного засобу, що дозволить експериментально дослідити цю проблему та отримати рекомендації для досягнення якісних та надійних результатів. повинен застосовуватися під час вивчення курсів, що пов'язані з методами оптимізації та дослідженням операцій.

Розглядаються алгоритми для яких на кожній ітерації розрахунки відбуваються за наступною схемою

$$x_{k+1} = x_k - h_k v'(x_k), k = 0, 1 \dots \quad (1)$$

Програма ілюструє та дозволяє дослідити питання, що пов'язані із збіжністю алгоритмів спуску для гладких та негладких функцій (в останньому випадку це методи узагальненого градієнту - вони не є алгоритмами спуску але будуються за наведеною схемою), Методи, що ілюструють результати дослідження, графічні та максимально наочні. Програма дозволяє дослідити залежність ефективності алгоритмів від стратегій вибору кроку h_k та напрямку $v'(x_k)$.

Для досягнення цієї мети в роботі необхідно знайти обґрунтований розв'язок наступних проблем:

- сформулювати інформаційні та математичні моделі задачі проектування траєкторії n – вимірного спуску на площину;
- виконати пошук найбільш зручної для реалізації архітектури програмного забезпечення
- вибрати інструментальні та апаратні засоби з застосуванням найбільш поширеного програмного забезпечення з локалізацією до української мови;

Програмний засіб повинен потребувати мінімальних затрат на розгортання.

Об'єкт та предмет дослідження. Об'єктом дослідження є питання пов'язані з порівняльним аналізом найбільш поширених технологій вибору напрямків та кроків які використовують алгоритми, що відповідають схемі (1). Ця проблема є основною в нелінійному програмуванні і не має теоретичного розв'язку. Теоретичну якість алгоритмів спуску для задач нелінійного програмування характеризують параметром що визначає вигляд залежності: яка має вигляд

$$\|x^{j+1} - x^*\| \leq g_j \|x^j - x^*\| \quad \text{або} \quad \|x^{j+1} - x^*\| \leq g \|x_j - x^*\|^2 \quad (2)$$

І визначає швидкість збіжності алгоритмів. Теоретична якість алгоритмів не завжди збігається з практичними результатами і це має підтвердити програма, що пропонується. На практиці ефективність алгоритмі залежить як від вигляду функції, що мінімізується так і від характеристик алгоритму – технології вибору напрямку спуску та кроку алгоритму.. Наприклад, для функції $f(x,y) = x^2 + y^2$ необхідна одна ітерація алгоритму градієнтного спуску з мінімізацією функції вздовж напрямку градієнту, а для подібної функції $f(x,y) = x^2 + 5y^2$ кількість ітерацій наближається до нескінченності.

Предметом дослідження це алгоритми, що будуються за схемою(1).

Методи та засоби дослідження. Основним методом дослідження є метод обчислювальних експериментів, що застосовуються до методів нелінійної оптимізації. Засоби для реалізації це технології програмування .NET, засоби побудови наочних графічних представлень, агрегація даних. Реалізуються методи дослідження з допомогою патернів програмування на базі технологій .NET.

Наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.

Описаний в даній роботі програмний продукт дозволяє реалізувати обґрунтований вибір методів нелінійної оптимізації.. Програми, що базуються на подібних принципах і мають наведені характеристики не відомі.

Результати дослідження.

Задачу математичного програмування, що досліджується, можна формулювати так:

Знайти x^* , що доставляє мінімум (або максимум) функції $f(x)$, $x \in E_n$. x^* визначається як гранична точка послідовності x_k , $k=0, 1, 2, \dots$

Розглядаються лише такі алгоритми для яких на кожній ітерації розрахунки відбуваються за схемою (1)

$$x_{k+1} = x_k - h_k v'(x_k), k=0, 1 \dots$$

Різняться алгоритми стратегіями вибору кроку h_k та напрямку $v'(x_k)$.

Стратегії вибору кроку є такими, що та мають місце нерівності

$$\alpha f'(x_k), x_k - x_{k+1} \leq f(x_k) - f(x_{k+1}),$$

$$\beta f'(x_k), x_k - x_{k+1} \geq f(x_k) - f(x_{k+1}),$$

де $\alpha, \beta, 0 < \alpha < \beta < 1$, — деякі фіксовані параметри.

Висновки. Програма дозволяє дослідити та ілюструє залежність ефективності алгоритмів знаходження безумовного мінімуму функції від властивостей функцій, що мінімізуються та характеристик застосованих алгоритмів. Розроблений інтерфейс програмного засобу, який дозволяє в наочній графічній формі ілюструвати процес знаходження мінімуму функції методами, що досліджуються, та аналізувати його результати.

Реалізовані методи дозволяють визначити залежність швидкості збіжності алгоритмів від властивостей функції, що мінімізується.

Ключові слова: яружні функції, крок алгоритмів спуску, яружний крок алгоритмів спуску, швидкість збіжності алгоритмів спуску.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ю.Е. Нестеров Методы выпуклой оптимизации. МЦНМО г. Москва, 2005. – 286 с.
2. Терещенко Л. О. Інформаційні системи і технології в обліку: навч. посіб. / Терещенко Л. О., Матієнко-Зубенко І. І. – К.: КНЕУ, 2005. – 187 с.
3. Коутс Р. Интерфейс «человек – компьютер» / Коутс Р., Влейминк И. [пер. с англ.] – М.: Мир, 1990. – 501 с.